接触感染の一考察

石橋善弘[1]　　　　福井稔[2]

[1]名古屋大学　　　　[2]中日本自動車短期大学

概要

1 次元系における接触感染について、蔓延状態から感染率がさがるときの感染消滅に至る過程をセル・オートマトン模型を用いて調べた。感染率 λ（λは単位時間 1 の間に感染事象が何回発生するかを示す。たとえばλ=1.65）のかわりに感染確率 r =1- exp (-λ) を用いた（r は単位時間 1 の間に感染事象が 1 回以上生じる確率）。感染確率 r が 1 より小さいとき感染濃度 Q の平衡感染状態がえられるが、特定の感染確率 $\boldsymbol{r}_{\mathbf{c}}$ よりも小さくなると感染が消滅する（この $\boldsymbol{r}_{\mathbf{c}}$ を臨界感染確率とよぶ）。治癒期間 V を 1 ではなく、2, 3, 4, 5, 10 としたときの平衡感染状態も調べた。平衡感染濃度 Q および感染確率 r を規格化することにより、両者の関係に一種の universality が見られる事がわかった。

Consideration on the Contact Infection

Yoshihiro Ishibashi[1], Minoru Fukui[2]

[1]Nagoya University　[2]Nakanihon Automotive College

Abstract

By means of a cell automaton (CA) model the contact infection processes in the one-dimensional system have been studied. Instead of the infection rate λ, which implies how many times the event of infection takes place in the unit time 1, the infection probability r =1-exp (-λ) is adopted, which implies the probability that the event of infection takes place more than once in the unit time 1. When r is less than 1, the equilibrium infection states of the density Q are attained, while r is less than a certain $\boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}$, defined as the critical infection probability, the infection states disappear. Not only the case of the healing period 1, but also those of the healing period 2, 3, 4, 5, 10 were studied. By normalizing properly the equilibrium infection density Q and the infection probability r a sort of universality is found.

1. まえがき

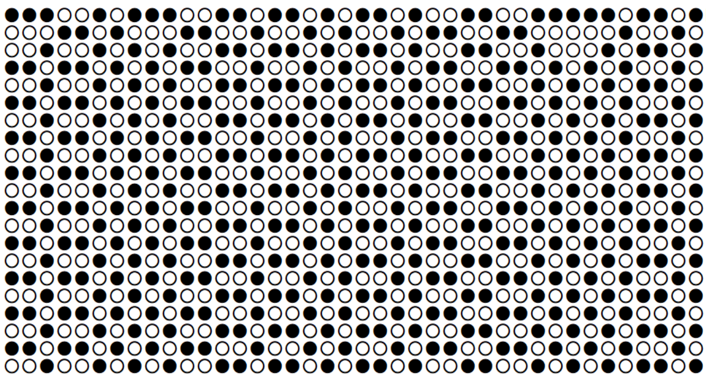
接触感染について、1 個の感染源から感染が広がるための臨界感染率 λ_c を求めた研究は多く、自然治癒率を 1 としたとき、臨界感染率 λ_c は 1 次元、2 次元でそれぞれ、λ_c=1.65, 0.4119 と知られている。[1, 2] 他方、蔓延状態から感染率がさがるときの感染消滅に至る過程の研究は少ないらしい。そこで、我々は computer simulation により、改めて 1 次元系における感染消滅や平衡感染状態を調べてみた。その際、空間・時間とも離散化し、一種のセル・オートマトン模型を用いた。本稿は得られた結果の報告である。

2. 感染率と感染確率

いま、感染率（期間 1 の間に感染事象が何回発生するか）を λ（たとえば λ=1.65）とする（この事象は滅多に起こらない事象であり、ポアソン分布に従う）。すると期間 1 を経過したときに、この事象が 1 回以上起こる確率 r は $r = 1 - \exp(-\lambda)$ で与えられる。本稿ではこの r を感染確率とよび、simulation の簡便化のため、感染確率 $\boldsymbol{r}$ を用いる。

3. Simulation

いま、1 次元系を考え、治癒期間 (感染後治癒するまでの期間) V= 1 とする。r=1 のとき、感染濃度 Q = 1 /2 (=V/(V+1)) の平衡状態が得られる（図 1a)。



時間	感染者数	割合%
1	15	0.375
2	19	0.475
3	20	0.5
4	20	0.5
5	20	0.5
6	20	0.5
7	20	0.5
8	20	0.5
9	20	0.5
10	20	0.5
11	20	0.5
12	20	0.5
13	20	0.5
14	20	0.5
15	20	0.5
16	20	0.5
17	20	0.5
18	20	0.5
19	20	0.5
20	20	0.5

図 1a. V=1, r =1 のときの平衡状態。平衡感染濃度は 0.5.
黒丸は感染状態、白丸は治癒(非感染)状態をあらわす。

この状態から感染確率 r を小さくすると、各 r に依存した平衡濃度がえられる。また、臨界感染確率 r_c 以下では、感染が消滅した濃度 0 の状態に相転移する。これは 2 次相転移である。r=0.5 の場合、感染が消滅する過程を図 1b に示す。

次に、治癒に時間がかかるケース、すなわち V=1 ではなく、V = 2, 3, 4, 5, 10 について同様の simulation を行った。V=3, r =0.5 で平衡状態に近づく例を図 2 に示す。これ

らをまとめると図 3 がえられた(横軸は感染確率 r、縦軸は平衡濃度 Q)。

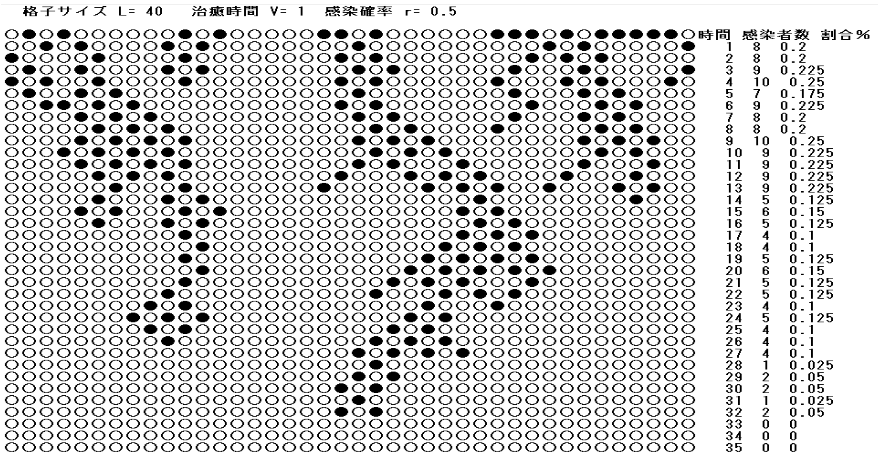


図 1b. $V=1$, $r=0.5$ のときの感染消滅過程.

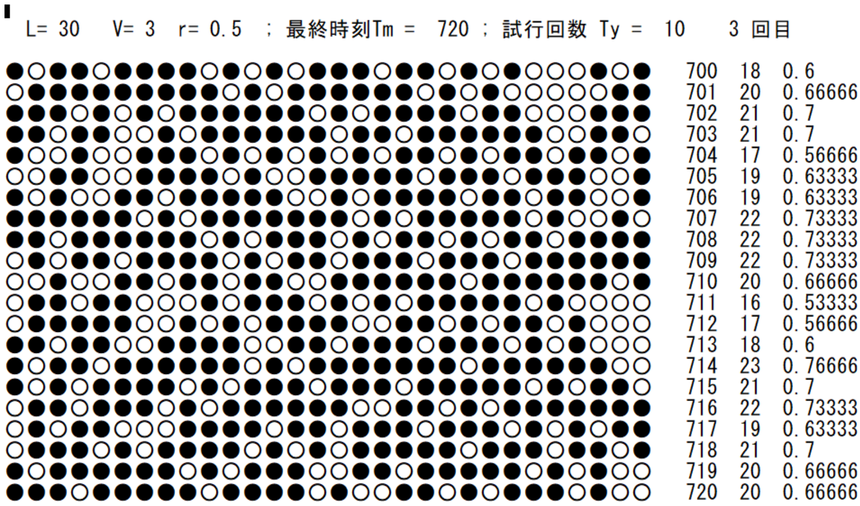


図 2. $V=3$, $r=0.5$ のときの平衡状態。平衡感染濃度は約 2/3

黒丸は感染状態、白丸は健常者状態をあらわす。$V=3$ に対応して黒丸が縦に 3 個つながっている。

4. 結果と考察

図 3 からもわかるように、ここで考察したモデルは期せずして相転移のモデルになっているようだ。しかし、臨界感染確率 r_c の導出法は未だ不明である。

他方、図 3 から読み取られる r_c と V の関係は、

$$1/r_c = 0.6474\,V + 0.8468$$

となっている(図 4)。$1/r_c$ がきれいな直線にのるが、直線の表式にあらわれる数値の意味は不明である。

また、感染濃度 Q を（V+1）/V 倍し、感染確率 r を $r^* = (r - r_c)/(1 - r_c)$ と規格化

すると、図 5 が与えられる。何らかの universality がみられるが、今後検討すべき課題が数多く残されている。

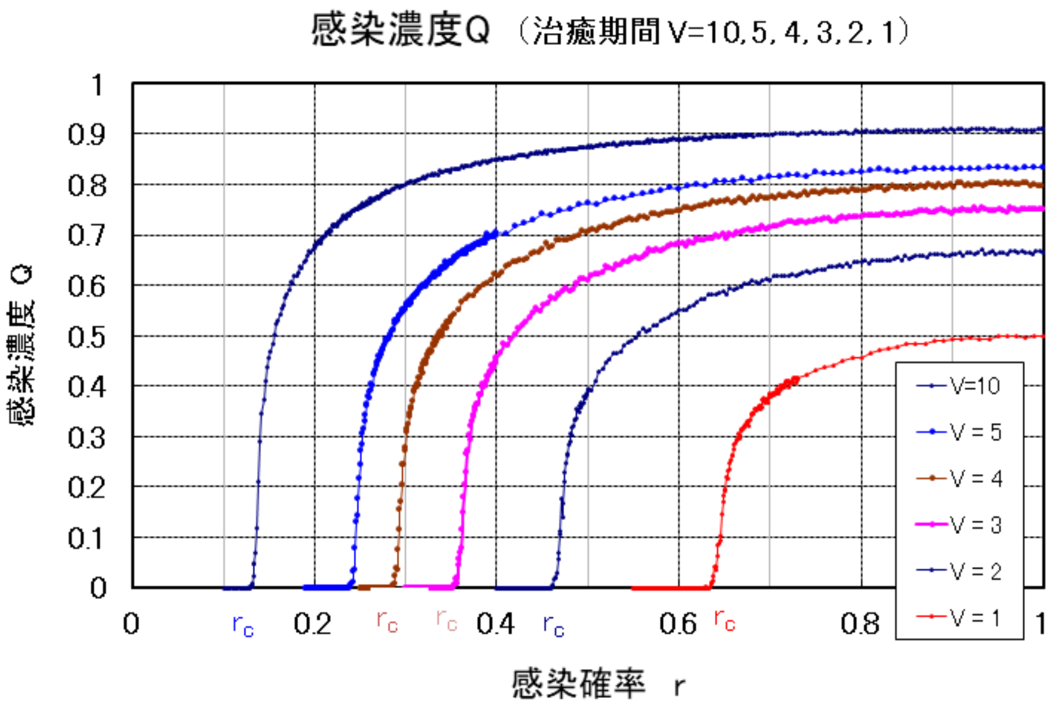
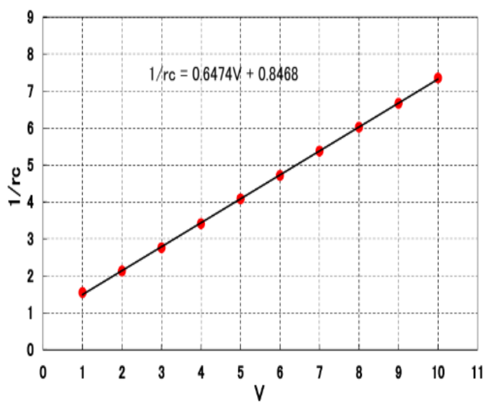


図 3.　感染確率 r と平衡感染濃度 Q の関係（r=1 では,$Q=V/(V+1)$）



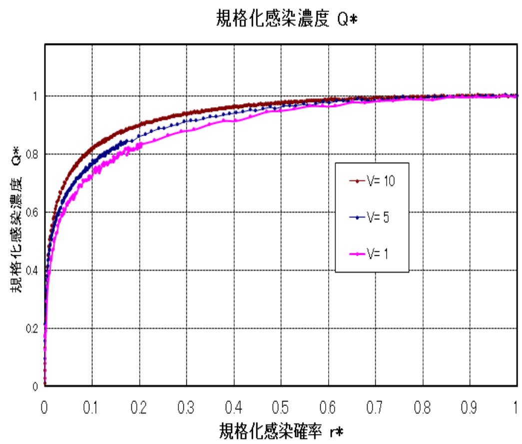


図 4.　1/r_c と治癒期間 V との関係

図 5. 規格化感染確率 r*と規格化平衡感染濃度 Q*の関係

参考文献

[1] 今野紀雄, “確率モデルって何だろう”, ダイヤモンド社, (1995).

[2] 香取眞理, “複雑系を解く確率モデル”, Blue Backs, 講談社,(1997).