

Short-cut を動的に繋ぎ変える Small-world における 最終感染者サイズへの影響とその評価

猪毛尾 賢亮¹, 内海 忍², 立川 雄一², 谷本 潤^{1,2,3}

¹九州大学 工学部 エネルギー科学科

²九州大学大学院 総合理工学府 総合理工学専攻

³九州大学院 総合理工学研究院 環境理工学部門

概要

Multi-Agent Simulation (MAS) を用いて感染症の拡大を評価していく場合、従来のシミュレーションでは、ある一つの固定されたネットワーク上で行うことが一般的である。しかしながら現実の世界を考えると、人々は毎日同じ人に会っているわけではなく、日によって関わる人間も様々である。それを実現するために、本稿では Small-World (SW) ネットワーク上で、一日ごとに short-cut リンクを切り替えながら感染症の伝搬を評価した。その結果、固定 short-cut リンク SW 上に比して、最終感染者サイズ、ピーク感染者サイズともに増加し、その差異は平均次数と short-cut 確率に依存することを明らかにした。また、その機構の詳細は、繋ぎ替えにより、感染拡大をもたらす I-S リンクがリフレッシュされるイベントによることを明らかにした。

Quantification of final epidemic size on a Small-world network with time-varying its short-cut links

Kensuke Ikeo¹, Shinobu Utsumi², Yuichi Tatsukawa², Jun Tanimoto^{1,2,3}

¹ Undergraduate School of Engineering, Kyushu University

² Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

³ Faculty of Engineering Sciences, Kyushu University

Abstract

Multi Agent Simulation; MAS, applied for epidemic spreading on a complex human network, usually premises a time-constant underlying network, although a human physical contact complexly time-varies in daily basis as the reality. We analyze a disease spreading obeying to SIR process on Small-world (SW) network of which short-cut links daily change. Our MAS result reveals that the Final Epidemic Size; FES, and peak epidemic size increase by presuming such a daily dynamic SW vis-à-vis the conventional SW, which depends on both short-cut probability and average degree. Which is brought by the mechanism that the daily dynamic SW refreshes I-S links working as a trigger to spread a disease, which makes containment difficult in a time-evolutionary process.

1.緒言

現在世界で爆発的な感染拡大を見せている COVID-19. ワクチン開発が進み、日本では約7割が接種を終え、感染も落ち着いてきた。だが、飲食業界や旅行産業に既に甚大な被害が

及んでいる。主な感染経路としては、家庭内や職場内などで生じる高密度な物理接触が媒介するケースの発生が挙げられる。加えて、「自粛」や「非常事態宣言」である程度の社会的

介入制御ができたとしても完全には禁じ得ない遠方への移動が、遠隔地への飛び火感染を惹起することが無視できない。

本論では Multi-Agent Simulation (以下 MAS) を SIR プロセスに適用し、複雑社会ネットワーク上での物理接触を模擬した解析により、この遠方への移動イベントによる感染動特性への影響を評価する。次数分布の scale-free 性と並んで人間社会システムの複雑ネットワークの大きな特徴である small-world (SW) 性に注目し、本論では 2 次元ラチススペースの SW を取り上げる。具体的には、ある short-cut 確率のもとで生成した SW グラフを、1 日ごとにそのランダム short-cut を繋ぎ替えることで、上記の現実世界における遠方への移動を模擬する。この short-cut の繋ぎ替えが、感染者サイズに及ぼす影響を系統的な数値実験により考察する。

2. モデル

2.1 Small-world ネットワーク

2 次元ラチスを基盤に、Watts & Storgatz による WS-SW モデル[1]に従い、平均次数、short-cut 確率を変えながら、粒子数 10^4 の SW を生成した。

2.2 感染症モデル

感染症伝搬におけるモデルは Kermack と McKendrick[2]による SIR モデルに依るとした。ここで S は感受性をもったエージェント、I は感染し他にウイルスを移し得るエージェント、R は感染し回復したことで完全免疫を獲得したエージェントである。季節性インフルエンザに則って基本再生産数 $R_0 = 2.5$ 、I から R への遷移確率は $\gamma = 1/3[\text{day}^{-1}]$ とした。S から I への遷移確率 β はそれぞれのリンクに対して $\beta_{\text{eq}}[3]$ を定義する。

$$\beta_{\text{eq}} = \frac{R_0 \cdot \gamma}{\langle k \rangle} [\text{day}^{-1} \cdot \text{person}^{-1} \cdot \text{link}^{-1}]$$

2.3 時間の概念

MAS を用いる上で状態遷移を決める方法と

して Gillespie 法[4]を適用する。これによって 1 時間ステップごとに 1 人のエージェントが確率的に状態遷移を行う。ここでエージェント S_i の遷移確率はそのエージェントの隣人の感染者数 $NI(i)$ を用いて、 $p_i(t) = \beta \times NI(i)$ で表され、エージェント I_i の遷移確率は $p_i(t) = \gamma$ で表されるので、遷移確率の総和を $\lambda(t)$ とすると、 $\lambda(t) = \sum_i p_i(t)$ となる。Gillespie 法における時間は、感染の成長状況により不等間隔となり、1 時間ステップの時間変化 Δt は

$$\Delta t = \frac{-\ln(1-u)}{\lambda(t)}$$

となる。u は $0 \leq u < 1$ の一様乱数である。Δt を加算していくことで、24 時間すなわち日の切り替わりを検出する。

2.4 Dynamic Small-world

本研究では、short-cut 確率で規定される SW のランダム short-cut リンクを 1 日ごとに切り替えるトポロジーを導入する。具体的には、初めに各々のトポロジーに対して 100 種類のネットワークを用意し、1 日経過する度にその中からランダムに次のネットワークを選択しながら感染症を進めていった。本論では、これを Dynamic Small-world と呼ぶことにする。Fig.1 に Dynamic Small-world の特性を模式的に示している。パネルは Gillespie 法により、あるノード (図の範囲にはない) が (例えば) S から I に推移した状況前後、かつ、ちょ

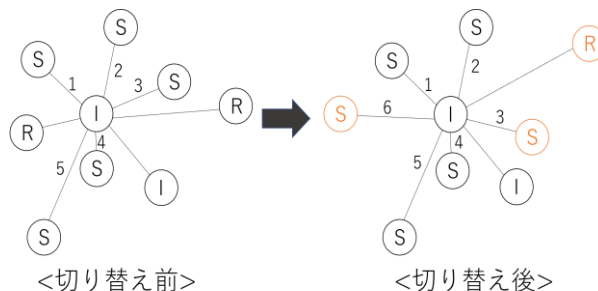


Fig.1 ネットワーク切り替え前後の感染し得る経路の数の変化

うど1日の切れ目で、short-cut リンクが繋ぎ替えられた状況前後を示している。中央のIノードは、上記の状態推移したノードではない、ネットワーク上の他の場所のIノードを意味する。このIノードのshort-cutが3本リフレッシュされ、切り替え間にはI (focal ノード) -R, I-S, I-R リンクであったものが、夫々、I-S, I-R, I-S リンクになっている。I-R⇒I-S と I-R⇒I-S のリンク変化は、繋ぎ替えにより感染拡大リスクを押し上げる効果、I-S⇒I-R は逆に感染リスクを押し下げる効果をもたらす。本論では、これを Dynamic Effect として、押し上げプラス側+1, 押し下げマイナス側-1としてリンク数を数え上げて評価する。再言すると、この Dynamic Effect は Gillespie 法上、1日の切り替わり時にしか発生しない。また、Dynamic Effect は short-cut を繋ぎ替えない従来の静的 SW ではゼロとなる (Fig.1 で示した範囲ではノードの状態変化は発生しない；後述 Fig.4 左パネル青プロット参照) から、この指標は、移動により感染の遠方拡大リスクを表意していることになる。

3.結果及び考察

Fig.2 は平均次数 $\langle k \rangle$ と short-cut 確率 p を変化させながら遷移確率 β 、最終感染者サイズ (FES), ピーク感染者サイズを静的 SW (basic SW) と Dynamic SW とで比較している。最上パネルには次数ごとに異なるが p への感度は持たず、両 SW で同一の値となる β_{eq} を参考のために示している。MAS の統計値はアンサンブル平均 10^4 , 既述の通りノード数は 10^4 である。初期感染者数 5 としてドメイン上にランダム配置したのちの SIR プロセスを Gillespie 法で追跡している。既報[3]同様、平均次数大ほど、 p 大ほど、FES もピーク感染サイズも大きくなる。静的 SW と dynamic SW でこの傾向自体は同様だが、特に低次数では後者の感染拡大への脆弱性が見える。

Fig.3 は Fig.2 左右パネルの FES とピーク感染者サイズの差画像である。低次数ほど dynamic SW の FES, ピーク感染者サイズが大きくなることが明らかである。また、 p 大ほど

同様に dynamic SW の FES, ピーク感染者サイズが大きくなる。但し、FES の次数 8 (数値実

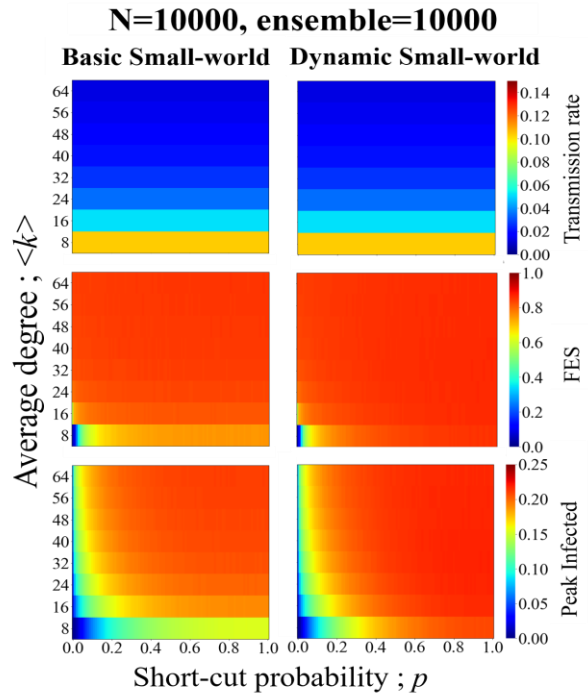


Fig.2 MAS の結果。左列は通常の Small-world, 右列は Dynamic Small-world, 上段は使用した β の値, 中段は最終感染者サイズ(FES), 下段はピーク感染者サイズ。

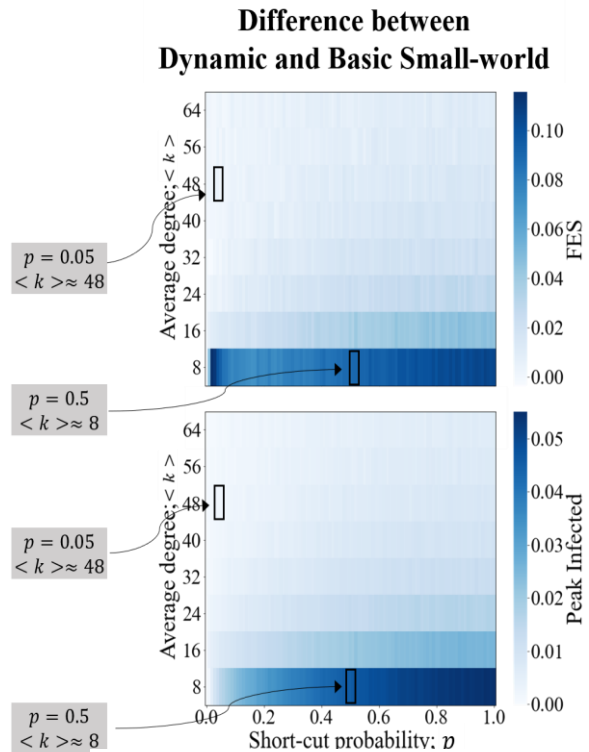


Fig.3 Fig.2 の右列から左列を減じたもの。

験上の最低次数) では p がゼロに近い領域で中程度の p より FES は大きくなっている. これは, 静的 SW においては, このパラメータ領域では, Disease Free (DF) もしくはそれに近い状態 (統計的にはある試行では感染相となるが別の指向では DF となる等) となり得るのに対して, dynamic SW ではランダムリンク繋ぎ替えによりそれらが起き得ずに, p 小の領域にも感染状況悪化が顕れることで DF とはならず感染相となるからである.

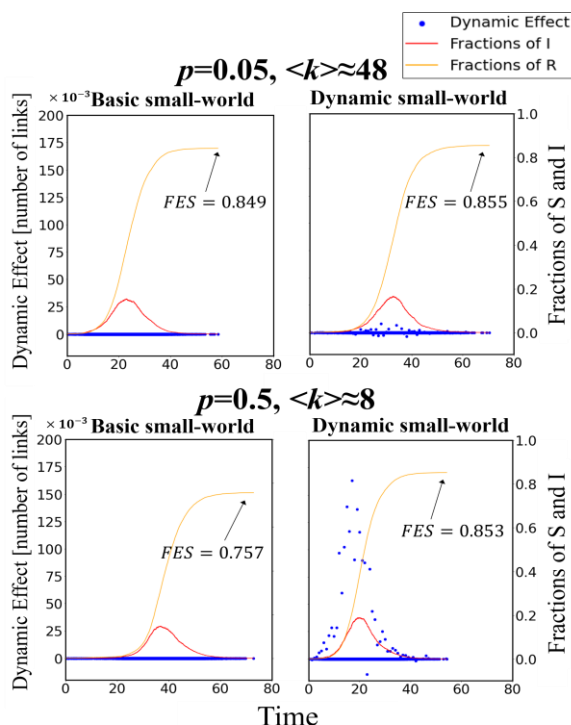


Fig.4 Dynamic Effect(Dynamic Small-world することによる影響). 左縦軸は Dynamic Effect, 右縦軸は I と R が全ノードに占める割合をとっており, 横軸は時間をとる. 上段は short-cut 確率 0.05 で平均次数 48, 下段は short-cut 確率 0.5 で平均次数 8 についてプロットしている.

さて, Fig.4 は先述した Dynamic Effect を平均次数 48, $p=0.05$ (上パネル), および平均次数 8, $p=0.5$ (下パネル) の代表的 1 試行について, その時系列を示した結果である. ただし平均次数による影響を排除するために, それぞれ全リンク数で割って正規化してある. 図中のラインは I と R の時間発展を併示しており, 左パネルは静的 SW を比較のために示している. Dynamic SW の Dynamic Effect がプラス側に触れることが, 感染を押し上げている

様子が看取できる.

4.結言

Multi Agent Simulation により, ランダム short-cut を 1 日ごとに切り替える Dynamic Small-world 上の SIR プロセスを解析した. 従来の静的 Small-world に対して, Dynamic SW は, 現実社会における遠距離移動に依る影響を模擬した系になっている. この繋ぎ替えの効果を定量化するため, I-S リンクが日々リフレッシュされることによって遠方への感染拡大のトリガーになっていることを評価した Dynamic Effect を指標として定義し, 低次数, short-cut 確率が大きい領域ほど, 最終感染者サイズ, ピーク感染者サイズが押し上げられることを明らかにした.

今後の課題としては, Dynamic Effect の定義を足掛かりに, 初期の short-cut 確率を与件として, なるべく初期 short-cut 確率から低下させずに (社会活動を封じる異なく), 時間方向に short-cut 確率をどのように低減制御すれば, 感染サイズを効率的に小さくできるのか, その最適制御問題を考察することが考えられる.

謝辞

本研究の一部は科研費 (19KK0262, 20H02314, 20K21062) による. また, 本研究は九州大学情報基盤研究開発センター研究用計算機システムを利用した. 記して謝意を表する.

参考文献

- [1] D. J. Watts, S. H. Strogatz; Collective dynamics of 'Small-World' networks, *Nature*, **393(6684)**, 440-442, 1998.
- [2] Fu, F., Rosenbloom, D. I., Wang, L., Nowak, M. A.; Imitation dynamics of vaccination behaviour on social networks, *Proceedings of the Royal Society B*, **278**, 42-49, 2011.
- [3] 内海忍, 谷本潤; SIRダイナミクスにおける感染率の定義の違いが最終感染者サイズに及ぼす影響, *第26回交通流と自己駆動粒子系のシンポジウム*, 2020.
- [4] Gillespie, D. T. J.; Exact stochastic simulation of coupled chemical reactions, *Journal of physical chemistry*, **81(25)**, 2340-2361, 1977.