Bottleneck のある 1 次元道路における Delayed start 効果
II. 高速の場合

石橋善弘[1]，　福井稔[2]
[1]名古屋大学　[2]中日本自動車短期大学

概要

1 次元交通流に及ぼす delayed start 効果と bottleneck 効果はこれまでは別々に研究されて来たが、ここでは、福井・石橋モデルを使って, bottleneck のある系において delayed start のおよぼす効果を考察した。Bottleneck の上流に形成される渋滞領域での車密度を、delayed start の確率 f と gate(bottleneck)が開く確率 r の関数として求め、それを使って流量を求めた。得られた流量はシミュレーション結果とよく一致した。

The Effect of the Probabilistic Delayed Start on the Traffic Flow on the One-dimensional Road with a Bottleneck
II. High Speed Cases

Yoshihiro Ishibashi[1], Minoru Fukui[2]
[1]Department of Applied Physics, Nagoya University
[2] Nakanihon Automotive College

Abstract

The effects on the flow of the delayed start in the one-dimensional traffic system and that of a bottleneck were so far investigated separately. Based upon the Fukui-Ishibashi model, we investigated the effect of the probabilistic delayed start on the flow on the road with a bottleneck. We could find a mathematical formula for the car density in the jam region formed before the gate as a function of the probability, f, of the delayed start and that of opening gate, r. The obtained formula gives the flow, which is found in fair agreement with cell automaton simulation results.

１． はじめに

1 次元交通流[1,2]における bottleneck (1 次元道路上に gate があり，確率 r で開かれる) 効果[3]と delayed start （通常は M サイト進める車が、確率 f でスタートがおくれ、そのために M -1 サイトしか進めない）効果[4,5]は別々に研究されてきた。最高速度を M とする福井・石橋モデル[2]における bottleneck 効果ついては、gate の手前に形成される渋滞領域における車の密度 p_{j} は

$$p_{\mathrm{j}} = \frac{1}{1+r+.....+r^{M}} \quad , \qquad (1)$$

その流量 F_{c} は

$$F_{\mathrm{C}} = 1 - \frac{1}{1+r+.....+r^{M}} \qquad (2)$$

で表されることがわかっている[6]。M = 2 の場合の基本図（Flow F 対密度 p の関係を示した図）を Fig. 1(a)に示すが、中間密度領域に密度に依らない流量一定の相が出現する事が

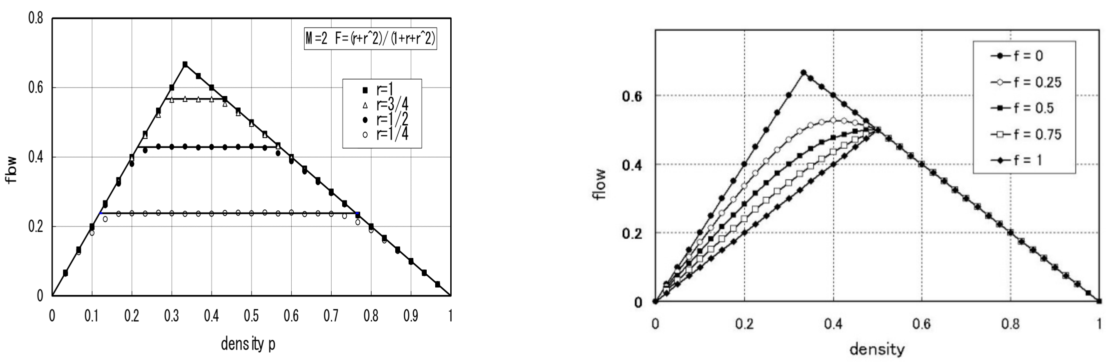
みてとれるであろう。また、bottleneck がない場合の delayed start 効果については、各車の delayed start の確率を f とすると、流量は

$$F(p)=\frac{1}{2}\left\{(M-1)p+1-\sqrt{\left[(M+1)p-1\right]^2+4fp(1-Mp)}\right\} \quad \text{for} \quad 0 \le p \le 1/(M+1)$$

$$F(p)=1-p \qquad \text{for} \quad 1/(M+1) \le p \le 1 \qquad (3)$$

となることが知られている (Fig.1(b), M = 2)。[4,5] M =1, 2, 3 の場合の flow F を f の関数としてFig.2 にまとめて示す。

本研究では、福井・石橋モデルにより bottleneck 効果と delayed start 効果が共存する場合、すなわち bottleneck のある道路での delayed start が流量におよぼす効果を調べた。本研究の最終目的はFig.2 の完成である。



(a)Bottleneck 効果(f=0)
縦軸：Flow F, 横軸：密度 p
パラメーター：r=1, 3/4, 1/2, 1/4.

(b)Delayed start 効果(r=1)
縦軸：Flow F, 横軸：密度 p
パラメーター：f=0, 1/4, 1/2, 3/4, 1.

Fig.1.　福井・石橋モデル(M= 2)

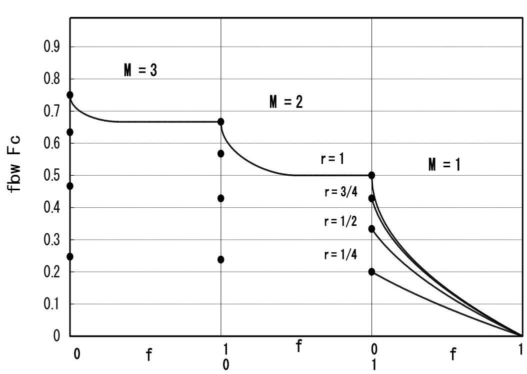


Fig.2　中間濃度領域での一定流量 F_c
①点、線は(2),(3)式から知られている F_c を示す.
②各 M について f は 0 から 1 まで変化する.

2. Bottleneck 効果と delayed start 効果の相互作用

Bottleneck がない場合、f が与えられた時、$0 \le f \le 1/M$ ならば、最大流量 F_m

$$F_\mathrm{m} = \frac{\left(\sqrt{M} - \sqrt{f}\right)^2}{M + 1 - 2\sqrt{Mf}} \quad , \qquad (4)$$

を与える濃度 p_m は

$$p_\mathrm{m} = \frac{M - \sqrt{Mf}}{M(M + 1 - 2\sqrt{Mf})} = \frac{1 - \sqrt{f / M}}{M + 1 - 2\sqrt{Mf}} \quad , \qquad (5)$$

と与えられる。また、1/M $\le f \le$ 1 なら、

$$F_\mathrm{m} = (M - 1) / M, \qquad p_\mathrm{m} = 1 / M \qquad (6)$$

である。

一方、bottleneck 効果では gate の手前に渋滞領域が形成されるが、そこでの車密度を p_j とすると、r =1 のときは $p_\mathrm{j} = p_\mathrm{m}$ であり、また r = 0 のときは p_j = 1 となるはずである。そのような条件を満たすように(5), (6) 式に r 依存性を取り込みたい。

以下では M = 2 の場合について検討する。まず、$0 \le Mf \le 1$ ならば、f = 0、r =1 のとき (5) 式は (1) 式と一致する筈だから

$$p_\mathrm{j} = \frac{1 - r^n \sqrt{f / M}}{1 + r + r^2 - (r^2 + r^m)\sqrt{Mf}} \qquad (M{=}2) \qquad (7)$$

と仮定してよさそうである。(7) 式は、r = 0 のとき、p_j = 1 となり(1)式との矛盾はない。冪指数 m、n はシミュレーションにより決めなければならない。そのため、(7) 式で表される密度を (2) 式に代入して流量を求め、シミュレーション結果と比較した結果、m =2 または 3, n =2 または 3 の組み合わせの中では m =3, n =2 が最善の組み合わせである事がわかった(Fig.3 参照のこと)。

次に、$1/M \le f \le 1$ の範囲で p_j を求めよう。その場合、p_j が満たすべき条件は Mf = 1 において (5) 式と連続であること、f= 1 のとき p_j =1/(1 + r)となることである。この条件を満たす簡単な式として

$$p_\mathrm{j}(f, r) = \frac{1 - \dfrac{a}{M} r^2}{1 + r - ar^3} \qquad (8)$$

が得られる。ただし、

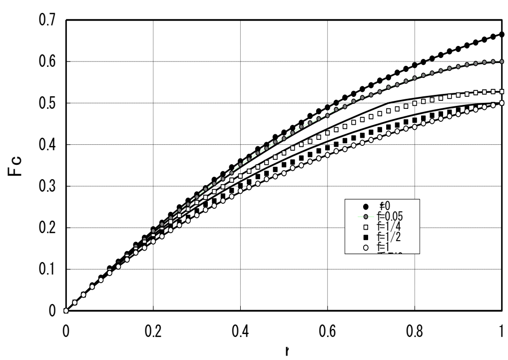
$$a = \frac{\sqrt{Mf} - \sqrt{M}}{1 - \sqrt{M}} \quad . \qquad (9)$$

こうして得られた流量を Fig. 3 に示す。Flow F についてシミュレーション結果と比較して最大 5%程度の誤差があるが、(7), (8)式は経験式または実験式として受け入れてよかろう。また，（7），(8)式を使って得られた flow F を Fig. 2 に描き込んだものを Fig. 4 に示す。

3. 結語

本研究では、福井・石橋モデルを使って bottleneck 効果と delayed start 効果が共存する場合の流量を解析した。そのためには gate の手前に形成される渋滞領域での車密度 p_{j} が重要な役割をはたすので、それを gate が開く確率 r と delayed start の確率 f の関数として求め、それを用いて流量を求めた。シミュレーション結果と比較して、満足できる結果を得た。

なお、我々は以前 Go-notGo モデル(各車は通常は M サイト進めるが、全く動かない確率が f)により同様の研究を行ったが [7], 今回は基本図（車密度−流量関係図, Fig. 1(b)）に特異点（p=1/2, F=1/2）(Fig.1(b)参照のこと)が存在するため、格段に難しい課題となった。



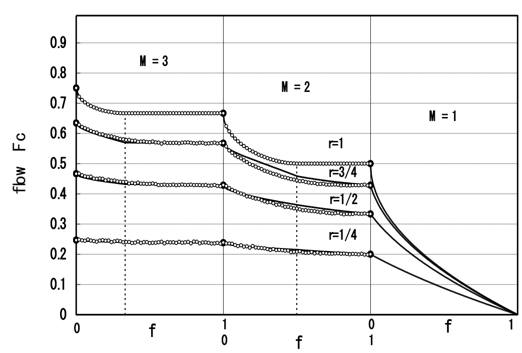


Fig.3. Flow F の r 依存性（パラメーターf）
各種の点はシミュレーション結果、
線は(7), (8)式を(3)式に代入して得られた
Flow F を示す。

Fig.4. M, r, f の関数としての流量
点はシミュレション結果、線は
（7), (8)式を(3)式に代入して
得られた Flow F を示す。

参考文献

[1] S. Wolfram, *Theory and Application of Cellular Automata* (World Scientific, Singapore, 1986).
[2] M. Fukui and Y. Ishibashi, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 1868 (1996).
[3] S. Yukawa, M. Kikuchi, and S. Tadaki, J. Phys. Soc. Jpn. **63**, 3609 (1994).
[4] B. -H. Wang, L. Wang, P. H. Hui, and B. Hu, Phys. Rev. E **58**, 2876 (1998).
[5] Y. Ishibashi and M. Fukui, J. Phys. Soc. Jpn. **87**, 114801 (2018).
[6] Y. Ishibashi and M. Fukui, J. Phys. Soc. Jpn. **70**, 1237 (2001).
[7] Y. Ishibashi and M. Fukui, J. Phys. Soc. Jpn. **88**, 054802 (2019).