

PRINT ISSN 2434-5474
ONLINE ISSN 2434-5946

第 31 回
交通流と自己駆動粒子系
シンポジウム

論文集

*Papers
of
the 31th Symposium
on
Traffic Flow and Self-driven Particles*

— 2025 —

日時　： 2025 年 12 月 5 日(金) 10:00 - 15:00
　　　　　6 日(土) 10:00 - 15:00

場所　： オンライン開催 (Zoom Meeting)

主催　： 交通流数理研究会

<https://mathematical-society-of-traffic-flow.github.io/symposium/>

招待講演論文

変形可能な自己駆動粒子の数理的表現とその集団挙動 1

斎藤稔

乳幼児の語彙発達とダイナミックシステムアプローチ 5

阪上雅昭, 萩原広道

一般講演論文

新生神経細胞の病的凝縮に対する移動能向上の効果 9

松下勝義, 松本真実, 澤本和延, 藤本仰一

フロアフィールドモデルを用いた雑踏状態における

歩行者対向流の定量的解析 13

中井颯良, 磯部雅晴

走行ロボットの操縦データに基づく2次元最適速度モデルの

パラメータ推定 17

世良田竜平, 渡辺創大, 本田泰

単一の時系列データにおける渋滞発生の予兆検知について 21

中村佳祐, 岡本和也, 林邦好, 宮路智行, 友枝明保

走化性斥力作用系における被覆時間 25

大澤智興

2次元正方格子上の接触感染 29

石橋善弘, 福井稔

ランダムなしりとりの平均場解析 33

藤田悠朔, 鈴木岳人, 水口毅

変形可能な自己駆動粒子の数理的表現とその集団挙動

斎藤 稔¹

¹ 筑波大学 生存ダイナミクス研究センター

概要

高密度の細胞の集団運動や、柔らかい粒子の集団などをシミュレーションで扱うためには、変形可能粒子を大規模で計算可能な数理モデルが必要となる。本稿では、近年我々が提案した細胞輪郭のフーリエ基底による展開を用いた変形細胞モデルを紹介する。この手法では従来手法よりも大幅に多くの粒子数を扱うことが可能となる。

Mathematical modeling of deformable self-propelled particles and their collective dynamics

Nen Saito¹

¹ Life Science Center for Survival Dynamics, Tsukuba Advanced Research Alliance (TARA),
University of Tsukuba

Abstract

To simulate collective motion of densely packed cells or assemblies of soft deformable particles, a large-scale and computationally efficient mathematical model of deformable particles is required. In this manuscript, we introduce our recently proposed deformable cell model based on a Fourier-mode expansion of the cell contour. This approach enables simulations with a significantly larger number of particles than conventional methods.

1 はじめに

排除体積を介し相互作用する自己駆動粒子集団は近年盛んに研究されており、巨大な密度揺らぎ [1]、運動性誘起相分離 [2]、アクティブジャミング [3] など、平衡系では現れない様々な現象が報告されてきた。このような集団現象において粒子の形状は重要な要素であり、形状に依存し集団秩序が変化しうる。円形粒子で観測された運動性誘起相分離 [2] は、わずかに非円形の粒子では消失し [4]、また自己駆動する棒状粒子などでは局所的な配向秩序が出現し [5]、より複雑な形状ではより複雑な集合パターンが現れることが知られている [6]。一方で、細胞のように個々の細胞形状が変形しうる場合ではどのような集団運動が出現するか、理解は十分ではない。

細胞集団運動の文脈において、高密度状態の変形

可能細胞集団の挙動が数理的に様々に研究されてきた。特に最も広く用いられる手法はセルバーテックスモデル [7, 8] である。このモデルは隙間なく細胞が密集している状況における上皮細胞集団のモデルであり、個々の細胞は単純な凸多角形と近似される。セルバーテックスモデルから、細胞集団が体積分率に依存せずに剛性転移を起こすことなど、形状固定の粒子系では存在し得ない現象が報告されている [9, 10]。これらの現象は胚発生、創傷治癒、癌浸潤といった生物学的機能と密接に関連しているため近年注目を集めている。一方、間葉・アメーバ様細胞の集団や細胞間隙が存在する上皮細胞集団などは、バーテックスモデルの適用範囲であるためフェイズフィールド法を用いたモデリングなどが研究されている [12, 13] が、この手法は計算コストが大きく大

規模な計算が困難である。これらの問題点を克服し、計算量と表現力を併せ持つ新しい数理モデルが求められている。

2 提案モデル：フーリエ輪郭モデル

2.1 形状表現とハミルトニアン

我々は、個々の細胞の持つ二次元的な細胞輪郭をフーリエ基底で展開することで、多数の変形細胞の力学的相互作用を高速で計算できる数理モデルを開発した [11]。以下はこのモデル、フーリエ輪郭モデル (Fourier contour cell model) を説明する。

個々の細胞の細胞輪郭を、細胞の内部に存在する細胞中心（重心など） \mathbf{r}_c を原点とした極座標により表現することを考える（図1 (a)）。 \mathbf{r}_c から角度 θ 方向¹の輪郭までの距離を $R(\theta)^i$ とすると細胞輪郭は $\mathbf{e}_\theta = (\cos \theta, \sin \theta)$ を用いて $\mathbf{r}_c + R(\theta)^i \mathbf{e}_\theta$ のように表現できる。本モデルでは簡単のため、 $R(\theta)^i$ を一価関数に限定する。これは輪郭を star domain に限定したことに対応する。 $R(\theta)^i$ は周期関数であるため M 次までのフーリエ規定で展開すると

$$R^i(\theta) = R_0 \sum_{n=0}^M [a_n^i \cos n(\theta - \theta^i) + b_n^i \sin n(\theta - \theta^i)]$$

と表現できる。ここで $\{a_n^i\}, \{b_n^i\}$ はフーリエ係数であり R_0 は細胞の大きさを表現する定数パラメータである。また θ^i は細胞 i の細胞極性であり自己駆動方向を規定する。 $\{a_n^i\}, \{b_n^i\}$ には、細胞の面積 A^i を一定にする拘束条件²や細胞中心 \mathbf{r}_c の一意性を保証する条件³などを課す。

本モデルではさらに、場の関数 $\phi^i(\mathbf{r})$ を $R^i(\theta)$ から構成し、細胞内で $\phi^i(\mathbf{r}) = 1$ 、細胞外で $\phi^i(\mathbf{r}) = 0$ を取るように設計する（図1 (b)）。具体的には $\phi^i(\mathbf{r})$ は以下のように与えられる。

$$\phi^i(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \left(\frac{R^i(\arg(\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)) - |\mathbf{r} - \mathbf{r}_c^i|}{\epsilon} \right)$$

ただし ϵ を十分小さいパラメータであり、後に $\epsilon \rightarrow 0$ の極限を取る。このように定義した $\phi^i(\mathbf{r})$ を用いると、二細胞間でオーバーラップした部分の面積を $\int d\mathbf{r} \phi^i \phi^j$ のようにシンプルに表現することができる。今、細胞間の排除体積効果から生じるエネルギー罰

¹ θ は x 軸からの角度とする。

² 例えば $a_0^i = \sqrt{1 - \sum_{n=1}^M [(a_n^i)^2 + (b_n^i)^2]/2}$

³ $a_1^i = b_1^i = 0$

則はこのオーバーラップ面積に比例すると考えるとハミルトニアンは以下で与えられる。

$$\mathcal{H} = \lambda \sum_{i < j} \int d\mathbf{r} \phi^i \phi^j + \sum_i \eta \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{(R^i)^2 + (R^{i'})^2} d\theta$$

ただし $\sum_{i < j}$ は全ての i, j ペアに関する和であり、また $R^{i'} = \partial R^i / \partial \theta$ とした。第二項目は細胞周長に対する罰則であり張力を与える項となる。 λ と η はそれぞれ、排除体積と張力の大きさを与える定数パラメータである。

2.2 時間発展方程式

モデルの変数の時間発展方程式はハミルトニアンを対応する変数で微分することで得ることができる。 \mathbf{r}_c^i に関しては、ハミルトニアンの第一項目のみが寄与し、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_c^i &= \mathbf{v}^i - \mu_r \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{r}_c^i} = \mathbf{v}^i + \mu_r \int d\mathbf{r} \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \phi^i} \nabla \phi^i \\ &= \mathbf{v}^i + \mu_r \lambda \sum_{j \neq i} \int d\mathbf{r} \phi^j |\nabla \phi^i| \frac{\nabla \phi^i}{|\nabla \phi^i|}, \end{aligned}$$

と計算できる。ただし $\mathbf{v}^i = (v_0 \cos \theta^i, v_0 \sin \theta^i)$ は細胞遊走を表す自己駆動項、 μ_r は \mathbf{r}_c^i の mobility parameter である。

ここで $\epsilon \rightarrow 0$ の極限を取ると $|\nabla \phi^i|$ が輪郭上ののみで値を持つ surface delta 関数 $\delta_s(\mathbf{r} - R^i)$ となるため空間積分が細胞輪郭に沿った線積分 $\sum_{j \neq i} \int ds \phi^j \mathbf{n}^i$ に置き換わる。ただし \mathbf{n}^i は輪郭に対する法線ベクトルである。ここから \mathbf{r}_c^i の発展方程式は

$$\dot{\mathbf{r}}_c^i = \mathbf{v}^i + \mu_r \lambda \sum_{j \neq i} \int_0^{2\pi} d\theta \phi^j [R^{i'}(\theta) \mathbf{e}_\perp - R^i(\theta) \mathbf{e}_\theta] \quad .$$

と変形できる。ここで $\mathbf{e}_\perp = (-\sin \theta, \cos \theta)$ であり、また ϕ^j は $\mathbf{r}_c^i + R^i \mathbf{e}_\theta$ が細胞 j 内部に存在する場合は $\phi^j = 1$ 、そうでなければ 0 を取るような関数である。

自己駆動方向 θ^i の発展方程式も同様に

$$\begin{aligned} \dot{\theta}^i &= -\mu_\theta \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \theta^i} + \sqrt{2D_r} \xi^i \\ &= \mu_\theta \lambda \sum_{j \neq i} \int_0^{2\pi} d\theta \phi^j R^{i'}(\theta) R^i(\theta) + \sqrt{2D_r} \xi^i \end{aligned}$$

と導出できる。ここで ξ^i は $\langle \xi^i(t) \rangle = 0$, $\langle \xi^i(t) \xi^j(t') \rangle = \delta_{i,j} \delta(t - t')$ となる白色ガウスノイズである。本稿では自己駆動方向 θ^i にのみノイズが存在する場合を考えたが他の変数にノイズを導入す

ることも可能である。同様に $\{a_n^i\}$, $\{b_n^i\}$ の発展方程式も

$$\begin{aligned}\dot{a}_n^i &= \mu_{ab}\lambda \sum_{j \neq i} \int_0^{2\pi} d\theta \phi^j R^i(\theta) \frac{\partial R^i(\theta)}{\partial a_n^i} \\ \dot{b}_n^i &= \mu_{ab}\lambda \sum_{j \neq i} \int_0^{2\pi} d\theta \phi^j R^i(\theta) \frac{\partial R^i(\theta)}{\partial b_n^i}\end{aligned}$$

のよう導出できる。

数値計算としてはオイラー丸山法などで時間方向の数値積分を行い、各時間ステップで各細胞ごとに $0 \leq \theta \leq 2\pi$ の区間での θ の数値積分を行う。フェイズフィールド法などと異なり毎ステップに面積積分を行う必要がないため高効率の計算を行うことができ、1CPU で 10^4 細胞のシミュレーションなどが可能となる(図 1 (c))。

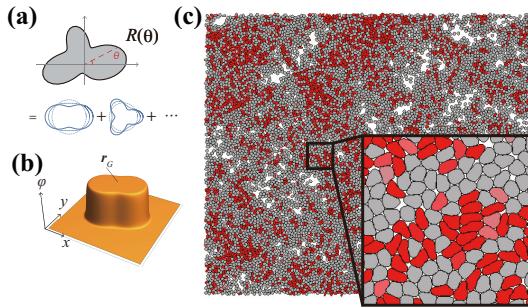


図 1: (a) 細胞輪郭の極座標表示とそのフーリエ基底による展開。(b) 場の関数 $\phi^i(\mathbf{r})$ 。(c) 10^4 細胞のシミュレーション。赤色は細胞の変形度合いを表す。

3 結果と考察

このモデルを用いて、排除体積効果で相互作用する自己駆動変形粒子集団のシミュレーションを行ない、体積分率 0.95 の高密度条件における細胞集団挙動を調べた [11]。自己駆動力の大きさ v_0 と張力 η を変えることで固体相、流体相、およびもう一つの流動化状態(「ソフト流体相」)という三つの相が出現することが分かった。固体相では粒子は三角格子状に並んだ配置を取り粒子間の配置換えは起こらない(図 2 (a))。流体相では個々の細胞は円形を保つつた細胞の遊走性に駆動されて組織全体が流動化する(図 2 (b))。ソフト流体相では、個々の細胞は大きく変形し、変形と遊走性により組織が流動化を起こす(図 2 (c))。またシミュレーションの結果、流体相とソフト流体相との間の転移はトポロジカル欠陥

のパーコレーション転移として理解できることが示された。

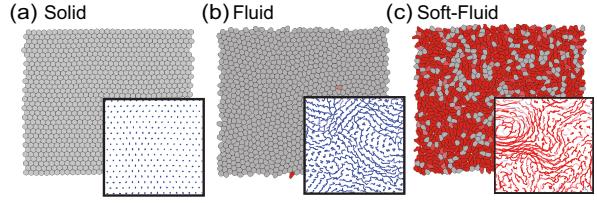


図 2: 各相におけるスナップショットとその粒子軌道(インセット)。赤色は細胞の変形度合いを表す。

4 まとめ

変形可能な自己駆動粒子の集団を高効率で計算することができる数理モデルを提案した。同様に粒子形状をパラメトリズしたモデルはこれまで多数提案されてきた [14, 15, 16] が排除体積効果やトルクの効果を正確に計算することに困難があるという問題点があった。我々の研究では場の関数 ϕ^i を導入することでこれらの問題点を解決し、高密度にパッキングされた粒子集団のジャミングや剛性転移などの問題にアプローチができる。また界面幅パラメータ ϵ の 0 極限を取ることで相互作用に寄与する空間上の領域を輪郭のみに限定することができ、フェイズフィールド法に比べ計算時間を短縮することができる。

提案モデルは、接着効果や分裂・細胞死、走化性などの効果も導入することが可能である。またフェイズフィールド法とも深い関係があり、フェイズフィールド法の縮約方程式として類似の方程式を導出できることも可能である。その他、三次元化、並列計算、あるいは star domain の制約を緩和する手法などの展開も今後の重要な課題である。

参考文献

- [1] Fily and Marchetti, *Phys. Rev. Lett.*, 108(23):235702, 2012.
- [2] Cates and Tailleur, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.*, 6(1):219–244, 2015.
- [3] Henkes et al., *Phys. Rev. E*, 84(4):040301, 2011.
- [4] Großmann et al., *Nat. Commun.*, 11(1):1–12, 2020.

- [5] Bär et al., *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.*, 11:441–466, 2020.
- [6] Denk et al., *Phys. Rev. Lett.*, 116(17):178301, 2016.
- [7] Nagai and Honda, *Philos. Mag. B*, 81(7):699–719, 2001.
- [8] Staple et al., *Eur. Phys. J. E*, 33:117–127, 2010.
- [9] Bi et al., *Nat. Phys.*, 11(12):1074–1079, 2015.
- [10] Bi et al., *Phys. Rev. X*, 6(2):021011, 2016.
- [11] Saito and Ishihara, *Sci. Adv.*, 10(19):eadi8433, 2024.
- [12] Nonomura, *PLoS One*, 7(4):e33501, 2012.
- [13] Loewe et al., *Phys. Rev. Lett.*, 125(3):038003, 2020.
- [14] Itino et al., *J. Phys. Soc. Jpn.*, 80(3):033001, 2011.
- [15] Ohta, *J. Phys. Soc. Jpn.*, 86(7):072001, 2017.
- [16] Menzel and Ohta, *EPL*, 99(5):58001, 2012.

乳幼児の語彙発達とダイナミックシステムアプローチ

阪上雅昭¹, 萩原広道²

¹ 京都大学 人間・環境学研究科

² 大阪大学 人間科学研究科

概要

乳幼児語彙の意味発達を検討するため, CDI データに VAE を適用し潜在空間を可視化した。英語と中国語の比較から, 名詞と動詞等の分節化が異なる時期に生じることが明らかとなり, 語の意味発達がアトラクター分岐として理解できる可能性を示した。

A Study on Infant Vocabulary Development based on the Dynamic Systems Approach

Masa-aki Sakagami¹, Hiromichi Hagihara²

¹ Graduate School of Human and Environmental Studies Kyoto University

² Graduate School of Human Sciences, The University of Osaka

Abstract

We applied a Variational Autoencoder to CDI vocabulary data to visualize lexical development. English and Chinese showed different timing in the emergence of noun-verb differentiation, suggesting that semantic development follows attractor-like bifurcations in latent space.

1 はじめに

発達初期の語彙は名詞が中心であることが広く報告されている。このため従来の研究は, 名詞学習が早期に成立する理由や, 動詞学習との困難度の差に焦点を当ててきた。しかし, 語の意味がどのような過程を経て形成されるのかという問題は十分に解明されておらず, 名詞が初期から静的な〈モノ〉カテゴリーを直接指示しているとは限らない可能性が指摘されている。

本研究が採用する胚性詞仮説 [1] は, 語の意味発達を次の二点から捉える立場である。 (a) 名詞の意味は初期には《靴を履く》のように〈モノ+行為〉が未分化な総体としての〈出来事〉に対応しており, 〈モノ〉だけに分節化していない。 (b) 発達のある時期を境に, 語の意味は〈出来事〉から分節化(脱文脈化)し, 名詞は〈行為〉に左右されない〈モノ〉のみを指示するようになる。この仮説に従えば, 語の意味は〈出来事〉表象から〈モノ〉表象へと分化していく動的過程として理解される。

この意味分節化過程は, 発達を非線形な変化として記述するダイナミックシステムアプローチ [2] と親和的である。同アプローチでは, 発達は連続的な増加ではなく, 状態空間におけるアトラクターの形成や

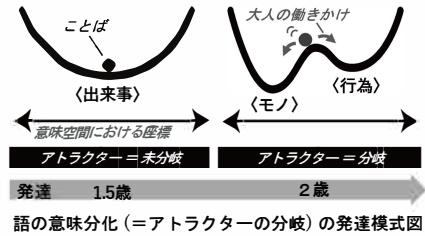


図 1: アトラクターの分岐の模式図

分岐として特徴づけられる。胚性詞仮説をこの枠組みで捉えると、初期の〈出来事〉アトラクターから、名詞を中心とした〈モノ〉アトラクターと、動詞を中心とした〈行為〉アトラクターが分岐する過程として理解することができる（図1）。

この仮説を検討するため、本研究では乳幼児の表出語彙を CDI (MacArthur Communicative Development Inventories) [3] により収集し、その高次元語彙データに対して変分オートエンコーダ (Variational Autoencoder : VAE) を適用した [4]。VAE は高次元データを低次元の潜在空間に写像する生成モデルであり、語彙の発達的変化が潜在空間においてどのような幾何構造を形成するかを明らかにすることが可能である。特に、潜在空間上で発達に伴いアトラクター様の構造が出現し、名詞と動詞の分節化に対応する分岐が観測されるかどうかを検討する。

2 VAE による乳幼児のことばの発達の可視化

図2は月齢16か月から30か月の乳幼児（米国）のべ9093名を対象に表出語彙数を調査した英語CDIデータをVAE[4]で解析した結果である。英語CDIは、名詞が動物、おもちゃなど11カテゴリー、さらに動詞、形容詞、加えて代名詞や助詞などの閉じた語が7カテゴリーあり、全体で22カテゴリー680語のチェックリストである。こどもが表出している語を保護者がチェックリストに記入する形でデータが収集される。現在42言語についての調査結果がwordbank[3]というデータベースで公開されている。

本研究のVAEでは、680次元のCDIデータを3次元の潜在空間に縮約し、その潜在表現から680次元データを再構成するようにencoderとdecoderからなるニューラルネットワークを教師なし学習で訓練した。encoderによって得られた被験者9093名の潜在空間での分布は、特徴的な「バナナ状」の構造を示した。さらに、英語CDIの680語のうち、全く表出語彙がないケースを**birth point**、全語を表出したケースを**end point**とし、潜在空間上に配置した。birth pointからend pointに至る構造に沿って総語彙数が増加しており、被験者を総語彙数順に並べ200名ごとに平均位置を求めてつないだ緑の曲線は、潜在空間上の「**平均発達曲線**」を表す。このように潜在空間のバナナ構造は、乳幼児の語彙発達（表出語彙数の増加）の「かたち」と「うごき」を可視化している。

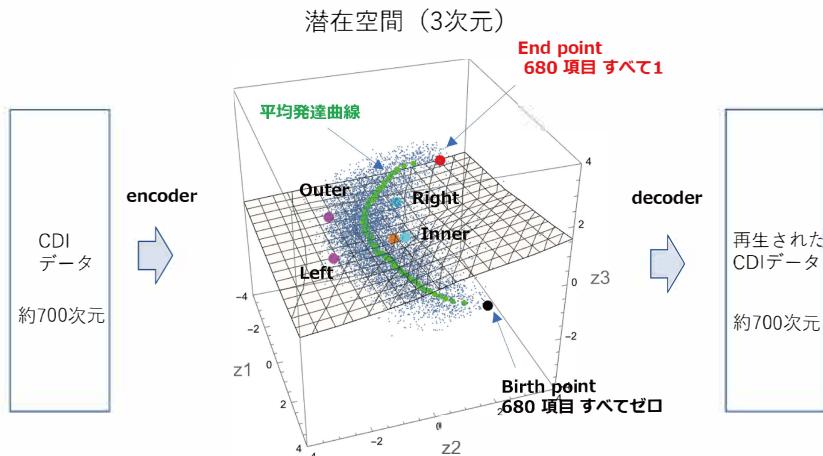


図2: 英語VAEと潜在空間

VAEは生成モデルであるため、潜在空間上の任意の点に対応するCDIデータをdecoderによって生成できるという特徴をもつ。その特徴を利用して、バナナ構造内の位置とことば発達の関係を調べた。図2のオレンジ点は潜在空間の原点を表しており、この点から見てバナナ構造の左側・右側を定義した。また、動径方向として原点から遠い方向を外側、近い方向を内側とした。図2の曲面は総語彙数割合が0.4（総語彙数 $0.4 \times 680 = 272$ ）の等高面を示している。総語彙数が272語あたりの200名を抽出して共分散行列を計算し、左側、右側、外側、内側に 2σ ずらしたのが図中のLeft, Right, Outer, Innerの4点で

ある。これら 4 点における 680 語の生成確率を decoder によって取得した結果、左側方向へのずれは名詞優位な語彙発達をもたらし、右側方向へのずれは動詞・形容詞・閉じた語といった動詞等優位の発達をもたらすことが示された。

外側・内側方向の違いには追加の説明が必要である。各語には vocabulary of acquisition (voa) が定義されており、これは平均発達曲線上でその語を半数の子どもが表出するようになる総語彙数割合を示す。総語彙数割合 0.4 の時点において、voa が 0.4 未満の語は半数以上の子どもが表出し、0.4 より大きい語は半数以下の子どもしか表出しない。潜在空間で外側方向にすると、voa の小さい語（多くの子どもが一般的に早期に獲得する語）の表出確率がさらに高まることが分かった。これを本研究では「popularity が高い」と表現する。内側方向へのずれはその逆の傾向を示す。

他言語における発達構造がどのように現れるのかを検討するため、中国語 CDI データに対して同様の VAE 解析を行った。図 3 は、月齢 16 か月から 30 か月の乳幼児のべ 1056 名を対象とした中国語 CDI の潜在空間である。この潜在空間は英語とは大きく異なる特徴を示し、特に動径方向の厚みが非常に小さく、左右方向に大きく腕を広げた形状が得られた。このことは、中国語の語彙発達が英語と比べて、潜在空間の特定次元に強く集中的な構造をもつことを示唆している。

発達は英語の場合と同様、birth point から始まり、構造の下端（図中の青点付近）を通って end point に向かって進行する。緑の曲線は英語 CDI と同様に、総語彙数順に並べた被験者の平均位置を結んだものであり、（平均発達曲線）を表す。さらに、英語 CDI と同じ手法により、平均発達曲線からの偏差（左右・動径方向）が語彙発達に与える意味を調べたところ、中国語でも左側方向は名詞優位、右側方向は動詞等優位、外側・内側方向はそれぞれ popularity の高低に対応し、英語 CDI と同様の傾向が確認された。

これらの結果から、VAE によって得られる潜在空間は、CDI データに基づく乳幼児の語彙発達の全体構造を、相対論における時空図になぞらえることのできる「かたち」として提示していると言える。birth point から end point へ向かう軌跡が発達そのものを表し、潜在空間の位置が語彙選択の傾向を意味づけることも明らかとなった。加えて、英語と中国語では潜在空間の「かたち」が大きく異なっており、語彙発達の文化・言語的差異が潜在構造として反映されること非常に興味深い。

3 VAE 特徴量による語の表出の発達の可視化

ここまで、さまざまな発達段階にある子どもの CDI データを潜在空間に布置することで、語彙発達全体の「かたち」と「うごき」を可視化してきた。本章では、個体ではなく語そのものに焦点を当て、各語が潜在空間においてどのような発達的意味をもつのかを、VAE により定量化し可視化する。図 4 は語 go を例に、VAE 特徴量の算出方法を示したものである。

まず、go の voa (vocabulary of acquisition) は 0.125 であり、平均発達曲線上で総語彙数割合が 0.125 に到達した時点で、50 % の子どもが go を表出することを意味する。図中の曲面は総語彙数割合 0.125 の等高面である。この等高面上に描かれた曲線は go の表出確率の等高線であり、赤い矢印の方向に向かって単調に増加する。

Left, Right, Outer, Inner の 4 点は、第 2 章と同様に、平均発達曲線上の総語彙数割合 0.125 を保ったまま、潜在空間内で左側・右側・外側・内側にそれぞれ 2σ ずらした位置である。decoder によって求められた go の表出確率を比較すると、Left - Right = -0.407, Outer - Inner = -0.105 となる。これらの値は、それぞれ語がどの程度「名詞的方向／動詞的方向」に偏るか

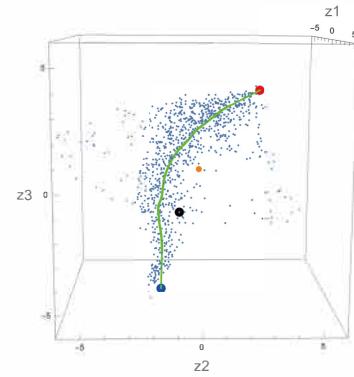


図 3: 中国語 CDI の潜在空間

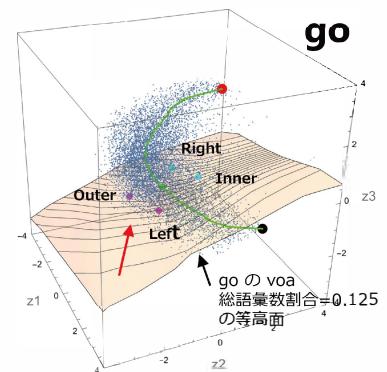


図 4: go の特徴量の計算方法

(Left - Right), また「popularity の高低方向」に偏るか (Outer - Inner) を表す. したがって, (voa, Left - Right, Outer - Inner) = (0.125, - 0.407, - 0.105) が, 語 go の VAE 特徴量である. この結果は, go が比較的早期に獲得され (voa が小さい), 獲得時点では右側 (動詞等優位) 方向に強く, かつ内側方向にわずかに寄っていることを示す.

図 5 は英語 CDI の 680 語について同様に計算された 3 つの VAE 特徴量の分布であり, クラスタリングによって 3 つのクラスターに分類されている. 青色クラスターの語は CDI の名詞カテゴリーとほぼ一致し, これを名詞クラスターと呼ぶ. 黄色および緑色のクラスターは, それぞれ動詞・形容詞カテゴリーおよび閉じた語カテゴリーに対応する. ここで強調しておきたいのは, クラスタリングには品詞情報を一切使用しておらず, VAE 特徴量という純粋に表出頻度に基づくデータ駆動的な指標のみを用いている点である. それにもかかわらず, 語の意味論的カテゴリーに対応する構造が自動的に抽出されていることはきわめて興味深い.

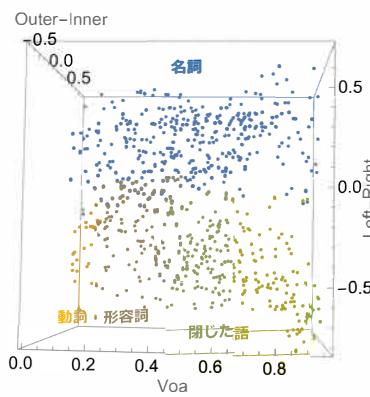


図 5: 英語 VAE 特徴量

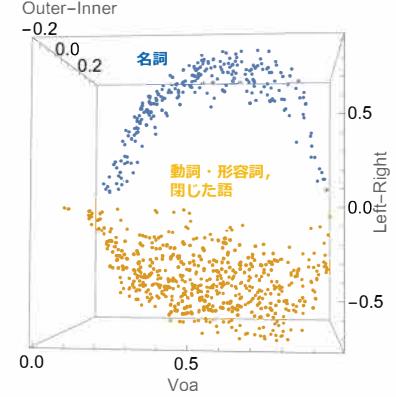


図 6: 中国語 VAE 特徴量

図 6 は中国語 CDI の 799 語についての VAE 特徴量である. 中国語の場合は, 語彙が名詞クラスターと動詞等クラスター (動詞・形容詞・閉じた語) に明瞭に二分される. さらに, 図 6 では voa が小さい発達初期の段階すでにクラスターの分離が明確に現れている. 一方, 図 5 の英語 CDI では発達初期にはクラスター境界が曖昧であり, 発達が進むにつれて両クラスターが徐々に分離していく様子が見られる.

4 まとめ

本研究では, 乳幼児語彙の発達過程をダイナミックシステムの観点から捉えるため, CDI データに対して VAE を適用し, 潜在空間における語彙発達の「かたち」と「うごき」を可視化した. その結果, 英語・中国語ともに, 潜在空間上で名詞優位方向と動詞等優位方向が明確に表れることが確認され, 語彙意味の分節化がアトラクターの分岐として理解できる可能性が示された.

特に, 中国語では発達初期の段階から名詞クラスターと動詞等クラスターが明瞭に二分されており, 名詞アトラクターと動詞等アトラクターが早期に形成されていることが示唆された. 一方, 英語では初期段階においてクラスター境界が曖昧であり, 発達が進むにつれて徐々に分離が強まることが見られた. これは, 英語の語彙発達が胚性詞的な未分化状態から分節化へと移行する過渡期をより長く保持していることを示すものである.

参考文献

- [1] H. Hagiwara and M. Sakagami, *Cognition* **226** (2022) 105177
- [2] E. Thelen and L.B. Smith, "A Dynamic Systems Approach to the Development of Cognition and Action", MIT Press, Cambridge, MA (1994)
- [3] M. Frank, et al. Wordbank: <https://wordbank.stanford.edu/>
- [4] D.P. Kingma and M. Welling, (2014). Auto-Encoding Variational Bayes.

新生神経細胞の病的凝縮に対する移動能向上の効果

松下勝義, 松本真実, 澤本和延, 藤本仰一

広島大学 統合生命科学研究科, 名古屋市立大学 医学研究科

概要

成人脳においても、深部領域では新たなニューロンが誕生する。しかしこれらの新生ニューロンは脳損傷部位へ移動できず、損傷修復に寄与できない。最近、松本らはニューロン移動障害がニューロン凝集に起因することを発見した [1]。さらに、分子的な接着強化により凝集が生じると実証した。この凝集を解決することが脳損傷の修復に寄与する可能性がある。本論文では、簡便な解決策として、ニューロン遊走能を促進する治療法を検証した。我々の結果は、遊走促進治療の可能性を示唆する。さらに松本らが提案した接着強化の直接的解決策との併用が効果的である。

Effects of Motility Enhancement on Pathological Aggregation of New Neuron

Katsuyoshi Matsushita, Mami Matsumoto, Kazunobu Sawamoto, Koichi Fujimoto

Graduate School of Integrated Sciences for Life, Hiroshima University,
Graduate School of Medicine, Nagoya City University

Abstract

New neurons are born in a deep region, even in the adult brain. The new neurons cannot migrate into the brain-injured region and, therefore, they cannot repair the injury. Recently, Matsumoto *et al.* found that the migration dysfunction of neurons originates from neuron aggregation [1]. Furthermore, they demonstrated that pathological adhesion of neurons occurs due to the strengthening of molecular adhesion. Solving this aggregation may contribute to the repair of brain injury. In the present paper, as a simple solution, we examine the treatment that enhances neuron motility. Our results imply that the treatment is possible. Furthermore, it suggests that the treatment, combined with a direct solution of adhesion strengthening discussed by Matumoto *et al.*, is effective.

1 Introduction

New neurons possess a remarkable ability to migrate for the development of a highly sophisticated brain structure. Even in the case of the postnatal human brain, new neurons are born, and therefore have the potential to repair brain injury [2]. In this case, because new neurons are born in a deeper region of the brain, the ability to migrate to the brain-injured region is indispensable to supply new neurons to that region. Surprisingly, the new neurons are actually known to have high spontaneous motility and long-distance migration ability [3]. Therefore, the application of their motility to supply new neurons has been well investigated in recent years [4, 5].

Previous investigations have reported that the new neurons exhibit migration disorders into the injured regions. Recently, Matsumoto *et al.* found that the aggregation of new neurons near the injured region leads to migration disorder [1]. Furthermore, they reported that an adhesion molecule, PSA-NCAM [6], is dysfunctional due to its strengthened adhesion [7], which was already known to be the origin of migration disorders [8]. The corresponding model simulation supports the notion that the dysfunction originates from strengthened adhesion. In fact, the reduction of the strengthened adhesion by medical treatment promotes the invasion of new neurons into the injured region.

As a simple solution for aggregating neurons, we can expect a treatment that enhances neuron motility. In recent years, various treatment techniques have made significant progress in guiding new neurons to the injured region [9, 10]. Although the guiding techniques do not simply correspond to an enhancement of motility for our purpose, further progress of related techniques for neuron migration will enable us to enhance neuron motility effectively. To explore the potential application of the treatment, we examine its effect on the aggregation state based on the model.

2 Model

The model is based on the two-dimensional $M + 2$ -state cellular Potts model on the square lattice [11]. The system simulates the collective migration of $M = 48$ neurons flow through a pipe consisting of glial cells in the brain. The pipe consists of $L_x = 192 \times L_y = 36$ sites in x and y -directions, respectively. Periodic boundary conditions are imposed for these directions, and random obstacles around as follows the previous work [12], $y = 0$ are placed to inhibit the passage through of neurons, as shown in Fig. 1(a) and 1(b).

The configuration of neurons in this model corresponds to domains of Potts states. 0th and $M + 1$ domains indicate the extracellular matrix and obstacles consisting of glial cells. Except for the two states, the state corresponding to the cell occupied at the site \mathbf{r} is denoted by $m(\mathbf{r})$. The m th cell has motility vector \mathbf{p}_m and the base position \mathbf{R}_m . These are initially random.

The configuration changes in a stochastic copy trials. The process is given as the Monte Carlo simulation with the transition probability of Hamiltonian $\mathcal{H}(s)$, where s consists of $\{m(\mathbf{r})\}$, $\{\mathbf{p}_m, \mathbf{R}_m\}$. The copy trial is made to a randomly chosen site \mathbf{r} from its randomly chosen neighboring site \mathbf{r}' . The copy is accepted by the Metropolis probability with Boltzmann weight $P(s) = \exp[-\beta\mathcal{H}(s)]$ with $\beta = 0.5$. In a single Monte Carlo step (mcs), $16L_xL_y$ copy trials take place and then p_m is updated by [13–15]

$$\dot{\mathbf{p}}_m = \frac{1}{a\tau} \hat{P}_{\mathbf{p}_m} \dot{\mathbf{R}}_m. \quad (1)$$

Here, $\hat{P}_{\mathbf{p}_m}$ is the projection operator to \mathbf{p}_m , τ is the relaxation time scale of 4.0 and a is the lattice constant. Simultaneously, \mathbf{R}_m is updated to the mass center of the m th cell.

Following the previous work [1], we employ the Hamiltonian \mathcal{H} consisting of interface tension \mathcal{H}_{st} , volume constriction and elongation \mathcal{H}_v , motility \mathcal{H}_m , adhesion \mathcal{H}_{cca} , and obstacle \mathcal{H}_w parts. The limitation of pages does not permit all the details of these terms and parameters to simulate the saltatory migration of real neurons [16] and the interaction with glial cells [17, 18]. Furthermore, the details are essentially negligible for explaining the aggregation phenomena. Therefore, we only ex-

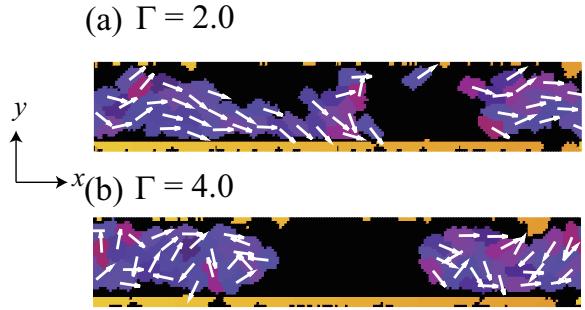


Fig. 1: Typical neuron configuration for (a) $\Gamma = 2.0$ and (b) $\Gamma = 4.0$. The neurons, obstacles, and extracellular matrix are colored purple (or violet), yellow, and black, respectively. Arrows represent the direction of \mathbf{p}_m .

plain the two important terms for our examination on the enhancement of motility here, the motility \mathcal{H}_m and the adhesion \mathcal{H}_{cca} .

The motility term [19] is

$$\mathcal{H}_m = -\gamma \sum_{\mathbf{r}\mathbf{r}'} (\zeta_{m(\mathbf{r})} + \zeta_{m(\mathbf{r}')}) \eta_{m(\mathbf{r})m(\mathbf{r}')}. \quad (2)$$

Here, $\zeta_{m(\mathbf{r})}$ is the inner product between the unit vector from $\mathbf{R}_{m(\mathbf{r})}$ to \mathbf{r} and \mathbf{p}_m . This function indicates that the adhesion molecule density is in the peripheral region of the neuron. η_{kl} is 0 for $k = l$ and otherwise 1. This is introduced to express that the motility arises from mechanical contacts between neurons. This term represents the motility induced by recognition of other neurons. In the present paper, we vary γ to examine the effect of motility enhancement.

This motility reflects mutual recognition of the neurons through their mechanical contacts because of $\eta_{m(\mathbf{r})m(\mathbf{r}')}$. Therefore, the migrating neurons form a chain structure, in which neurons follow one another through mechanical contacts [20]. This migration mechanism suggests that migration and adhesion are closely linked because adhesion controls the mechanical contacts. Neuron aggregation due to strengthened adhesion may result in migration disorders. Conversely, the motility that induces neuron migration may solve the aggregation effect on the collective migration. This work aims to confirm the existence of such an effect.

The adhesion term [15, 21] is

$$\mathcal{H}_{cca} = -\Gamma \sum_{\mathbf{r}\mathbf{r}'} \xi_{m(\mathbf{r})} \xi_{m(\mathbf{r}')} \eta_{m(\mathbf{r})m(\mathbf{r}')}. \quad (3)$$

Here, $\xi_m = 1 + \lambda \zeta_m$ and we set $\lambda = 0.3$, following the previous work. This adhesion setting represents that adhesion mainly occurs on the cell body side of a neuron. By using these settings, we simulate neuron migration and examine the effect of motility enhancement on aggregation.

3 Result

At first, we confirm the realization of collective migration and aggregation. We obtain a steady state with $\gamma = 1.2$ through the 5×10^3 mcs. Figures 1(a) and 1(b) show the neuron configuration and their migration directions for $\Gamma = 2.0$ and for $\Gamma = 4.0$, respectively. For $\Gamma = 2.0$, the neurons form a chain in the x -direction, and the motility directions exhibit ordering in the same directions. This configuration implies the existence of collective chain migration of neurons. As empirically observed, the new neurons form a cellular chain during their migration. Hence, this result agrees with the empirical knowledge [20].

In contrast, for $\Gamma = 4.0$, the neurons exhibit a relatively compact configuration. Additionally, the motility directions exhibit disorder. These observation suggests that the neurons form an aggregation and are pinned there. The aggregation is also consistent with the empirical observation in the case of strengthened adhesion [1]. From these results, we use the values of Γ to examine driving migration in cases of collective migration and aggregation.

To examine the driving effect on these states, we consider the evaluation of the order parameter and collective velocity in the steady state. Then, we evaluate the time average of the order parameter in the steady state [22]

$$P = \int_T dt \frac{1}{MT} \left| \sum_m \mathbf{p}_m(t) \right|. \quad (4)$$

and collective velocity

$$v = \int_T dt \frac{1}{MT} \left| \sum_m \mathbf{d}_m(t) \right|. \quad (5)$$

Here, \mathbf{d}_m is the displacement of the m th cell per mcs, and $T = 5 \times 10^3$ Monte Carlo steps. If the driving migration solve the neuron aggregation, we can expect that P and v increase with the motility γ . Therefore, we can evaluate the effect through the calculation of these values as a function of γ [1, 14].

Before the discussion of those values, we show a configuration example to get understanding for the enhancement effect of motility for aggregation state. Figure 2(a) shows a snapshot configuration for $\Gamma = 4.0$ and $\gamma = 1.6$. The value of Γ corresponds to the aggregation for $\gamma = 1.2$. In contrast, the neurons exhibit an ordering state of \mathbf{p}_m for $\gamma = 1.6$. Therefore, at least, there exists the case that the enhancement of motility solve aggregation state and thereby successfully induces the collective chain migration.

Figure 2(b) shows P as a function of γ . We gives the data for the cases of aggregation $\Gamma = 4.0$, collective migration $\Gamma = 2.0$, individual migration $\Gamma = 0.0$. For low γ , independently of values of Γ , the motility directions take disorder in time average. With increasing γ , the order of motility occurs at

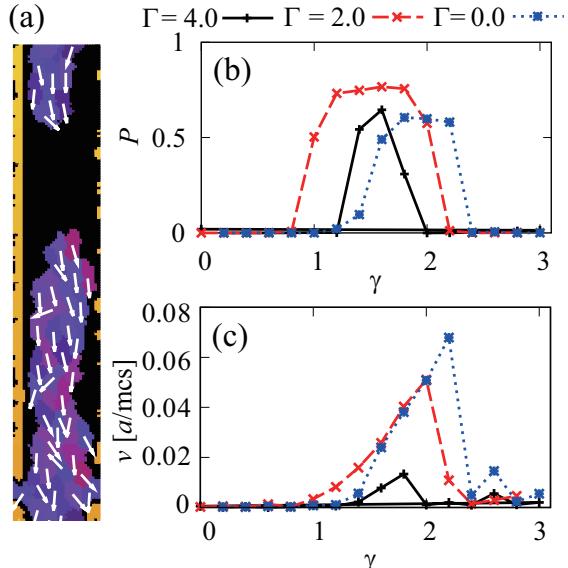


Fig. 2: (a) the configuration for $\Gamma = 4.0$ and $\gamma = 1.6$. The colors and arrows are common with Fig. 1(a) and (b). (b) The order parameter of the motility direction P as a function of the motility γ and (c) the collective velocity v as a function of the motility. The values are calculated for the case of aggregation at $\Gamma = 4.0$ (solid line), that of the collective migration at $\Gamma = 2.0$ (dashed line), and individual migration at $\Gamma = 0.0$ (dotted line)

the lowest value of γ for the case of collective migration, and at a next lower value occurs for the case of aggregation. The motility directions in the case of individuals are mostly difficult to take order for low γ . This result is easily expected to come from its random walk without intercellular adhesion.

With further increasing γ , these cases commonly and abruptly lost their order. The result is consistent with that of a previous work [14]. The motility enhancement is effective for an optimal value as a function of the adhesion. In the case of individual neurons, the order of the motility is maintained at relatively high values of γ [23].

The increasing P in the case of aggregation implies that the increase in γ , namely, the motility enhancement, is at least effective for the occurrence of the motility direction ordering. Therefore, the collective migration may occur in the range of γ . To confirm this, we also show v as a function of γ in Fig. 2(c). The corresponding v for the case of aggregation at $\Gamma = 4.0$ actually increases in the common range of γ for P . However, the values of v are relatively smaller than those of collective migration and individual cases.

In contrast to the case of the aggregation for $\Gamma = 4.0$, the $\Gamma = 2.0$ and $\Gamma = 0.0$ shows relatively high acceleration with increasing γ . In particular,

in the case of $\Gamma = 2.0$, the collective migration occurs in a wide range of γ , including low γ around 1. Therefore, the proper strength of adhesion $\Gamma = 2.0$ for collective migration is most effectively responsive to the motility enhancement in our calculation range.

4 Discussions and Remarks

The present work investigates the enhancement effect of neuron motility on neuron migration. In particular, we focus on mitigating the effects of neuron aggregation resulting from strengthened adhesion. The motility enhancement actually promotes motility ordering in the case of aggregation, despite the strengthened adhesion. The effect on the collective velocity appears to be due to ordering. The effect is relatively small in both collective and individual migration cases.

From this result, the solution for neuron aggregation is a combined use of motility enhancement and normalization of strengthened adhesion. In fact, our results suggest that the motility enhancement mostly promotes the case of the collective migration for $\Gamma = 2.0$. The previous work already provides a technique for normalizing adhesion [1], which can be combined for use in the future.

We also observed in Fig. 2(b) that the abrupt drop of P with increasing γ is common for all cases in our calculation. Therefore, the motility enhancement is limited to a specific range of motility γ . As previously mentioned, this type of collective deceleration commonly occurs in collective migration simulations. The origin of this deceleration is the synergetic effect between the adhesion and the motility, as discussed by Kabla [14]. In the discussion, the high motility breaks the adhesion contacts between neurons, leading to disordered motility directions. In contrast, too low motility cannot promote motion ordering between the neurons. As a result, the proper range of motility for effectively driving collective migration corresponds to cases with comparable values of adhesion and motility.

This explanation, based on the synergetic effect, is only applicable to cases of adhesive contact neurons. However, the abrupt deceleration is also observed in the individual neurons with $\Gamma = 0.0$ for larger γ . In the larger values of γ than 2.4, the low values of v may imply that the neuron shape may be unstable due to high motility in our simulation limit [24]. The small, fluctuating values of v above $\gamma = 2.4$ may reflect instability.

We thank S. Yabunaka and M. Sawada for providing various related knowledge. This work was supported by JSPS KAKENHI (Grant Number 23K03342) and AMED (Grant Number JP19gm1210007).

References

- [1] M. Matsumoto, K. Matsushita, M. Hane, C. Wen, C. Kurematsu, H. Ota, H. B. Nguyen, T. Q. Thai, V. Herranz-Pérez, M. Sawada, K. Fujimoto, J. M. García-Verdugo, K. D. Kimura, T. Seki, C. Sato, N. Ohno, and K. Sawamoto, *EMBO Mol. Med.* **16**, 1228 (2024).
- [2] K. Obernier and A. Alvarez-Buylla, *Development* **146**, dev156059 (2019).
- [3] C. Lois and A. Alvarez-Buylla, *Science* **264**, 1145 (1994).
- [4] M. Sawada and K. Sawamoto, *The Keio Journal of Medicine* **62**, 13 (2013).
- [5] N. Kaneko, M. Sawada, and K. Sawamoto, *J. Neurochem.* **141**, 835 (2017).
- [6] U. Rutishauser, *Nat. Rev. Neurosci.* **9**, 26 (2008).
- [7] F. Doetsch, J. M. García-Verdugo, and A. Alvarez-Buylla, *J. Neurosci.* **17**, 5046 (1997).
- [8] C. P. Johnson and D. E. L. I. Fujimoto, U. Rutishauser, *J. Biol. Chem.* **280**, 137 (2005).
- [9] I. Ajioka, H. Jinnou, K. Okada, M. Sawada, S. Saitoh, and K. Sawamoto, *Tissue Engineering Part A* **21**, 193 (2015).
- [10] T. Fujioka, N. Kaneko, I. Ajioka, K. Nakaguchi, T. Omata, H. Ohba, R. Fässler, J. M. García-Verdugo, K. Sekiguchi, N. Matsukawa, and K. Sawamoto, *EBioMedicine* **16**, 195 (2017).
- [11] F. Graner and J. A. Glazier, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2013 (1992).
- [12] K. Matsushita, H. Hashimura, H. Kuwayama, and K. Fujimoto, *J. Phys. Soc. Jpn.* **91**, 054802 (2022).
- [13] B. Szabó, G. J. Szollosi, B. Gonci, Z. Juranyi, D. Selmeczi, and T. Vicsek, *Phys. Rev. E* **74**, 061908 (2006).
- [14] A. J. Kabla, *J. R. Soc. Interface* **9**, 3268 (2012).
- [15] K. Matsushita, *Phys. Rev. E* **95**, 032415 (2017).
- [16] A. Bellion, J.-P. Baudoin, C. Alvarez, M. Bornens, and C. Métin, *J. Neurosci.* **25**, 5691 (2005).
- [17] N. Kaneko, V. Herranz-Pérez, T. Otsuka, H. Sano, N. Ohno, T. Omata, H. B. Nguyen, T. Q. Thai, A. Nambu, Y. Kawaguchi, and K. S. J. M. García-Verdugo, *Sci. Adv.* **4**, eaav0618 (2018).
- [18] K. Matsushita, *Phys. Rev. E* **101**, 052410 (2020).
- [19] K. Matsushita, T. Arakaki, and K. Fujimoto, *J. Phys. Soc. Jpn.* **93**, 114801 (2024).
- [20] C. Lois, J. M. Garcia-Verdugo, and A. Alvarez-Buylla, *Science* **271**, 978 (1996).
- [21] K. Matsushita, *Phys. Rev. E* **97**, 042413 (2018).
- [22] T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Shochet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1226 (1995).
- [23] K. Matsushita, K. Horibe, N. Kamamoto, and K. Fujimoto, *J. Phys. Soc. Jpn.* **88**, 103801 (2019).
- [24] J. A. Glazier and F. Graner, *Phys. Rev. E* **47**, 2128 (1993).

フロアフィールドモデルを用いた雑踏状態における歩行者対向流の定量的解析

中井颯良, 磯部雅晴

名古屋工業大学 大学院工学研究科

概要

フロアフィールドモデルを用いた歩行者対向流において、雑踏状態でのレーン形成過程やグリッドロック（ジャミング状態）の発生条件を定量的・系統的に解析した先駆的モデル（S. Nowak and A. Schadschneider, *Phys. Rev. E*, **85**, 066128 (2012).）を基礎として、正方格子（4方向移動）から移動方向の自由度がより高い三角格子（6方向移動）モデルへと拡張し、両者の相図を比較した。さらに、これらのモデルをT字路における歩行者交差流に適用し、二つの静的フロアフィールドを用い、雑踏状態に至るまでの過程の違いを考察した。

Quantitative analysis of pedestrian counter-flow under congested conditions using floor field model

Sora Nakai and Masaharu Isobe

Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology

Abstract

Building upon the pioneering model by S. Nowak and A. Schadschneider (*Phys. Rev. E*, **85**, 066128 (2012)), which quantitatively and systematically analyzed lane formation processes and gridlock (jamming) conditions in pedestrian counter-flows using the floor field model, we extended the framework from a square lattice (4-directional movement) to a triangular lattice (6-directional movement) with greater directional freedom, and compared the phase diagrams of both systems. Furthermore, these models were applied to pedestrian crossing flows at T-junctions, using two static floor fields to examine differences in the progression toward congestion.

1 はじめに

統計物理学的観点から様々な場面で起こる渋滞を再現および解消しようとする学問として渋滞学が提唱されている[1]。雑踏高密度状態における大規模な群衆の動きは、現実の実験での再現や検証が困難であるため、適切なモデル化を行ったシミュレーションによる研究は有益である。渋滞学では人間の群集行動を表すためセルオートマトンを基にしたモンテカルロ法の一つとしてフロアフィールド (Floor Field :

以下 FF) モデルが提案されており、群集の避難などのモデル系として研究が行われている[2, 3]。FF モデルの中には前方歩行者への追従効果や人間の視野角・向きなどの特性を考慮したモデルも提案されている。その中でも、雑踏状態における 2 方向流れのレーン形成や人流凍結は基本となるモデル系であり、FF モデルにおいてもレーン形成シミュレーションが行われてきた[4]。本研究では、2 方向流れのシミュレーションに対し、正方格子を用いた先駆的 FF モデル[5]を基礎に、動きの方向の自由度が大きい三

角格子を導入した FF モデルと比較し、モデル間の相図の違いを比較検討した。また、対向流を T 字路へ拡張し、2 つの静的フロアフィールドを考え、雑踏状態に至るまでの過程の違いを調べた。

2 モデルと系の設定

2.1 シミュレーションモデル

本研究では、図 1 で示されるような正方格子と三角格子を用い、以下の FF モデルによって解析を行った。 $q_{ij} = \exp(k_s S_{ij} + k_d D_{ij} + k_a A_{ij})$, (1)

$$p_{ij} = \frac{q_{ij}}{\sum_{i,j} q_{ij}}. \quad (2)$$

移動ルールとして、現在のステップの近傍セル (i, j) の情報 (S_{ij}, D_{ij}, A_{ij}) を基に式 (1) より q_{ij} を計算し、式 (2) の移動確率 p_{ij} に従い、移動させる。(なお移動方向セル (i, j) に人が既にいる(衝突の)場合 $p_{ij} = 0$ とした。 S_{ij}, D_{ij}, A_{ij} はそれぞれ、進行方向へのバイアス、動的 FF(同方向の“通過痕”への引き寄せ)、予測 FF(逆方向の歩行者列による反発)の値を表している。また、 k_s, k_d, k_a はそれぞれ S_{ij}, D_{ij}, A_{ij} の強度を表す。

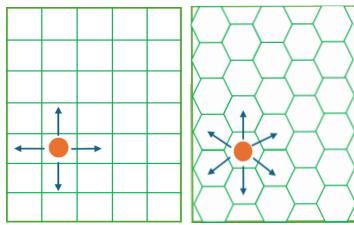


図 1: (左) 正方格子と (右) 三角格子を用いた FF モデル

2.2 系の設定

幅 $L = 10$ 長さ $H = 100$ の格子点数 $M = 1000$ の系内の様々な密度 $\rho = N/M$ (N : 系の人数)において、 $k_s = 2.5$ とし、様々な k_d, k_a の値を用いて、系の最終状態の違いを調べた。境界条件は、進行方向は周期境界条件と開放境界条件の 2 つを考え、側壁は剛体壁と設定した。開放境界条件では、周期境界条件とは異なり、目標の境界に達した場合、その系から完全に削除される。また、上下の境界からそれぞれ出現確率 β で人が出現し、出現した人は、それぞれが出現した境界とは逆の境界に向かう。また、歩行者 N 人を初期条件として、系内にランダムに配置した。なお、開放境界条件では、シミュレーション開始後、系内の人数は N と異なる。

2.3 系の状態の判定条件

系の状態は [5] に従い、以下の (I)-(III) の条件を用い、判定した。

(I) グリッドロック状態

直近 50 ステップの全流量 J (移動総量の積算) が $1/2M$ 以下の場合。なお、アンサンブル数 N_s 中 N_g 回グリッドロック状態となった場合、ジャミング確率を $p_{jam} = N_g/N_s (0 \leq p_{jam} \leq 1)$ とする。図 2(I) はグリッドロック状態の典型的な様子である。

(II) レーン形成状態

$N_{i_n}^A, N_{i_n}^B$ を進行方向に平行な同一セルに存在する対向方向 A、B に移動する各人数とし、式 (3) で定義される Φ の直近 1000 ステップの最大値 Φ_{max} と最小値 Φ_{min} が以下の式 (4) の条件を満たす場合。図 2(II) はレーン形成状態の様子である。

$$\Phi = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{N_{i_n}^A - N_{i_n}^B}{N_{i_n}^A + N_{i_n}^B} \right)^2. \quad (3)$$

$$\frac{\Phi_{max} - \Phi_{min}}{\Phi_{max} + \Phi_{min}} < 0.1. \quad (4)$$

(III) 無秩序状態

(I) ならびに (II) の状態に判定されず、ステップ数 T が $20000\sqrt{\rho}$ を超えた場合。図 2(III) は無秩序状態の様子である。

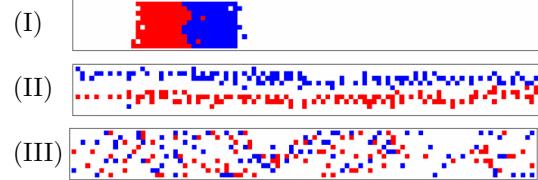


図 2: 歩行者対向流(左向き: 青、右向き: 赤)の (I) グリッドロック状態、(II) レーン形成状態、(III) 無秩序状態

3 結果

3.1 周期境界条件における p_{jam} の相図

3.1.1 動的 FF の強度 k_d の依存性

図 3 は密度 ρ (横軸) と動的 FF の強度 k_d (縦軸)によるジャミング確率 p_{jam} の相図である。正方格子と三角格子の FF モデル間の結果に顕著な差は見られず、また、双方のモデルで $k_d = 0$ において $\rho = 0.2$ を境にジャミング確率が大きく変化し相転移(ジャミング転移)が生じた。また、 k_d を増大すると、ジャミング確率は減少し、相転移点が高密度側に緩やかにシフトした。今回シミュレーションを行った $k_d \leq 7$ では、 $\rho > 0.3$ ではグリッドロック状態が必ず生じることがわかった。

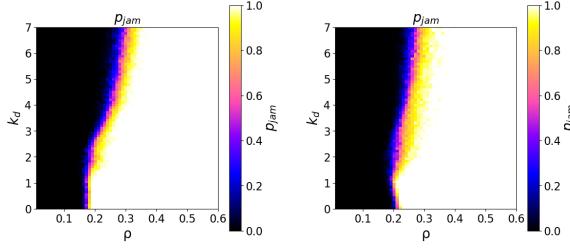


図3: 密度 ρ と動的 FF の強度 k_d による p_{jam} の相図 (左) 正方格子,(右) 三角格子 ($p_{jam} = 0$: 黒、 $p_{jam} = 1$: 白)

3.1.2 予測 FF の強度 k_a の依存性

図4は密度 ρ (横軸)と予測 FF の強度 k_a (縦軸)によるジャミング確率の相図である。 k_d を変化させたときと同様に、格子間による顕著な差は見られなかつた。しかし、 k_d の時と異なり $k_a > 3$ では、 $\rho > 0.3$ においてもグリッドロック状態はすべて回避されていることがわかった。

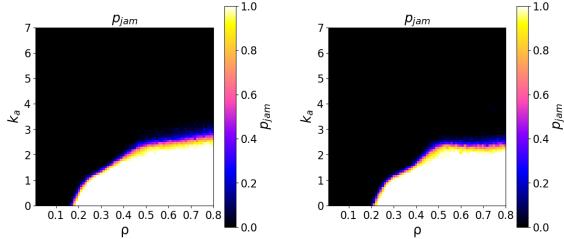


図4: 密度 ρ と予測 FF の強度 k_a による p_{jam} の相図 (図3と同様)

3.2 開放境界条件における相図

次に、系の境界条件を開放境界条件に変更して同様のシミュレーションを行った。なお、人の入退出により密度 ρ は時間的に変化し最大値は1であるため、文献[5]と同様に無秩序流れの判定条件を、 T が20000を超えた場合に変更した。また、正方格子モデルと三角格子モデルの双方で、 k_d と k_a の組み合わせとして $(k_d, k_a) = (0, 0), (2, 0), (2, 2), (0, 2), (0, 4)$ の5セット用意し、それぞれ、 $N_s = 100$ として、 p_{jam} を計算した。図5は横軸 β を変化させた際の縦軸 p_{jam} の変化の様子である。全体的な傾向として β の増大とともに p_{jam} が1に近づくことがわかる。また、図3、図4と同様に、予測 FF の強度 k_a の変化が特に p_{jam} の変化に影響を与えてることが確認できる。 $(k_d, k_a) = (0, 0)$ と $(2, 0)$ を比較すると、動的 FF の強さ k_d が若干ではあるがグリッドロックの発生に影響している。周期境界条件(3.1節)の結果と異なり、三角格子では正方格子に比べ、同一の β における p_{jam} が全体的に減少しており、 k_a の増

大に伴いその傾向が顕著となった。

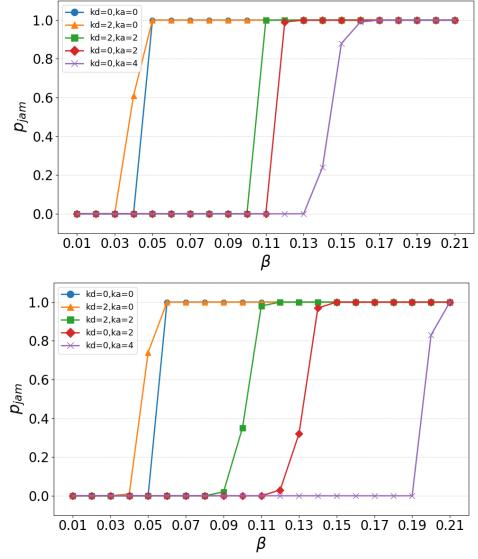


図5: (上) 正方格子ならびに(下) 三角格子を用いた p_{jam} の出現確率 β 依存性 ($(k_d, k_a) = (0, 0)$ (青), $(2, 0)$ (橙), $(2, 2)$ (緑), $(0, 2)$ (赤), $(0, 4)$ (紫))

図6は $(k_d, k_a) = (0, 4), \beta = 0.17$ の正方格子と三角格子の系の最終状態のスナップショットである。正方格子では境界付近で出現した人が、グリッドロックしているが、三角格子ではそれが見られない。つまり、三角格子のほうが移動方向の選択肢が多く、境界付近で人との衝突を避けやすいことが原因として考えられる。

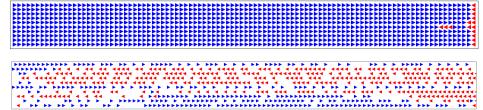


図6: $(k_d, k_a) = (0, 4), \beta = 0.17$ における系の最終状態。(上) 正方格子 ($p_{jam} = 1$),(下) 三角格子 ($p_{jam} = 0$)

3.3 T字路への拡張

最後に開放境界条件のモデルを用い、系の形状を直線からT字路に拡張し、シミュレーションを行つた。具体的には、従来の直線通路の中央から垂直に交差する新たな通路を設け、その先端を第3の出入口とした(図7)。歩行者の出現確率としては、図7においてAの境界と接するセルから確率 β で歩行者が出現し、そのうちの半分がB、もう半分がCを目指す。また、CとBの境界と接するセルからは確率 $\beta/2$ でAを目指す人が出現する。人はそれぞれ、同じ出口を目指す人ごと動的FFをもち、自身が進む方向と逆方向に進む歩行者から予測FFの影響を受ける。また、静的FFは以下の2つを設定を考え

た。SFF1: 目標とする境界まで最短距離で進むバイアスの設定、SFF2: 出現した位置 C からまずは交差点 D に最短で進み、D からは A、B の境界に向か最短で進むバイアスの設定。図 7 は SFF1 と SFF2 において A に進む人の静的 FF のカラーマップである。SFF1 は、T 字路付近であっても連続的に静的 FF が変化しているのに対し、SFF2 では T 字路に入った瞬間に縦方向の静的 FF のバイアスにスイッチする。

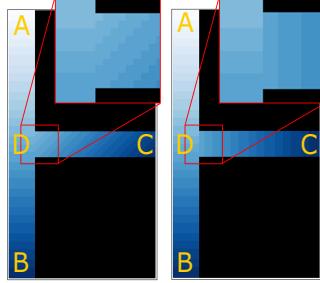


図 7: 静的 FF のバイアスを青の濃淡で示したカラーマップ (左)SFF1 と (右)SFF2

図 8 は 3.2 節で用いた (k_d, k_a) のセットを用い、SFF1 と SFF2 を適用して、グリッドロック発生確率 p_{jam} を調べた結果である。3.2 節と比較すると低い β でもグリッドロック状態の発生が見られた。また、予測 FF の強度 k_a を増大させても SFF1 と SFF2 でグリッドロック発生確率の大きな違いは見られなかった。

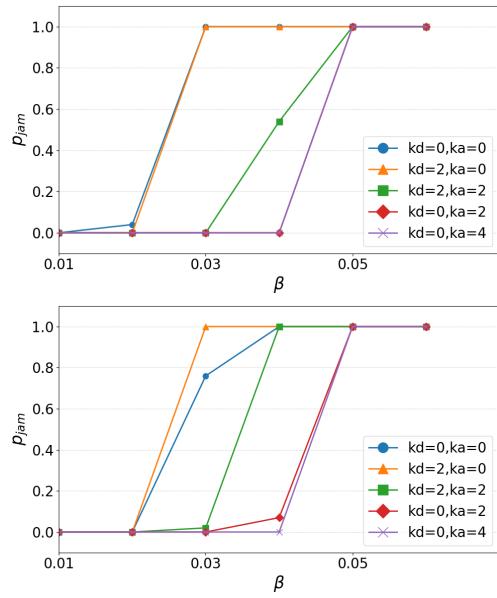


図 8: T 字路における p_{jam} の出現確率 β 依存性。(上)SFF1 と (下)SFF2

次に、最終状態に到達するまでの過程の違いを調べた。図 9 では $T = 330$ における SFF1 と SFF2 を

用いた際の系のスナップショットである。SFF1 では A と C から発生した人が側壁に沿って移動しているのに対し、SFF2 では交差点の入口を塞ぐよう人が密集していることがわかる。このような SFF1 と SFF2 とのわずかな違いで、グリッドロックに至る過程に大きな違いが生じることがわかった。

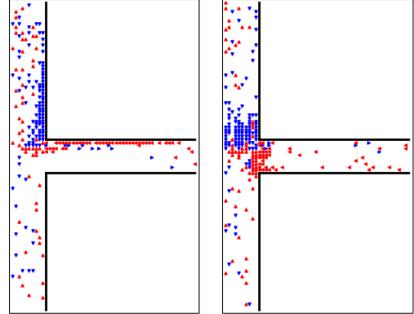


図 9: $(k_d, k_a) = (0, 4), \beta = 0.7$ における系の状態。(左)SFF1,(右)SFF2 ($T = 330$)

4 まとめと今後の展望

本研究では文献 [5] を基に正方格子と三角格子の FF モデルを用いて、歩行者対向流を再現し、系の状態とグリッドロック確率の比較検討を行った。その結果、両モデルで動的 FF の強度 k_d よりも予測 FF の強度 k_a のほうがグリッドロックを回避する効果が大きいことがわかった。また、境界条件が周期境界条件では両モデルにほとんど差は見られなかつたが、開放境界条件で、三角格子においてグリッドロックをより回避できる傾向があることがわかった。T 字路においては、静的 FF モデルのわずかな差によって、グリッドロックに至る形成過程が大きく異なることがわかった。今後は三角格子を T 字路に拡張し、直交する T 字路以外の角度付き T 字路の対向流形成過程を系統的に調べていきたい。また、現実の道路や駅のプラットフォームなどの問題にも適用し、FF モデルの有効性を検証したい。

参考文献

- [1] 西成 活裕: 滞渪学, 新潮社, (2006).
- [2] 西成 活裕: 図解雑学 よくわかる渋滞学, ナツメ社, (2009).
- [3] C. Burstedde, K. Klauck, A. Schadschneider, and J. Zittartz, *Physica A*, **295**, 507 (2001).
- [4] 柳澤 大地, *Japanese J. Multiphase Flow*, **28**, 312 (2014). (in Japanese)
- [5] S. Nowak and A. Schadschneider, *Phys. Rev. E*, **85**, 066128 (2012).

走行ロボットの操縦データに基づく 2次元最適速度モデルのパラメータ推定

世良田 竜平¹, 渡辺 創大², 本田 泰³

¹ 室蘭工業大学大学院 工学研究科 情報電子工学系

² 室蘭工業大学 理工学部 システム理化学科

³ 室蘭工業大学大学院 しくみ解明系領域

概要

我々は以前、2次元最適速度旋回アルゴリズムを用いた複数台走行ロボットでのひも状走行に成功した[1]。本研究では、人間がロボットを操縦して前方車両への追従走行を行い、その走行データから2次元最適速度モデルのパラメータを推定した。結果として、走行において個性の影響を強く受けるパラメータが明らかとなった。特に感応度 a は、比較的環境の影響を受けにくく、操縦者の性格を表すことが示された。

Parameter Estimation for a 2D Optimal Velocity Model Based on Mobile Robot Control Data

Ryuhei Serata¹, Sota Watanabe², Yasushi Honda³

¹ Division of Information and Electronic Engineering, Graduate school of Engineering, Muroran Institute of Technology, Japan

² Department of Sciences and Informatics, Faculty of Science and Engineering, Muroran Institute of Technology, Japan

³ College of Information and System, Muroran Institute of Technology, Japan

Abstract

We have previously successfully performed string running with multiple robots using the 2D optimal velocity turning algorithm. In this study, a human operator maneuvered a robot to follow a leading robot, and parameters for a 2D optimal velocity turning model were estimated from the resulting driving data. As a result, parameters that are strongly influenced by individual characteristics during driving were identified. In particular, sensitivity a was found to be relatively unaffected by environmental factors and to reflect the human operator's personality.

1 はじめに

人間の行動に必要な最小限の知能を発見するということが、我々の研究背景である。

先行研究[1]では、2次元最適速度旋回アルゴリズムを用いた複数台ロボットでのひも状走行に成功していた。また、先行研究[2]では、2次元最適速度モ

デルのパラメータを変化させることで、ロボットに4つの性格を付与し、それらの様々な組み合わせを用いて走行実験を試みた。その結果、異なる性格を混ぜた走行の中には、全てのロボットを同じ性格で統一した走行よりも、よりひも状走行になりやすい組み合わせが存在した。

しかし、これらの性格パラメータは様々な走行実

験でのロボットの振る舞いから経験的に決定したものであり、根拠に乏しかった。そのため、本研究では人間の操縦から走行データを取得し、そのデータを元にモデルのパラメータを推定する。

2 2次元最適速度旋回アルゴリズム

2.1 走行アルゴリズムの説明

2次元最適速度モデルは以下の運動方程式(1)で表される。最適速度ベクトル \vec{V} と速度ベクトル \vec{v} の差によって、速度の変化率(加速度) $\dot{\vec{v}}$ を求めるモデルである。

$$\dot{\vec{v}} = a(\vec{V} - \vec{v}) \quad (1)$$

ここで a は感応度を表しており、 a は最適速度への反応の強さを決めるパラメータになっている。ロボット自身の進行方向と、自分以外のロボットとの相対角度を θ とすると、最適速度ベクトル \vec{V} は、以下のように表される。

$$\vec{V} = V \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

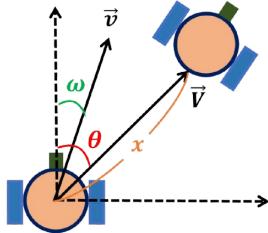


図 1: 進行方向と相対角度のイメージ図

最適速度ベクトルの大きさ V は、ロボット間の距離 x を用いて、以下のように表される。

$$V = \alpha(\tanh \beta(x - b) + c) \cos \theta \quad (3)$$

ここで、パラメータ α, β, b, c について説明する。
 α は、最適速度関数の変化範囲を決めるパラメータ。
 β は、最適速度関数の滑らかさを決めるパラメータ。
 b は、ロボット間の安全距離を決めるパラメータ。
 c は、ロボット間の相互作用タイプを決めるパラメータである。

また、走行ロボットがこの関数を使用するためには、正規化が必要である。そのため実際は(式3)の $\alpha(\tanh \beta(x - b) + c)$ を $\alpha(1 + c)$ で割った V を使用している。

速度ベクトル \vec{v} は

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v \sin \omega \\ v \cos \omega \end{pmatrix} \quad (4)$$

と表される。また、 $v \neq 0$ のとき、

$$\begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} V \cos(\theta - \omega) - v \\ (V/v) \sin(\theta - \omega) \end{pmatrix} \quad (5)$$

のようになり、これは v と ω を用いた OV モデルである。

$\theta \sim \omega, V \sim v$ のとき、左右のモーター出力 v_L, v_R を求めるアルゴリズムをまとめると、最適速度関数(式3)と、式(6-9)より v_L, v_R を更新する。

$$v' = v + a(V - v)\Delta t \quad (6)$$

$$\omega' = \omega + a(\theta - \omega)\Delta t \quad (7)$$

$$v_L = (v' + rg\omega')\text{MaxSpeed} \quad (8)$$

$$v_R = (v' - rg\omega')\text{MaxSpeed} \quad (9)$$

r はロボットの有効半径、また g はホイールのスリップを考慮したゲイン、MaxSpeed は走行ロボットの最大速度で 0 から 100% の値をとる。

2.2 モーター値、相対角度、車間距離からパラメータを求める手法

本研究では走行において 2.1 節のアルゴリズムを用いず、人間がロボットを直接操縦する。その操縦結果であるモーター値 v_L, v_R と相対角度 θ 、車間距離 x から感応度 a と最適速度ベクトルの大きさ V を求める方法を以下に示す。まず v' と ω' を求める式は

$$v' = (v_L + v_R)/2 \quad (10)$$

$$\omega' = (v_L - v_R)/(2rg) \quad (11)$$

のようになる、そして v と ω は Δt 秒前の v_L, v_R から同様に求められるので

$$a = (\omega' - \omega)/(\Delta t(\theta - \omega)) \quad (12)$$

$$V = (v' - v)/(a\Delta t) + v \quad (13)$$

となり、 a と V が求められる。

3 走行実験

車体の正面にカメラを 1 つ、車体の左右にモーターを 2 つ搭載したスキッドステアリング走行ロボットを用意し、半径 2[m] の円形コース(図2)上で走行実験を行った。

コース内に 2 台の走行ロボットを配置し、10 分の間 1 台は自由に走行、もう 1 台はその後方を追従するように人間が操縦した。追従ロボットは 0.1 秒ご

とに、前方ロボットとの相対角度 θ とロボット間距離 x と左右モータ出力値 v_L, v_R を取得した。実験終了後、収集したデータから感応度 a および最適速度ベクトルの大きさ V を算出した。

その後、同じ距離のデータについては中央値を代表値として用いたうえで、最小二乗法によるフィッティングを行い、最適速度モデルのパラメータ α, β, b, c を推定した。他にも、 Δt を 0.1~10 まで 0.1 刻みで変化させた際の、 a の中央値の変化を確認した。なお、フィッティングの初期値には、従来研究 [2] における同調性性格のパラメータ $\alpha = 1, \beta = 16, b = 0.3, c = 0.9$ を用いた。

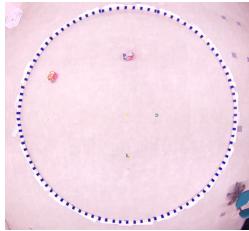


図 2: 半径 2m の実験コース



図 3: 追従ロボットの収集画像

4 実験結果

8 名の操縦データを収集し、解析した結果、パラメータの差異が認められた。以下に結果を示す。

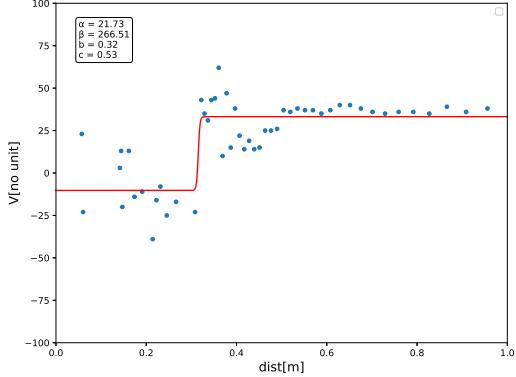


図 4: 操縦者 A の最適速度と車間距離の関係及びフィッティング結果 ($\Delta t=0.5$)

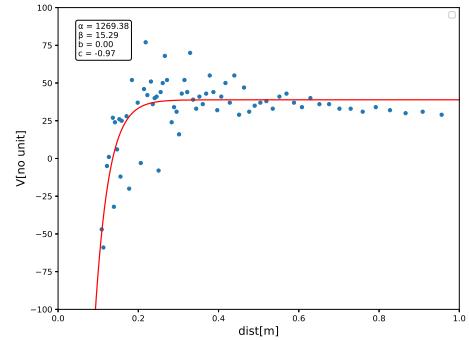


図 5: 操縦者 C の最適速度と車間距離の関係及びフィッティング結果 ($\Delta t=0.5$)

表 1: V をフィッティングして求めた、各操縦者における最適速度モデルのパラメータ ($\Delta t=0.5$)

	α	β	b	c
操縦者 A	21.73	266.51	0.32	0.53
操縦者 B	12.85	8.55	0.49	1.96
操縦者 C	1269.38	15.29	0.00	-0.97
操縦者 D	16.17	3.09	0.40	1.69
操縦者 E	7.03	154.26	0.23	5.44
操縦者 F	16.91	793.40	0.41	0.99
操縦者 G	5.59	20.76	0.48	4.79
操縦者 H	379.35	4.48	0.00	-0.90

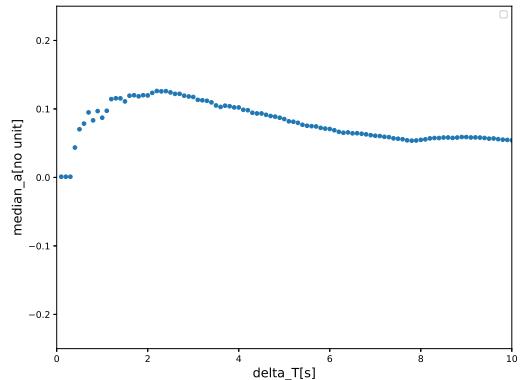


図 6: 操縦者 A における Δt の変化に対する感応度 a の中央値

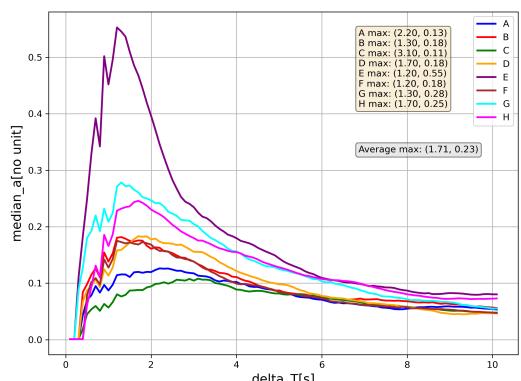


図 7: Δt の変化による各操縦者の感応度 a の中央値

表1より、8名の操縦データにおいて差が特に大きいパラメータは α と β であることが示された。したがって、これらのパラメータは操縦者の個性を表していると考えられる。操縦者Cおよび操縦者Hでは、 α が極端に大きく、 b が0であると推定された。この結果は、これら2名の走行が最適速度モデルでは適切にフィッティングできない特性を有していたことを示している。

さらに図7に関して、8人の操縦者の感応度 a は Δt に依存しているが、感応度 a が最大となる Δt や、感応度 a の最大値は操縦者ごとに異なっている。以上より a の値も操縦者の個性を表していることが示された。例えば実際の走行において、操縦者Eは車体を大きく左右に振る不安定な追従走行を行っていたのに対し、操縦者Cはほとんど左右に振らない安定した追従走行であった。その追従走行の安定性の差が、図7に反映されていると考えられる。

ここで、本論文の手法の環境変化に対する耐性を調べるために、追加実験として操縦者A・B・Eを対象に、摩擦力の大きいカーペット状の床で同様の走行実験を行った。以下に結果を示す。

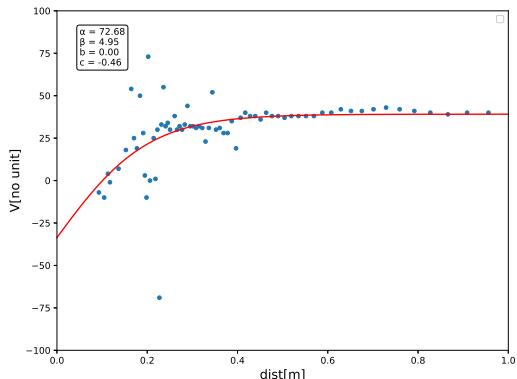


図8: 摩擦力の高い床における操縦者Aの最適速度と車間距離の関係及びフィッティング結果($\Delta t=0.5$)

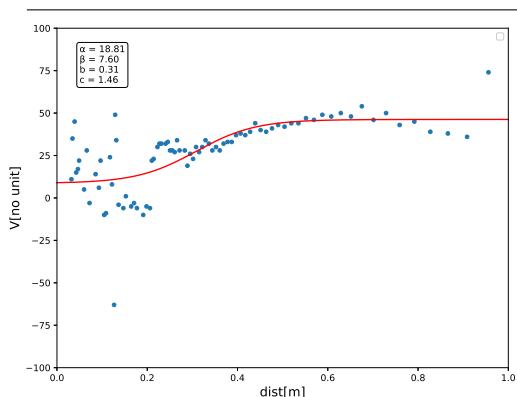


図9: 摩擦力の高い床における操縦者Bの最適速度と車間距離の関係及びフィッティング結果($\Delta t=0.5$)

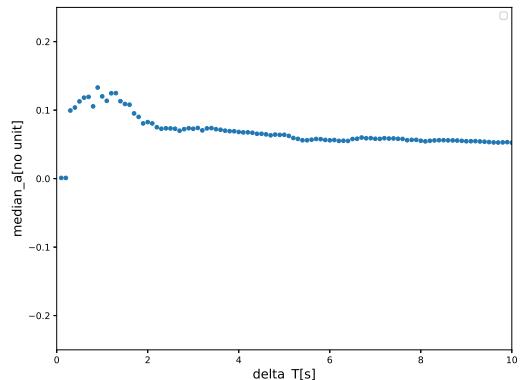


図10: 摩擦力の高い床における操縦者Aの Δt 変化に対する感応度 a の中央値

図4と図8を比較すると分かるように、床の変更によって α と β のパラメータが大きく変化し、フィッティング曲線も大きく変形した。また図6と図10を比較すると、感応度 a の中央値も変化していることが分かるが、最適速度ほどの変化ではなかった。

以上より、感応度 a は α 及び β と比較して環境変化に対する耐性が高く、操縦者の性格がより顕著に現れることが明らかとなった。

5 まとめと今後の課題

本研究では、人間の操縦データから2次元最適速度モデルのパラメータを推定することで、個性の影響を受けやすいパラメータが α 、 β 、 a であることを特定した。また感応度 a は、比較的環境の影響を受けにくく、特に操縦者の性格を表すことを明らかにした。今後、自律走行においてパラメータにより性格の違いを表現する場合には、主に α と β と a を変更することで調整したい。

参考文献

- [1] 山田将司, 李方正, 本田泰, 最適速度アルゴリズムによるスキッドステアリング2Dロボットのひも状走行, 第27回交通流と自己駆動粒子系のシンポジウム論文集, p47-p50, (2021)
- [2] 世良田竜平, 北原颯一郎, 本田泰, 最適速度旋回アルゴリズムによるヘテロ群ロボットが創発する行動, 第30回交通流と自己駆動粒子系のシンポジウム論文集, p13-p16, (2024)

単一の時系列データにおける渋滞発生の予兆検知について

中村佳祐¹, 岡本和也², 林邦好³, 宮路智行⁴, 友枝明保⁵

¹ 関西大学 総合情報学研究科 ² 早稲田大学 理工学術院総合研究所

³ 京都女子大学 データサイエンス学部 ⁴ 京都大学 大学院理学研究科 ⁵ 関西大学 総合情報学部

概要

本研究では、単一の時系列データを用いた渋滞発生の予兆検知を目的とし、時系列データからトレンド成分を除去した残差成分について分析を行った。対象は、(i) 2018 年の阪神高速道路における密度が変化する実データと、(ii) 2003 年の円環状コースにおける密度固定の走行実験データである。各データから算出した自己相関係数は、いずれの場合も渋滞発生前に増大する傾向を示した。この結果から、単一時系列データにおける渋滞発生の予兆検知の指標となり得ることが明らかになった。

Detection of Precursors for the Onset of Traffic Congestion in Two Single Time-Series Datasets

Keisuke Nakamura¹, Kazuya Okamoto², Kuniyoshi Hayashi³,
Tomoyuki Miyaji⁴, Akiyasu Tomoeda⁵

¹ Graduate School of Informatics, Kansai University

² Waseda Research Institute for Science and Engineering, Waseda University

³ Faculty of Data Science, Kyoto Women's University

⁴ Graduate School of Science, Kyoto University

⁵ Faculty of Informatics, Kansai University

Abstract

This study aims to detect precursors for the onset of traffic congestion using two types of single time-series data. We analyzed the residual component obtained by removing the trend from the original data. Two datasets were examined: (i) real-world data from the Hanshin Expressway in 2018 under fluctuating density, and (ii) experimental data in 2003, collected from vehicles traveling on a circular course under fixed density. We found that the autocorrelation coefficient, calculated for each dataset, exhibited an increasing trend prior to the onset of traffic congestion in both cases. These results indicate that autocorrelation can serve as a potential indicator for detecting precursors of congestion in single time-series data.

1 はじめに

交通渋滞は多大な経済的損失を招くとともに、交通事故の誘発要因ともなる喫緊の社会課題である。この問題の解消に向け、従来より数理モデルを用いたアプローチが数多く展開してきた [1]。近年で

は、計測技術の進歩により大規模な交通データの取得が可能となり、時系列解析をはじめとするデータ駆動型手法を用いた研究が活発化している [2]。

先行研究 [3] では、システムが臨界点に近づく際に観測される臨界減速と呼ばれる現象に着目してい

る。臨界減速とは、システムが外乱を受けた際、元の平衡状態へ回復する速度が低下する現象を指す。同研究ではこれを Early-Warning Signals (EWS) として、状態遷移の予兆検知に応用している。また、この理論を交通流の文脈に適用し、車両台数の増加に伴う加速度の分散および自己相関係数の変化から EWS を観測した研究 [4] も存在する。しかし、当該研究 [4] は密度の異なる複数の時系列データを用いた分析であり、自由流と渋滞流は別々の時系列データに含まれている。したがって、自由流と渋滞流の双方が含まれる、単一の時系列データへの適用可能性に課題が残されていた。

こうした背景を踏まえ、本研究では先行研究 [3] の手法を適用し、単一の時系列データを対象として渋滞発生の予兆を捉えることを目的とする。本稿では、その分析手法および結果について報告する。

2 単一時系列データによる分析

2.1 分析対象データ

本研究では、密度変化の特性が異なる以下の 2 種類の単一の時系列データ (i), (ii) を分析対象とする。

(i) 密度が変化する単一の時系列データ

2018 年、阪神高速 11 号池田線（大阪方面）塙本合流付近で計測された車両走行データ [5]。計測区間内を走行する車両に関する、車両識別番号、時刻、速度、走行車線、走行位置情報を用いた。

(ii) 密度が固定された単一の時系列データ

2003 年、円環状コースを 22 台の車両が周回する実験データ [6, 7]。22 台の車両に関する、走行位置と時刻情報を用いた。

まず、各データの交通流特性について概説する。時系列データ (i) における片側 2 車線の基本図を図 1 に示す。基本図において流量が最大となる点を臨界点とする。図 1 より、臨界点における密度（臨界密度）は 60~70 台/km 付近であることが読み取れる。この臨界密度以下の密度領域が自由流、それ以上が渋滞流である。また、先行研究 [3] の前提条件との整合性を確認するため、時系列データ (i) の密度が単調増加傾向にあるかを検証した。検証には式 (1) に示すケンドールの順位相関係数 (τ) を用いた。

式 (1) における n は観測値の個数を表す。

$$\tau = \frac{(\text{順方向のペア数}) - (\text{逆方向のペア数})}{n C_2} \quad (1)$$

算出の結果、 $\tau = 0.728$ となり密度は単調増加傾向であると判断した。

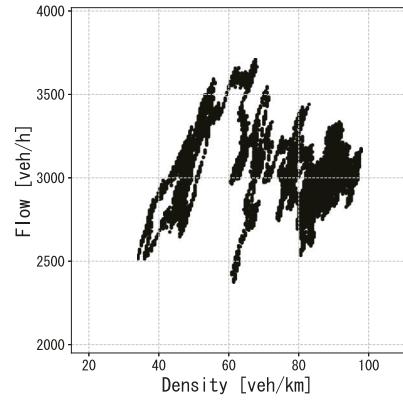


図 1: 基本図 / 時系列データ (i)

次に、時系列データ (ii) の車間距離および速度の時系列推移を図 2 に示す。円環状の交通流において、一様流（自由流）は「車間距離が一定」かつ「相対速度が 0」の状態と定義される。図 2 を参照すると、時刻 70~150 秒付近において一様流に近い挙動を示していることが確認できる。加えて、時空図（図 3）では、時刻 150 秒付近から渋滞が発生している。以上より、本稿では時系列データ (ii) における渋滞発生時刻は 150 秒と設定する。

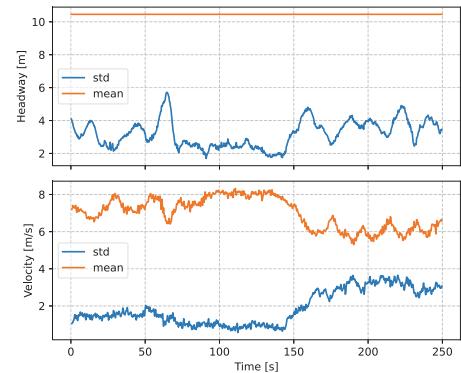


図 2: 車間距離および速度 / 時系列データ (ii)

2.2 指標の算出方法

先行研究 [3] に倣い、指標は後述する残差成分から算出した自己相関係数とし、その値が顕著に変化す

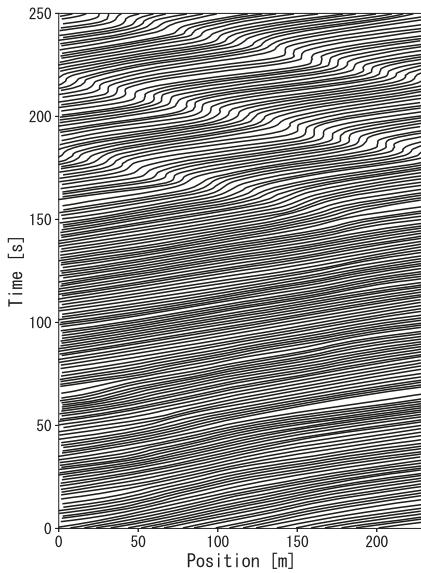


図 3: 時空図 / 時系列データ (ii)

るポイントを予兆と定義する。また、指標の算出には渋滞発生時刻以前のデータのみを使用した。具体的な算出プロセスは以下の通りである。

2.2.1 時系列データの前処理

分析対象には複数台の車両データが含まれるが、データの性質に応じて以下の通り異なる前処理を行い、単一の時系列データを生成した。

- **時系列データ (i) の場合**：各車両のデータ長や計測開始・終了時刻が不統一であるため、まず各時刻における全車両の速度の平均値を算出し、これを単一の時系列データとした。その後、この平均値に対して指標の算出を行った。
- **時系列データ (ii) の場合**：全 22 台の車両が同一長の時系列データを持つため、まず各車両の加速度の時系列データに対して個別に自己相関係数を算出した。その後、全車両の指標値の平均を計算し、最終的な指標とした。

2.2.2 トレンド除去と指標算出

得られた時系列データに対し、以下の手順で指標を算出した。

1. **トレンド成分の除去**：ガウスカーネル平滑化関数を用いてトレンド成分を算出し、元データとの差分を残差成分とした。平滑化のパラメータ（バンド幅）は、ウィンドウ内の残差成分が定常性を満たすように決定した。なお、定常性の判定には ADF 検定を用い、有意水準 (p 値) 0.05 未満を基準とした。この処理により、対象の時系列データ全体を通しては非定常の可能性はあるが、各ウィンドウ内における局所的な定常性は確保される。
2. **移動窓による指標算出**：残差成分に対して移動窓を適用し、各ウィンドウ内における自己相関係数を算出した。算出した値はウィンドウ末尾の時刻に対応付けた。
3. **ウィンドウ幅の設定**：ウィンドウ幅は先行研究 [3] より頑健性が報告されている設定を採用し、計測開始から臨界点（渋滞発生）までの期間の半分とした。具体的には、時系列データ (i) では約 8 分 40 秒間、時系列データ (ii) では 75 秒間と設定した。

3 結果

算出された指標の推移を確認する。時系列データ (i) の計算結果を図 4 に示す。

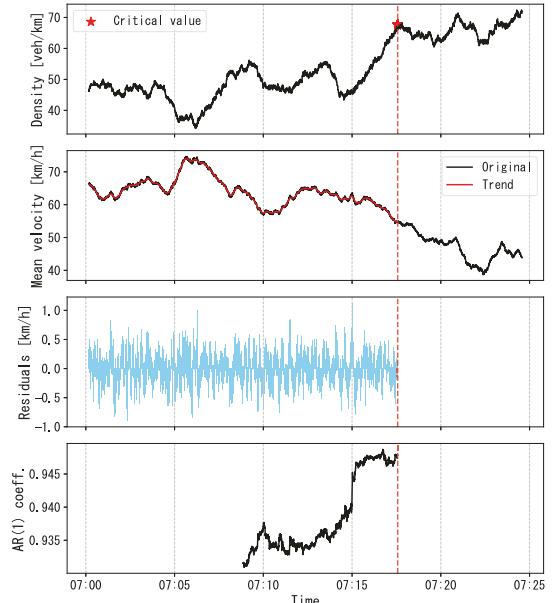


図 4: 計算結果 / 時系列データ (i)

図 5 は図 4 における自己相関係数の拡大図であり、図 6 は時系列データ (ii) から算出した自己相関係数の結果である。これらの図中の赤垂線は渋滞発生時刻（臨界点）、青垂線は指標の顕著な増大が生じた時刻を示す。また、灰色の破線は青垂線までの範囲でフィッティングした回帰直線である。

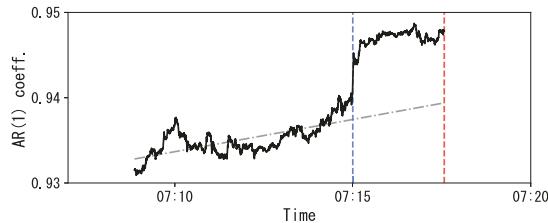


図 5: 自己相関係数 / 時系列データ (i)

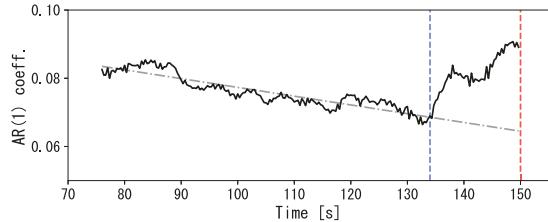


図 6: 自己相関係数 / 時系列データ (ii)

図 5 より、赤破線以前の時刻 07 時 15 分付近で、自己相関係数が回帰直線から離れていることが確認できる。同様に、図 6 においても赤破線より前の時刻 135 秒付近で値が回帰直線から乖離し増大する傾向が確認できる。

4 考察

図 5 および図 6 の結果より、いずれの場合も渋滞流への遷移前に指標が増大することが確認された。このことは、渋滞の予兆検知への本指標の応用可能性を示唆している。

一方で、自己相関係数の増大箇所から実際に渋滞が発生するまでの時間には、時系列データ (i), (ii) で相違が見られた。この要因については、さらなる検討が必要であるが、平均速度が最低値に達するまでの所要時間の差異などが影響している可能性が考えられる。

また、対象とした 2 つの時系列データは渋滞流へ遷移するという共通点があるが、ボトルネックの有無において異なり、時系列データ (i) は合流部に起因

するボトルネックを含むが、時系列データ (ii) はこれを含まない。この違いが予兆検知に与える影響や、自己相関係数が増大を示す詳細なメカニズムの解明は今後の課題である。特に時系列データ (ii) は、車両台数（密度）が固定された系であり、密度増大に伴う臨界点到達というプロセスを経ないにもかかわらず、自己相関係数が増大が確認された。したがって、典型的な臨界減速の理論のみならず、密度変化を伴わない遷移現象において自己相関係数が反応する要因について、詳細な検討が必要である。

5 まとめ

本研究では、先行研究 [3] の理論を適用し、自由流と渋滞流の双方が含まれる単一の時系列データに対する渋滞の予兆検知の有効性を検証した。特性の異なる 2 種類の実測データを用いた分析の結果、双方のデータにおいて渋滞流への遷移直前に指標の顕著な増大が確認されたことから、本指標を予兆検知に応用できる可能性が示唆された。

謝辞

本研究で用いた Zen Traffic Data をご提供いただきました阪神高速道路株式会社に御礼申し上げます。

参考文献

- [1] 杉山 雄規, 交通流の物理, ながれ, **22**, 95-108 (2003)
- [2] 玉井 魁人, 宇野 伸宏, 連続車両軌跡データを用いた個車追従モデルの推定と車両挙動多様性の分析, 土木学会論文集 D3(土木計画学), **77** (5), I-675-I-685 (2022)
- [3] Scheffer, M. et al., Early-warning signals for critical transitions, Nature, **461** (7260), 53-59 (2009)
- [4] Ghadami, A. et al., Forecasting the onset of traffic congestions on circular roads, IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., **22** (2), 1196-1205 (2021)
- [5] ZenTrafficData, 阪神高速道路株式会社, <https://zen-traffic-data.net/>
- [6] Sugiyama, Y., et al. Traffic jams without bottlenecks—experimental evidence for the physical mechanism of the formation of a jam, New J. Phys., **10**, 033001 (2008)
- [7] Nakayama, A., et al. Metastability in the formation of an experimental traffic jam, New J. Phys., **11**, 083025 (2009)

走化性斥力作用系における被覆時間

大澤智興¹

¹ 九州工業大学大学院情報工学研究系

概要

被覆時間 (cover time, CT) は未知環境の探索性能の指標である。本研究では、自己放出分子の拡散・減衰で形成される濃度場に対し、負の走化性で確率的に応答するエージェントの数理モデルを用い、二次元格子で CT に対するエージェント数の影響を評価した。比較として斥力を持たないランダムウォーカー (RW) を基準とした。RW・走化性系の双方で、エージェント数 N の増加に伴い CT は概ね $1/N$ に比例して短縮した。さらに、走化性系は斥力により探索の重複を抑制し、RW より短い CT を達成した。この走化性系に確率的最適制御を適用した場合、温度パラメタに応じて、RW と走化性斥力作用系を連続的に橋渡しする探索方策が得られ、探索効率を制御できることを示した。

Cover Time in a Chemotactic Agent System with Repulsive Interactions

Chikoo Oosawa¹

¹Graduate School of Computer Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology

Abstract

We study cover time (CT)—an index of exploration performance in unknown environments—using a mathematical model of agents that exhibit repulsive chemotaxis in a concentration field formed by diffusion and decay of self-secreted molecules. On a two-dimensional lattice, we evaluate how the number of agents affects CT, using random walkers (RW) as a baseline. In both RW and chemotactic systems, CT decreases approximately in proportion to $1/N$ as the number of agents N increases. Moreover, owing to repulsion, the chemotactic system suppresses redundant revisits to already-visited sites and thus achieves a shorter CT than RW. By further applying a stochastic optimal control to this chemotactic system, we demonstrate that, as the temperature parameter is varied, the exploration policy continuously bridges between the RW and the repulsive chemotactic regime, thereby enabling systematic control of exploration efficiency.

1 1 はじめに

被覆時間 (cover time, CT) は、未知環境を「どれだけ効率よくくまなく探索できるか」を評価する指標であり、免疫細胞による病原体探索や動物の採餌行動といった生物学的プロセスから、自動掃除機・巡回ロボット・センサネットワークにおけるパトロー

ル問題まで、幅広い応用をもつ探索性能指標として注目されている [1, 2]。

本研究では、自己放出分子の拡散・減衰で形成される濃度場に対し、負の走化性（斥力）で確率的に応答する走化性エージェント系を用いて、二次元格子上の CT を評価する。ここでの多体探索は、エー

ジェント同士が明示的に通信して協調するのではなく、濃度場（環境）を介した相互作用によって探索の重複を抑制するという、環境を媒介とする協調として実現される。

具体的には、斥力をもたないランダムウォーカー（RW）を基準としてエージェント数が CT に与える影響を比較するとともに、KL 正則化付き確率的最適制御を導入し、温度パラメタに応じて RW と走化性斥力作用系を連続的に橋渡しする探索方策をえる。このような自己駆動粒子系は、時空パターン形成や自然計算の計算資源としても注目されている [3, 4, 5, 6, 7]。

なお、自己生成場に応答する走化性エージェントの運動は、自己相互作用および履歴依存性（非マルコフ性）を伴うため、通常のブラウン運動とは異なる拡散統計（異常拡散）と密接に関係し得る。実際、著者の先行研究において平均二乗変位の時間スケーリングが通常拡散から逸脱する例を示しており [8]、異常拡散の一般的な背景と理論的枠組みについては総説を参照されたい [9]。

2 走化性モデル

負の走化性として斥力作用を実装するための移動ルールは、動的フロアフィールドモデル [10, 11] に基づき、濃度場の更新（式（1））と、移動確率（式（2））で与える。

$$\begin{aligned} I_{t+1}(\mathbf{r}) &= (1 - \delta) \left[(1 - \alpha) I_t(\mathbf{r}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha}{4} \sum_{\mathbf{u} \in \mathcal{N}_4(\mathbf{r})} I_t(\mathbf{u}) \right] + f_p \sum_{a=1}^N \Delta_{\mathbf{r}, \mathbf{r}_a(t)}(1) \end{aligned}$$

ここで、 $I_t(\cdot)$ は、 t における化学物質の局所濃度、化学物質の α は拡散率、 δ は減衰率、 f_p はエージェントから放出される化学物質の量 ($f_p > 0$) を示し、 $\Delta_{i,j}$ は、Kronecker のデルタである。 $\mathbf{r}_a(t)$ は、 t におけるエージェントの位置を示し、 N は、エージェント数である。 $\mathcal{N}_4(\mathbf{r}_a(t))$ は、 t におけるエージェント位置 $\mathbf{r}_a(t)$ のノイマン近傍セル集合である。移動確率 P は、式（2）に示すように、ソフトマックス関数を用いて記述され、濃度場 $I_t(\cdot)$ と選好性 k の両方に依存する。

$$P(\mathbf{r}'; t+1 | \mathbf{r}_a; t) = \frac{\exp[k I_t(\mathbf{r}')] \sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{N}_4(\mathbf{r}_a(t))} \exp[k I_t(\mathbf{s})]}{N} \quad (2)$$

ただし、移動先の $\mathbf{r}' \in \mathcal{N}_4(\mathbf{r}_a(t))$ である。 $k < 0$ では、 $I_t(\cdot)$ からの斥力作用となり、 $k = 0$ では、RW

となる。従って本モデルは、濃度場 $I_t(\cdot)$ の時空変化の原因をエージェント自身が作り出し、それに応じてエージェントが確率的に移動する。

3 確率的最適化

ここで、[11] に追加して、Kullback-Leibler(KL) 制御付で、 $I_t(\cdot)$ に依存する自己回避方策（付録参照、[12, 13, 14]）を適用すると、移動確率 $P_{KL}(\mathbf{r}' | \mathbf{r})$ は、

$$P_{KL}(\mathbf{r}'; t+1 | \mathbf{r}_a; t) = \frac{p_0(\mathbf{r}' | \mathbf{r}_a) \exp \left[\frac{k_{KL}}{\lambda} I_t(\mathbf{r}') \right]}{\sum_{\mathbf{s} \in \mathcal{N}_4(\mathbf{r}_a(t))} p_0(\mathbf{s} | \mathbf{r}_a) \exp \left[\frac{k_{KL}}{\lambda} I_t(\mathbf{s}) \right]} \quad (3)$$

となる。 $k_{KL} < 0$ の場合は、式（2）と同様に斥力となる。 $p_0(\mathbf{r}' | \mathbf{r})$ は、RW とした。 λ は、温度に対応する。これが大きい場合は RW に近づき、小さい場合は、自己回避方策が優位になる。

4 計算条件

初期濃度 $I_0 = 0$ の $L \times L$ 正方格子の周期境界条件を課す。エージェントの初期位置はランダムに設定した。 L, N や λ を変えながら、100 回試行した。CT（全ての格子点がいずれかのエージェントによって 1 回以上訪問されるまでの所要ステップ数）を計測し、100 回の平均値を求めた。ただしエージェント間には、排除体積効果を考慮した [11]。さらに走化性系には、 $\alpha = 0.5$ 、 $\delta = 0.1$ 、 $f_p = 5.0$ 、 $k = k_{KL} = -20.0$ を使用した [11]。

5 結果と考察

单一の RW による L に対する CT の期待値 $\mathbb{E}[\tau_{ct}]$ は、式（4）で与えられる [1]。図 1 に、式（4）と対応する計算結果を示す。

$$\mathbb{E}[\tau_{ct}] = \frac{4}{\pi} L^2 (\log L)^2 \quad (L \rightarrow \infty) \quad (4)$$

図 2 に、CT の N 依存性を示す。RW・走化性系の双方で、エージェント数 N の増加に伴い CT は概ね $1/N$ に比例して短縮した。走化性系のほうが、 $I_t(\cdot)$ を利用して重複訪問を抑制することで CT を短縮できるため、RW よりも短い CT を得られたと考えられる。

式（3）を用いた場合の λ 依存性を図 3 に示す。小さい N では、下に凸の依存性を示したが、大きい N では、シグモイド型の依存性を示した。大きい λ

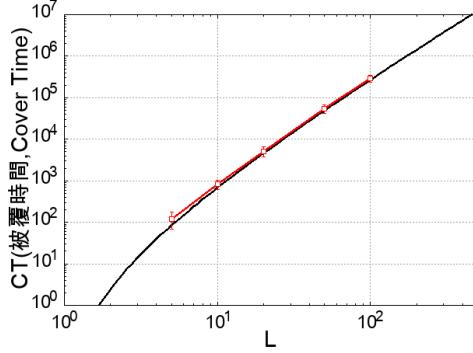


図 1: 単一 RW による CT の L 依存性 (両対数プロット)、横軸: L 、縦軸: CT、赤: 計算結果 (平均土標準偏差), $5 \leq L \leq 100$ 、黒実線: 式 (4) の関係を示す。

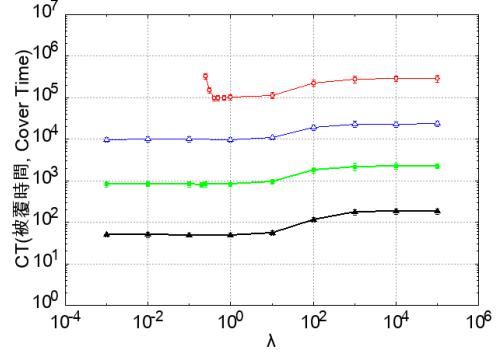


図 3: CT の走化性エージェント系における λ 依存性 (両対数プロット)、横軸: λ 、縦軸: CT、上から赤: $N = 10^0$ 、青: $N = 10^1$ 、緑: $N = 10^2$ 、黒: $N = 10^3$ を示す。ただし、平均土標準偏差、 $L = 100$ である。

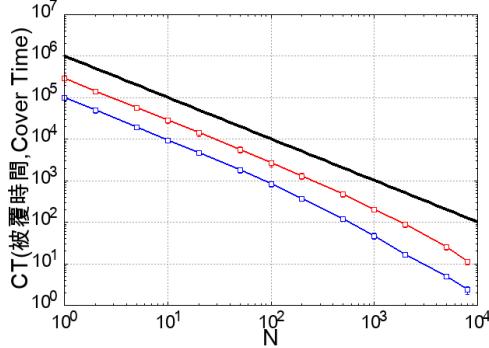


図 2: CT のエージェント数 N 依存性 (両対数プロット)、横軸: N 、縦軸: CT、赤: RW (平均土標準偏差)、青: 走化性系 (平均土標準偏差)、黒実線: $\propto 1/N$ を示す。ただし、 $1 \leq N \leq 8000$ 、 $L = 100$ である。

では、RW に近づくため、それぞれのエージェント数 N に対して、図 2 の赤とほぼ一致する。小さい N の CT は、それぞれのエージェント数 N に対して、図 2 の青とほぼ一致する。これは、 λ を制御パラメタとして、連続的に CT を調節できることを示している。

6 今後の展開

今回扱った問題設定は、(1) 走化性エージェント間の相互作用として斥力のみを考慮している点、および (2) 濃度場を完全に観測できる完全観測制御を仮定している点に限定されている。今後は、未踏地点からの報酬が引力として拡散する濃度場を導入し、斥力と引力を組み合わせることで、さらなる被覆時

間 (CT) の短縮が可能かを検討する。この実現のために部分観測制御 [15] の枠組みを導入し、より現実的な観測制約下での探索戦略を解析する予定である。さらに、本研究の枠組みは正方格子に限らず、三角格子や六角格子などの異なる格子構造、不規則形状領域、さらには障害物を含む環境へと自然に拡張可能である。また、探索の再帰性を抑制することで被覆時間を短縮するという考え方には、マルチロボットによる探索・巡回・清掃問題や、訪問の重複がコストとなる探索・被覆タスクなど、実社会における探索戦略への応用も期待される。

参考文献

- [1] A. Dembo, Y. Peres, J. Rosen, and O. Zeitouni, *Annals of Mathematics*, vol. 160, no. 2, pp. 433–464 (2004).
- [2] M. Chupeau, O. Bénichou, and R. Voituriez, *Nature Physics* **11**, 844–847 (2015).
- [3] T. Vicsek and A. Zafeiris, *Physics Reports* **517**(3–4), 71–140 (2012).
- [4] Y. Sugiyama “Dynamics of Asymmetric Dissipative Systems”, Springer Singapore (2023).
- [5] X. Wang and F. Cichos, *Nature Communications* **15**, 774 (2024).
- [6] J.-X. Chen, J.-Q. Hu, R. Kapral, *Advanced Science* **11**, e2305695 (2024).

- [7] H. Miyahara, H. Yoneki, T. Mizohata, V. Roychowdhury, *Journal of the Physical Society of Japan* **94**, 084002 (2025).
- [8] C. Oosawa, “Motility and stability of chemotactic agents that chained linearly,” *Papers of the 29th Symposium on Traffic Flow and Self-driven Particles*, vol. 29, pp. 17–20 (2023).
- [9] R. Metzler and J. Klafter, “The random walk’s guide to anomalous diffusion: a fractional dynamics approach,” *Physics Reports* **339**, 1–77 (2000).
- [10] A. Kirchner, K. Nishinari, A. Schadschneider, *Physical Review E*, **67**, 056122 (2003).
- [11] C. Oosawa, *Artificial Life and Robotics*, **30**, 458–464 (2025).
- [12] H. J. Kappen, *Journal of Statistical Mechanics* P11011 (2005).
- [13] E. Todorov, NIPS’06: Proceedings of the 20th International Conference on Neural Information Processing Systems, 1369–1376 (2006).
- [14] M. Kato, J. T. Kobayashi, *Physical Review X Life* **3**, 043005 (2025).
- [15] K. Nakamura, J. T. Kobayashi, *Physical Review Research* **4**, 013120 (2022).

付録：式(3)の導出

ここでは、線形可解なマルコフ決定過程の枠組みを用いて、式(3)の導出を概略として示す [12, 13, 14]。

離散時間 KL 正則化付き Bellman 方程式

離散状態空間 X 上で、現在状態を $x \in X$ 、次状態を $x' \in X$ とする。受動遷移確率を $p_0(x'|x)$ (参照方策) とし、制御された遷移確率 (方策) を $\pi(x'|x)$ (制御方策) とおく。ステージコストを $c(x'|x)$ とし、KL 正則化項 $\lambda D_{\text{KL}}(\pi(\cdot|x) \| p_0(\cdot|x))$ を加えた離散時間 Bellman 方程式は、

$$V(x) = \min_{\pi(\cdot|x)} \sum_{x'} \pi(x'|x) \left[c(x'|x) + \lambda \log \frac{\pi(x'|x)}{p_0(x'|x)} + V(x') \right] \quad (\text{A1})$$

と書ける。

状態 x を固定し、 $\sum_{x'} \pi(x'|x) = 1$ の制約の下で右辺の汎関数を最小化する。ラグランジュ乗数 $\beta(x)$

を用いて

$$L = \sum_{x'} \pi(x'|x) \left[c(x'|x) + \lambda \log \frac{\pi(x'|x)}{p_0(x'|x)} + V(x') \right] + \beta(x) \left(\sum_{x'} \pi(x'|x) - 1 \right) \quad (\text{A2})$$

とおき、 $\partial L / \partial \pi(x'|x) = 0$ から

$$\log \frac{\pi(x'|x)}{p_0(x'|x)} = -\frac{c(x'|x) + V(x')}{\lambda} + \text{const.}(x) \quad (\text{A3})$$

を得る。両辺を指数関数で戻すと、最適方策は

$$\pi^*(x'|x) = \frac{p_0(x'|x) \exp[-\{c(x'|x) + V(x')\}/\lambda]}{\sum_y p_0(y|x) \exp[-\{c(y|x) + V(y)\}/\lambda]} \quad (\text{A4})$$

となる。すなわち、 $p_0(x'|x)$ を基準分布とするソフトマックス型の方策となる。

自己回避ポテンシャルの導入と局所近似

式(1)から得られる I をステージコストとして組み込む。

$$c(x'|x) = b(x) + \tilde{c}(x'), \quad \tilde{c}(x') = -k_{\text{KL}} I(x') \quad (\text{A5})$$

とする。さらに、 $b(x)$ は現在状態のみに依存する項であり、式(A4)の分子・分母で打ち消し合うため、移動方向の選択には影響しない。

さらに、現在位置 x の近傍 $N(x)$ において値関数 $V(x')$ の変動が小さいとみなし、 $V(x') \approx \text{const.}$ を仮定する。このとき、 $\exp\{-V(x')/\lambda\}$ は分子・分母で相殺されるため、式(A4)は近似的に

$$\pi^*(x'|x) \approx \frac{p_0(x'|x) \exp[k_{\text{KL}} I(x')/\lambda]}{\sum_{y \in N(x)} p_0(y|x) \exp[k_{\text{KL}} I(y)/\lambda]} \quad (\text{A6})$$

となる。これを本文で導入した KL 制御付き自己回避方策 $P_{\text{KL}}(r'; t+1|r_a; t)$ と同一視すると、式(3)が得られる。

2 次元正方格子上の接触感染

石橋善弘¹ 福井稔²

¹名古屋大学

²中日本自動車短期大学

概要

2 次元系正方格子上での接触感染について、蔓延状態から感染率がさがるときの感染消滅に至る過程をセル・オートマトン模型を用いて調べた。本モデルでは感染率 λ (λ は 1 単位時間内に感染事象が何回発生するかを示す。たとえば $\lambda = 1.65$) のかわりに感染確率 $r = 1 - \exp(-\lambda)$ を用いた (r は 1 単位時間の間に感染事象が 1 回以上生じる確率)。感染確率 r が 1 より小さいとき感染濃度 Q の平衡感染状態がえられるが、特定の感染確率 r_c よりも小さくなると感染が消滅する (この r_c を臨界感染確率とよぶ)。治癒期間 V を 1 だけではなく、2, 3, 4, 5, 10 としたときの平衡感染状態も調べた。すでにえられている 1 次元系における結果と比較検討する。

The Contact Infection on the Two-dimensional Square Lattice

Yoshihiro Ishibashi¹ , Minoru Fukui²

¹Nagoya University ²Nakanihon Automotive College

Abstract

By means of a cell automaton (CA) model the contact infection on the two-dimensional square lattice has been studied. Instead of the infection rate λ , which implies how many times the event of infection takes place in one unit time, the infection probability $r = 1 - \exp(-\lambda)$ is adopted, which implies the probability that the event of infection takes place more than once when one unit time has passed. When r is less than 1, the equilibrium infection states of the density Q are attained, while r is less than a certain r_c , defined as the critical infection probability, the infection states disappear. Not only the case of the healing period 1, but also those of the healing period 2, 3, 4, 5, 10 were studied. Results obtained will be discussed by comparing with those obtained for a one-dimensional system.

1. まえがき

接触感染について、1 個の感染源から感染が広がるための臨界感染率 λ_c を求めた研究

は多く、自然治癒率を 1 としたとき、臨界感染率 λ_c は 1 次元、2 次元でそれぞれ、 $\lambda_c=1.65$, 0.4119 と知られている。^{1,2)} 他方、蔓延状態から感染率がさがるときの感染消滅に至る過程の研究は少ないらしい。そこで、我々は空間・時間とも離散化したセル・オートマトン・モデルに基づく simulation により、昨年の 1 次元系に引きつづき、今年は 2 次元正方格子上における感染消滅や平衡感染状態を調べた。

2. 感染率と感染確率および治癒率と治癒期間

いま、感染率 (1 単位期間の間に感染事象が何回発生するか) を λ (たとえば $\lambda=1.65$) とする (この事象は滅多に起こらない事象であり、ポアソン分布に従うとする)。すると 1 単位期間を経過したときに、この事象が 1 回以上起こる確率 r は $r=1- \exp(-\lambda)$ で与えられる。本稿ではこの r を感染確率とよぶ。

また、治癒率 (通常は 1 としている) の代わりに治癒期間 V を設定する。これは期間 V 経過後は全員治癒した状態になることを意味する (逆に期間 V の間は治癒せず、感染源となる)。本研究では simulation の簡便化のため、感染確率 r と治癒期間 V を用いる。

3. シミュレーション

2 次元正方格子上の接触感染を考える。治癒期間 (感染後治癒するまでの期間) $V=1$, $r=1$ のとき、感染濃度 $Q=1/2 (=V/(V+1))$ の平衡状態が得られる (図 1)。

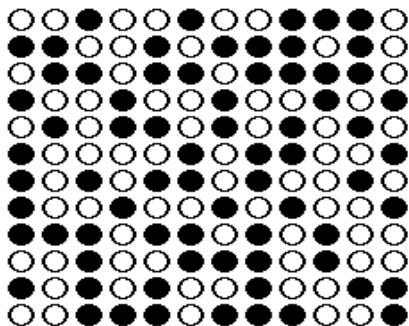


図 1. $V=1$, $r=1$ のときの平衡状態。平衡感染濃度は 0.5.
(● : 感染者 ○ : 非感染者)

図 1. $V=1$, $r=1$ のときの平衡状態。平衡感染濃度は 0.5.

黒丸は感染状態、白丸は治癒(非感染)状態をあらわす。

この状態から感染確率 r を小さくすると、各 r に依存した平衡濃度がえられる。また、臨界感染確率 r_c 以下では、感染が消滅した平衡濃度 0 の状態に相転移する。

次に、治癒に時間がかかるケース、すなわち $V=1$ ではなく、 $V=2, 3, 4, 5, 10$ について同様の simulation を行った。結果を図 2 に示す（図が煩雑になることを避けるため $V=1, 2, 5, 10$ の場合のみを示している）。同一 V について右下側が 1 次元系、左上側が 2 次元正方格子での結果を示しているが、2 次元正方格子では最近接格子点の数がより多いので臨界感染確率がより低くなるのは当然である。

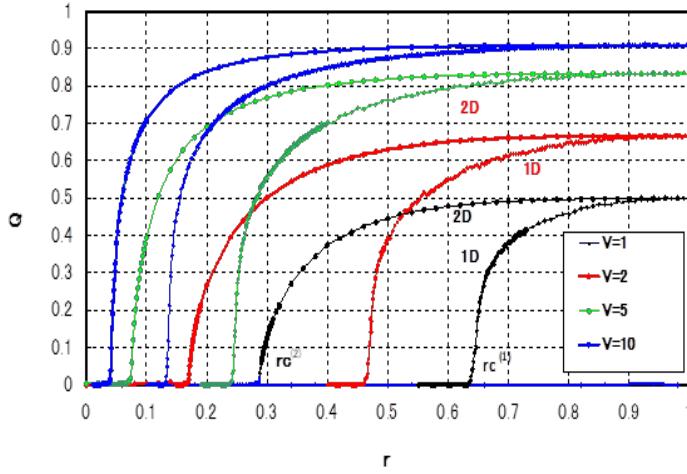


図 2. 感染確率 r と平衡感染濃度 Q .

同一 V について右下側が 1 次元系、左上側が 2 次元正方格子での結果。

4. 結果と考察

図 2 からもわかるように、ここで考察したモデルはある種の相転移のモデルになっているようだ。特に注目すべき臨界感染確率 r_c は、 $V=1, 2, 5, 10$ に対して $r_c = 0.28$ (0.64), 0.17 (0.46), 0.07 (0.24), 0.04 (0.13) となっている（括弧内は 1 次元系の r_c ）。いずれも 2 次元系では 1 次元系に比べてより小さい数値が得られているが、各格子点あたりの最近接格子点の数が前者の方が大きい（より感染し易い）のであるから当然である。しかし、臨界感染確率 r_c そのものの導出法は未だ不明である。上に示した（図 2 からも読み取る事が出来る） r_c と V の関係は、2 次元系では $1/r_c = 2.44V + 0.99$ となっている（1 次元系では $1/r_c = 0.65V + 0.85$ ）。 $1/r_c$ がきれいな直線にのるが、直線の表式にあらわれる数値の意味は不明である。

また、感染濃度 Q を $(V+1)/V$ 倍し、感染確率 r を $r^* = (r - r_c)/(1 - r_c)$ と規格化すると、図 3 が得られる。1 次元系にくらべて 2 次元正方格子における曲線が左上側に若干角張っている様にみえるが、本質的な特徴かどうかは不明である。

結論として、独自の接触感染モデルにより、臨界感染確率 r_c の治癒期間 V 依存性お

より平衡感染濃度 Q の感染確率 r 依存性が定量的に得られた。しかし、参考とすべき臨界感染率 λ_c (まえがき参照のこと: 1 次元、2 次元でそれぞれ、 $\lambda_c=1.65, 0.4119$) の理論的根拠が明確にされていない現状では、特に r_c の V 依存性についての立ち入った議論は控えざるを得ない。他方、2 次元三角格子、六方格子などで同様のシミュレーションを行なえば、最近接格子点の数と r_c の関係について何らかの新しい知見がえられるだろうし、実際そのようなシミュレーションを計画している。

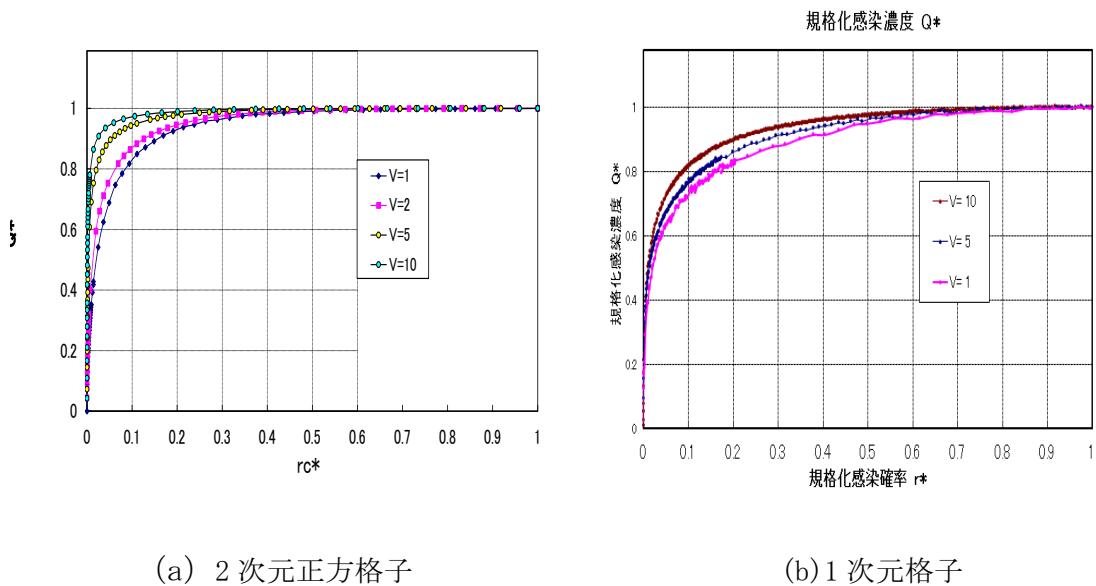


図 3 規格化感染確率 r^* と規格化平衡感染濃度 Q^* の関係。

最後に、査読者に本課題と類似の問題を平均場近似により取り扱った 2 編の論文を紹介していただいたことを付記したい。ただし、その内容については慎重に検討すべきであり、本稿との安易な対比は避けたいので、それら 2 編の論文は参考文献として示すにとどめる (参考文献 3 および 4)。いずれにしろ、拙稿を丁寧に査読していただいた査読者に感謝する。

参考文献

- 1) 今野紀雄 「確率モデルって何だろう」 (ダイヤモンド社)
- 2) 香取眞理 「複雑系を解く確率モデル」 (Blue Backs, 講談社)
- 3) M.E.J. Newman, Phys. Rev. E **66**, 016128 (2002).
- 4) L. Pellis, F. Ball, and P. Trapman, Math. Biosci. **235**, 85-97 (2012).

ランダムなしりとりの平均場解析

藤田悠朔¹, 鈴木岳人², 水口毅¹

¹ 大阪公立大学 大学院理学研究科 物理学専攻

² 高千穂大学 人間科学部

概要

しりとりは前の単語に、その末尾文字から始まる単語をつなげるゲームである。本研究ではしりとりで使用できる単語を定め、その中からランダムに単語を選ぶ過程を考える。この過程はネットワーク上の自己回避ランダムウォークとみなすことができる。我々は単語列の長さ（鎖長）に着目し、平均場近似を施した場合の鎖長分布に関する理論的な解析を行った。

Mean-field Analysis of Random Word Chain Games

Yusaku Fujita¹, Takehito Suzuki², Tsuyoshi Mizuguchi¹

¹ Department of Physics, Graduate School of Science, Osaka Metropolitan University

² Faculty of Human Sciences, Takachiho University

Abstract

A word chain game is a game where players connect words beginning with the last character of the previous word. In this study, a “dictionary”, namely a set of usable words in the game, is defined, and a random word-selecting process in the dictionary is considered. This process can be regarded as a self-avoiding walk on the dictionary network. We focused on the chain length of each trial and analysed its distribution with a mean-field approximation.

1 はじめに

しりとりは、“りんご”→“ごりら”→“らっぱ”→…のように、前の単語にその末尾文字から始まる単語をつなげていくゲームである。他のルールとしては、(i) 一度使用した単語は再度使用できない (ii) 次の単語がなくなったら終了（負け）がある。しりとりの先行研究として、使用できる単語を決めたときに最長で何単語続くのか [1] や、2人しりとりにおける最も効果的な戦略は何か [2] などが知られている。いずれも戦略的にしりとりの鎖長（単語列の長さ）を変化させる研究である。我々は戦略を持たないしりとりの鎖長に着目した。

本研究では、使用できる単語の集合（辞書）を定め、ゲームの戦略を度外視したランダムなしりとりを考える。すなわち、単語は残されている選択可能

な単語の中からランダムに選び、選択された単語は辞書から消す、という過程を終了するまで繰り返す。こうしてできる鎖長の分布を数値的および理論的に解析した。

図1は文学作品“Moby-Dick”[3]に登場する英語の名詞19088語で5万回ランダムなしりとりを実行したときの鎖長分布である。非対称で歪な形状の分布が得られた。また、5万回の試行において終了文字（最後の単語の末尾文字）として現れたのはxとyのみであった。図2は終了文字ごとの鎖長分布であり、文字ごとに分布の形状が異なっている。それぞれの分布はどのようにして得られるのかという疑問が提起される。

Moby-Dick辞書には26文字が使われており、分布を求めるのは容易ではない。本論文ではランダムなしりとりをネットワーク上の自己回避ランダムウォー

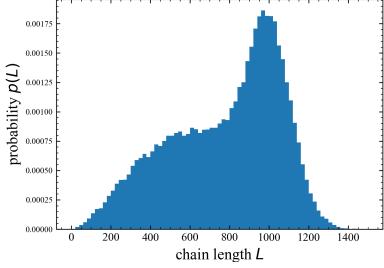


図 1: Moby-Dick 辞書の鎖長分布 (50000 回試行)

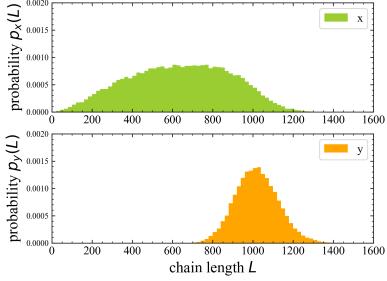


図 2: Moby-Dick 辞書の終了文字ごとの鎖長分布 (上段: x, 下段: y, 50000 回試行)

クと捉え、ネットワーク構造から導かれる終了文字の条件を紹介する。さらに、使用されている文字の数が 2 という単純な場合に限定し、その鎖長分布について、平均場近似を用いた解析結果を報告する。

2 辞書ネットワーク

辞書の単語数を D 、しりとりに使われる文字の種類数を C とする。すべての文字を頂点にとり、任意の文字 θ, ϕ について、 θ で始まり ϕ で終わる単語が n 個あれば、頂点 θ から頂点 ϕ への有向辺を n 本張る。こうして辞書から頂点数 C 、リンク数 D の多重有向グラフを構成することができる。図 3 は Moby-Dick 辞書の辞書ネットワークである。

ランダムなしりとりは辞書ネットワーク上の通過した辺を回避する自己回避ランダムウォーカー (SAW) に対応する。これまで正方格子上 [4] や単純ネットワーク上 [5] [6] で SAW を行ったときの経路長分布が数値的または理論的に求められている。ただし、これらの研究で扱っている SAW は辺ではなく頂点を回避する SAW であることに注意が必要である。

終了文字となるための条件を考えたい。文字 θ の入次数を $k_{\text{in},\theta}$ 、出次数を $k_{\text{out},\theta}$ とする。 θ が図 4 (a) $k_{\text{in},\theta} < k_{\text{out},\theta}$ を満たす場合、 θ に入って出ていくを繰り返した結果、入次数が先に 0 となり θ で終了す

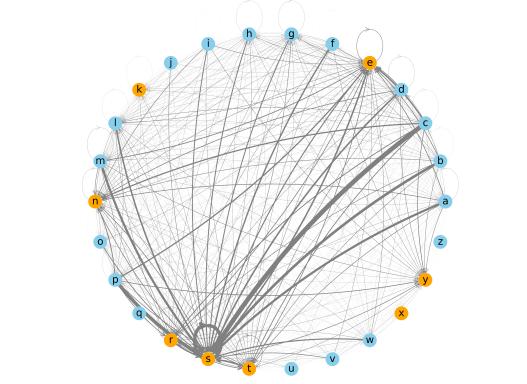


図 3: Moby-Dick 辞書の辞書ネットワーク。辺の太さは有向辺の数に比例しており、頂点の色は橙が終了可能文字を、青が終了不能文字を表している。

ることはない。一方で、図 4 (b) $k_{\text{in},\theta} > k_{\text{out},\theta}$ を満たす場合、出次数が先に 0 となり θ で終了する可能性が生じる。また、 $k_{\text{in},\theta} = k_{\text{out},\theta}$ の場合も、しりとりの最初の単語が θ から始まるときに、出次数が先に 0 となり θ で終了する可能性が生じる。よって、しりとりは次の式を満たす文字 θ で終了する。

$$k_{\text{in},\theta} \geq k_{\text{out},\theta}. \quad (1)$$

(1) 式を満たす文字を終了可能文字と呼び、満たさない文字を終了不能文字と呼ぶ。図 5 は Moby-Dick 辞書の各文字 θ の $(k_{\text{in},\theta}, k_{\text{out},\theta})$ をプロットしたものである。この辞書における終了可能文字は、黄色の領域にある 8 文字であることがわかる。

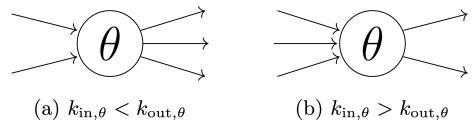


図 4: 終了可能性について

3 平均場近似

考えている辞書ネットワークの隣接行列を A とする。文字 θ, ϕ について、行列要素 $A_{\theta\phi}$ は θ で始まり ϕ で終わる単語の数である。しりとりで単語が選択されるごとに隣接行列と各文字の次数は変化する。 l 個の単語が選択された時点での隣接行列を $A^{(l)}$ 、文字 θ の入次数と出次数を $k_{\text{in},\theta}^{(l)}, k_{\text{out},\theta}^{(l)}$ と表すと、 $k_{\text{in},\theta}^{(l)}, k_{\text{out},\theta}^{(l)}$ はそれぞれ隣接行列の列和と行和に

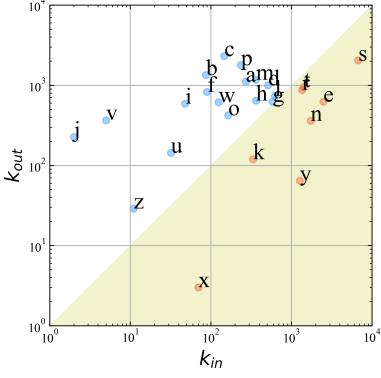


図 5: Moby-Dick 辞書の k_{in} – k_{out} 平面 (両対数)

なっており、

$$k_{in,\theta}^{(l)} = \sum_{\phi} A_{\phi\theta}^{(l)}, \quad k_{out,\theta}^{(l)} = \sum_{\phi} A_{\theta\phi}^{(l)} \quad (2)$$

と表される。

本研究ではしりとりの一回の試行を以下のように考える。(i) 初期条件として文字をランダムに選択する。すなわち、0番目の単語の末尾文字はどの文字も $1/C$ の確率で選択される。(ii) l 番目の単語の末尾文字が θ のとき、 $l+1$ 番目の単語の末尾文字に ϕ が選ばれる確率 $q_{\theta\phi}^{(l)}$ は以下の式で与えられる。

$$q_{\theta\phi}^{(l)} = \frac{A_{\theta\phi}^{(l)}}{\sum_{\phi'} A_{\theta\phi'}^{(l)}} = \frac{A_{\theta\phi}^{(l)}}{k_{out,\theta}^{(l)}} \quad (3)$$

ϕ で終わる単語が選択された後の隣接行列 $A^{(l+1)}$ は、 $\theta\phi$ 成分のみが $A^{(l)}$ から 1 減少し、他の成分は変化しない。(iii) $k_{out,\theta}^{(l)} = 0$ となった後、 θ で終わる単語が選ばれたらしりとりは終了し、そのときの単語列の長さ L を鎖長とする。

しりとりが鎖長 L かつ文字 θ で終了する確率を $p_{\theta}(L)$ で表す。一般の辞書に対して $p_{\theta}(L)$ を解析的に求めることは容易ではない。以下では $p_{\theta}(L)$ そのものではなく、平均場近似を施した鎖長分布 $\tilde{p}_{\theta}(L)$ を取り扱う。平均場近似とは、末尾文字として θ の次に ϕ が選ばれる確率を、(3) 式の代わりにその分母分子をそれぞれ θ について和をとったもの、

$$\tilde{q}_{\theta\phi}^{(l)} = \frac{\sum_{\theta} A_{\theta\phi}^{(l)}}{\sum_{\theta} \sum_{\phi'} A_{\theta\phi'}^{(l)}} = \frac{k_{in,\phi}^{(l)}}{D^{(l)}} \quad (4)$$

で置き換えた近似である。 l ステップ目における辞書の総単語数を $D^{(l)}$ とした。 $\tilde{q}_{\theta\phi}^{(l)}$ は隣接行列の各成分ではなく、その列和すなわち $k_{in,\theta}^{(l)}$ にのみ依存する。

つまり、平均場近似は与えられた辞書の各文字の入次数と出次数を保ったまま、頂点同士をランダムにつなぎかえてできる一連の辞書群（シャッフル辞書群）に対する平均を意味する。そして、この近似によってしりとりの一連の過程を確率論における非復元抽出型の壺モデルとして扱うことが可能になる。

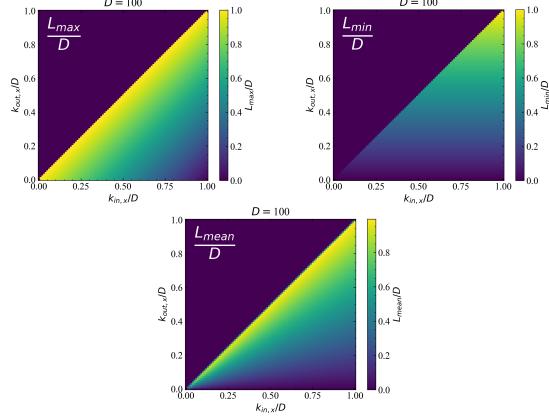


図 6: $\frac{L_{\max}}{D}$, $\frac{L_{\min}}{D}$, $\frac{L_{\text{mean}}}{D}$ のヒートマップ ($D = 100$)

4 解析結果

最も簡単な例として、 $C = 2$ のシャッフル辞書群における平均鎖長分布 $\tilde{p}_{\theta}(L)$ を求める。ただし、終了可能文字を x 、終了不能文字を z とする。平均場近似において鎖長 L かつ文字 x で終了する確率は、 x, z と書かれた球がそれぞれ $k_{in,x}$ 個、 $k_{in,z}$ 個入っている壺の中から、非復元抽出で x の球を $k_{out,x} + 1$ 個取り出した時点で、球が全部で L 個取り出されている確率と考えられる。よって、 $\tilde{p}_x(L)$ は負の超幾何分布に従い、以下の式で表すことができる。

$$\tilde{p}_x(L) = \frac{1}{2} \frac{\binom{L-1}{k_{out,x}-1} \binom{D-L}{k_{in,x}-k_{out,x}}}{\binom{D}{k_{in,x}}} + \frac{1}{2} \frac{\binom{L-1}{k_{out,x}} \binom{D-L}{k_{in,x}-k_{out,x}-1}}{\binom{D}{k_{in,x}}} \quad (5)$$

L/D をカバーレートと呼ぶ。図 6 はカバーレートの最大値 L_{\max}/D 、最小値 L_{\min}/D 、平均値 L_{mean}/D を各点 $(k_{in,x}/D, k_{out,x}/D)$ ごとに (5) 式から求めたヒートマップである。この図から最小値は $k_{out,x}$ のみによって決まり、最大値と平均値はそれぞれ $k_{out,x}$ と $k_{in,x}$ の差と比によって決まることが想される。

(5) 式と負の超幾何分布の統計量 [7] をもとに、

L_{\max}/D 、 L_{\min}/D 、 L_{mean}/D を計算すると、

$$\frac{L_{\max}}{D} = 1 + \frac{k_{\text{out},x} - k_{\text{in},x} + 1}{D} \quad (6)$$

$$\frac{L_{\min}}{D} = \frac{k_{\text{out},x}}{D} \quad (7)$$

$$\frac{L_{\text{mean}}}{D} \simeq \frac{k_{\text{out},x}}{k_{\text{in},x}} \quad (8)$$

と求められ、予想が正しいことが確認された。ただし、平均値の計算には $D \gg 1$ 、 $k_{\text{in},x} \gg 1$ 、 $k_{\text{out},x} \gg 1$ の近似を用いた。数値計算でも (6)–(8) 式が成立することが確認された。図 7 は平均値についての計算結果の一例であり、 D が大きくなるにつれて (8) 式の関係に漸近している。

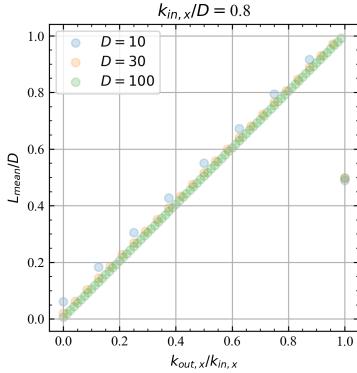


図 7: $\frac{L_{\text{mean}}}{D}$ の $\frac{k_{\text{out},x}}{k_{\text{in},x}}$ 依存性 ($\frac{k_{\text{in},x}}{D} = 0.8$ に固定)

5 まとめと今後の課題

本研究では、ランダムなしりとりを辞書ネットワーク上の SAW とみなし、シャッフル辞書群におけるランダムなしりとりの平均鎖長分布を $C = 2$ の場合に限定して求めた。その結果、鎖長分布は負の超幾何分布に従うことが判明した。さらに、カバーレートの最小値は出次数のみで決まり、最大値と平均値はそれぞれ出次数と入次数の差と比で決まることが判明した。これらの統計量の次数依存性は数値計算によっても確認された。

なお $C = 2$ に限って言えば、シャッフル辞書群ではなく個別の辞書に対して鎖長分布を求めることが可能である。しかし、同じ手法で $C \geq 3$ の個別の辞書における鎖長分布を求ることはできていない。これに対して、本論文で紹介したシャッフル辞書群に対する平均場近似は $C \geq 3$ でも適用できるという利点を持っている。

$C \geq 3$ のシャッフル辞書群における平均鎖長分布は多変量化した負の超幾何分布となることが判明し

ている。例えば、 $C = 3$ (文字 x, y, z のうち、 x, y で終了可能) における $\tilde{p}_x(L)$ は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \tilde{p}_x(L) &= \frac{1}{3} \sum_{k_y=0}^{k_{\text{out},y}} \frac{\binom{k_{\text{in},x}}{k_{\text{out},x}-1} \binom{k_{\text{in},y}}{k_y} \binom{k_{\text{in},z}}{L-k_{\text{out},x}-k_y}}{\binom{D}{L-1}} \times \frac{k_{\text{in},x} - k_{\text{out},x} + 1}{D - L + 1} \\ &+ \frac{1}{3} \sum_{k_y=1}^{k_{\text{out},y}} \frac{\binom{k_{\text{in},x}}{k_{\text{out},x}} \binom{k_{\text{in},y}}{k_y-1} \binom{k_{\text{in},z}}{L-k_{\text{out},x}-k_y}}{\binom{D}{L-1}} \times \frac{k_{\text{in},x} - k_{\text{out},x}}{D - L + 1} \\ &+ \frac{1}{3} \sum_{k_y=0}^{k_{\text{out},y}} \frac{\binom{k_{\text{in},x}}{k_{\text{out},x}} \binom{k_{\text{in},y}}{k_y} \binom{k_{\text{in},z}}{L-k_{\text{out},x}-k_y-1}}{\binom{D}{L-1}} \times \frac{k_{\text{in},x} - k_{\text{out},x}}{D - L + 1}. \end{aligned} \quad (9)$$

しかしその統計量は今のところ解析的に求められない。今後は文字数が増えても、統計量は $C = 2$ と同じ性質を保つか検証したいと考えている。

平均場近似の精度は单一辞書の鎖長分布とシャッフル辞書群の鎖長分布の距離で定量的に評価できる。Moby-Dick 辞書の場合、全変動距離の値は 0.160 であり、平均場近似はよい近似とは言えない。どのような辞書ならば平均場近似が妥当なのかという問題については、今後調査したいと考えている。

また、言語を変えると、各文字の $k_{\text{in}} - k_{\text{out}}$ の分布だけでなく、文字種類数 C も変化する場合がある。例えば日本語の場合 $C \geq 46$ となる。このように言語を変えたときにしりとりの統計的性質がどうなるのかも今後の興味深い話題である。

参考文献

- [1] N. Inui, et al., Proceedings of the First International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, **1** (2004) 214.
- [2] M. Murata and T. Shirado, International Information Institute (Tokyo). Information, **18** (2015) 1631.
- [3] Project Gutenberg, <https://www.gutenberg.org/ebooks/2701>.
- [4] S. Hemmer and P. C. Hemmer, J. Chem. Phys., **81** (1984) 584.
- [5] C. P. Herrero, Phys. Rev. E, **71** (2005) 016103.
- [6] I. Tishby, et al., J. Phys. A: Math. Theor., **49** (2016) 285002.
- [7] R. A. Khan, Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, B(1960-2002), **56** (1994) 309.

交通流数理研究会 講演申し込み・論文投稿規程

◆ 講演申し込み

1. 講演申し込み概要

講演申し込みの方は、概要原稿の投稿という形で申し込みでいただきます。エディターがチェックし、特に問題が無い限り基本的に講演を許可し、その旨連絡します。概要原稿は講演概要集として Web に掲載されます。

2. 投稿手続き

- ・投稿論文の形式 (A4, 最大 2 ページ以内) で、日本語または英語で記述する。
- ・投稿原稿フォーマットは、原則として当研究会で用意した LaTeX スタイルファイルを使用する。そのまま写真製版できる PDF ファイルを email によりエディタに送付する。ただし WORD ファイルを用いる場合は当研究会配布のスタイルファイルの体裁にできる限り合わせること。
- ・送り先：エディタ（毎年の開催案内、Web に掲載する。）
- ・メールのタイトルに「交通流・自己駆動粒子系シンポジウム講演申し込み」とお書きください。メールの本文には、著者、著者所属、講演タイトルを記入してください。
- ・採否にかかわらず原稿は返却しない。
- ・修正を要請された原稿は、指定期間内に改訂しなければならない。
- ・投稿された原稿を概要集として、シンポジウム開催時に配布する。

◆ 掲載論文投稿手続き

1. 掲載論文投稿の概要

講演後に講演内容を論文集として発刊し Web に掲載いたします。掲載希望者（エディターの推薦の場合もある）は、決められた期日までに（A4 で最大 4 ページ）の原稿を送付してください。

2. 査読

本論文集に掲載される論文は、査読を経る。投稿者は、シンポジウム開催前の指定された期日までに投稿する。期限までに投稿された論文は、査読者の報告に基づいて論文集編集委員会において採否が決定される。

3. 投稿手続き

- ・投稿論文の形式（A4、最大 4 ページ以内）で、日本語または英語で記述する。
- ・投稿原稿フォーマットは、原則として当研究会で用意した LaTeX スタイルファイルを使用する。そのまま写真製版できる PDF ファイルを email によりエディタに送付する。ただし WORD ファイルを用いる場合は当研究会配布のスタイルファイルの体裁にできる限り合わせること。
- ・送り先：エディタ（毎年の開催案内、Web に掲載する。）
- ・メールのタイトルに「交通流・自己駆動粒子系シンポジウム講演申し込み」とお書きください。メールの本文には、著者、著者所属、論文タイトルを記入してください。
- ・採否にかかわらず原稿は返却しない。
- ・修正を要請された原稿は、指定期間に改訂しなければならない。
- ・投稿論文の論文集として、シンポジウム開催後に配布する。

3. 掲載料・別刷

掲載料は無料とする。別刷は用意しない。

4. 著作権

投稿論文の著作権は著者にある。論文は、印刷形式及び電子的形式での配布を、交通流数理研究会に許諾されたものとして、取り扱う。論文集掲載記事内容の責任は著者が負うものとする。

Invited papers

Mathematical modeling of deformable self-propelled particles and their collective dynamics	1
---	---

Nen Saito

A Study on Infant Vocabulary Development based on the Dynamic Systems Approach.....	5
--	---

Masa-aki Sakagami, Hiromichi Hagihara

Refereed papers

Effects of Motility Enhancement on Pathological Aggregation of New Neuron.....	9
---	---

Katsuyoshi Matsushita, Mami Matsumoto, Kazunobu Sawamoto,
Koichi Fujimoto

Quantitative analysis of pedestrian counter-flow in crowded condition using floor field model.....	13
---	----

Sora Nakai, Masaharu Isobe

Parameter Estimation for a 2D Optimal Velocity Model Based on Mobile Robot Control Data.....	17
---	----

Ryuuhhei Serata, Sota Watanabe, Yasushi Honda

Detection of Precursors for the Onset of Traffic Congestion in Two Single Time-Series Datasets.....	21
--	----

Keisuke Nakamura, Kazuya Okamoto, Kuniyoshi Hayashi, Tomoyuki Miyaji,
Akiyasu Tomoeda

Cover Time in a Chemotactic Agent System with Repulsive Interactions.....	25
--	----

Chikoo Oosawa

The Contact Infection on the Two-dimensional Square Lattice 29

Yoshihiro Ishibashi, Minoru Fukui

Mean-Field Analysis of Random Word Chain Games..... 33

Yusaku Fujita, Takehito Suzuki, Tsuyoshi Mizuguchi

シンポジウムについてのお問い合わせは、下記までお願いします。

交通流数理研究会

世話人： 杉山雄規

Email: sugiyama.yuuki.w5@mail.nagoya-u.ac.jp

Web: <https://mathematical-society-of-traffic-flow.github.io/>

