振動子としてのエレベータの同期現象

谷田桜子

東京大学 理学系研究科 物理学専攻

概要

混雑したデパートのエレベータは複数台同時に到着する。この身近な現象は輸送の効率化の文脈で盛んに議論されてきたが、同時にそのメカニズムにも関心が寄せられてきている。本稿ではエレベータを振動子とみなし、数値シミュレーションを用いて性質を特徴づけるパラメータの変化に対し 2 台の到着タイミングがどのようになるか調べた。その結果、待っている乗客が先に到着したエレベータに乗ることにより振動子間に結合が生じ同相同期をすることが分かった。さらに振動子の外力への応答を調べ、振動周期の引き込みを測定した。

Synchronization of elevators as oscillators

Sakurako Tanida

Department of Physics, Graduate School of Science, The University of Tokyo

Abstract

Elevators in crowded department stores often arrive at the same time. Although this familiar phenomenon has been actively discussed in the context of efficient transportation, fewer studies have shed light on its mechanism. In this report, we consider elevators as oscillators and numerically investigate the arrival timing of two elevators. By changing relevant parameters, we find that the tendency of passengers getting on early arriving elevators, induces in-phase synchronization. We also measure period entrainment of oscillators in external force.

1 序論

近年、高層建築の増加により効率の良いエレベータ技術が益々求められるようになってきている。その技術は輸送機の性能向上だけではなく、複数台の制御システムにまで及ぶ。一方、エレベータが同時に到着するという身近な現象をモデル化しメカニズムを説明しようとする流れもある [1–4]。本稿では、数値シミュレーションを行いエレベータの同時到着問題を振動子の同期現象という視点を取り入れて説明する。はじめに、混雑度合いによる挙動の変化を述べる。混雑してくるとエレベーターは振動運動をはじめ、2 台ある場合は同時到着しやすくなる。次に、エレベータ間の客共有率、つまり待っている客のうち早く到着したエレベータに乗れる割合の変化に対する挙動を述べる。2 台のエレベータが隔離されている場合は同時到着せず、エレベータ間の客共有率が高い場合には同時到着しやすいことを示す。最後に、振動子としてみたエレベータの往復周期が外力の運動に引き込まれる挙動をみる。

2 数値シミュレーションのモデル

エレベータの最適な動作規則はビルの高さや込み合う時間帯によって異なる。本研究では課題を単純化し物理的な性質を見るため、先行研究 [1] を参考に 1 ～ 10 階から乗り込みエントランス階 (0 階) に向かう下り客のみを考える。各エレベータは下りながら、自分の位置より下の階でさらに客が待っている階のうち、最も上の階に停止する。上りの途中で客を乗せたり、下りの途中でエントランス階に到着

する前に上昇することはない。よって階と運動方向により往復運動における 2 台の相対位置が分かるので、呼び出しボタンが押された階には早く着くエレベータが迎えに行くとする。2 台のエレベータを考える場合は、1 つのボタンで 2 台に呼び出しを知らせることが出来るとする。容易に同時到着しないように、エントランス階以外では他機が停止している場合停止しない。呼び出しボタンが押されない場合はエントランス階で客を降ろした後その場で待機する。また、エレベータの定員は 20 人とし、満員の場合はたとえ乗れなくても上記の規則で停まる予定の階には停止する。乗れない客はその階で待ち続ける。

エレベータの位置と各階で待っている客の数はタイムステップごとに更新する。上下の階への移動は 1、乗り降りにかかる時間は人数に関係なく一定で 10 とする。各タイムステップで 1 ～ 10 階に新しく来る客の人数 n はどの階も独立に Poisson 分布

$$P_{\mu/10}(n) = \frac{(\mu/10)^n}{n!} e^{-\mu/10} \tag{1}$$

に従う。混雑度合いは式 (1) の Poisson パラメータ μ により制御される。

2 台のエレベータを考えるとき、相互作用を制御するパラメータとしてエレベータの客共有率 q を設定する。客共有率 q は各階で待つ客のうち 2 台 A, B どちらでも早く来たエレベータに乗れる人の割合であり、残りの割合の半分 $(1-q)/2$ は A のみ、もう半分 $(1-q)/2$ は B のみにしか乗れない。このパラメータは例えばエレベータ間の距離を変えていることに相当する。少し離れた 2 台のエレベータの中間位置にいる人々は両方を見比べ早く到着した方に乗ろうとするが、エレベータドアの目の前に立つ人はそれが来るのを待つ。$q < 1$ のとき、どちらか一方にしか乗れない客はもう一方のエレベータを呼び出せないとする。

同期は自律振動する振動子間で生じるほかに外力へも生じることが知られている。そこでこれまでの通常運行のモデルに加えて、エレベータ振動子の外力への応答を見るための特殊な状況、「全階に決められた時間停止する制御運転のエレベータ A と、前述の規則に従い自身より下の階の客を回収しに向かうエレベータ B」を考える。ただしこの設定に限り、最上階 (10 階) に常に人が待っているとし、エントランス階で客を降ろした後必ず最上階まで上昇するとする。

これらの規則のもと駆動したエレベータの挙動を次のように定量化する。地階を出発してから次に地階を出発するまでを 1 往復とし、平均往復時間 T、地階に到着時点の乗客人数を定員数で割ったものの全往復平均を乗車率 w、地階に到着時点で満員になっている往復の割合を満員率とする。 2 台のエレベータを考えたとき、同期の挙動は到着時間間隔の秩序変数で評価する。エレベータが地階へ i 回目に到着してから次にいずれかが到着するまでの時間を $\Delta t_{i,i+1}$ とすると,M 回の往復について、秩序変数は

$$K = \left| \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} \exp\left(i \frac{2\pi \Delta t_{i,i+1}}{T} \right) \right| \tag{2}$$

このとき、2 台の到着のタイミングがほぼ同じとき時間差は 0 付近または平均往復時間 T 付近の値をとるため、秩序変数 K は 1 に近づく。

3　結果

3.1　混雑度合い

はじめに 1 台のエレベータの混雑度合い μ に応じた挙動を見た。μ が小さい場合では客の呼び出しと往復が 1 対 1 対応となり、往復時間の分布はいずれかの階で呼び出しボタンが押される間隔、つまり指数分布に近く、μ が大きくなるにつれて振動を始めると考えられる。図 1(a∼c) は $\mu = 0.03, 0.04, 0.05$ においてエレベータを駆動したときの時間発展を示している。エレベータは客が来ないと地階で長時間待機するが、1 往復する間に新しい客が来た場合は地階で客を降ろしたらすぐに上層階に向かうため、滞在時間は乗り降りにかかる時間 10 に近づく。様々な μ における地階での滞在時間の平均を見ると、$\mu = 0.05$ 付近で滞在時間は 20 より短くなる [図 1(d)]。地階から 5 階まで上り、客を乗せて再び地階に降りるまでにかかる時間は 20 であり、滞在時間の平均がそれより短いときに振動的な挙動であるとみなせる。また指数分布からの外れ度合いを見るために、往復時間の分布をガンマ分布

$$f(x) = x^{k-1} \frac{e^{-x/\theta}}{\theta^k \Gamma(k)} \tag{3}$$

でフィッテイングを行い形状母数 k を μ の関数としてみた [図 1(e)]。$\mu = 0.01$ では $k = 1.4$ と指数分布に近いが、μ が増加するに従い k も増加し、$\mu = 0.04$ から 0.06 で傾きがゆるくなった [図 1(d)]。以上よりエレベータ 1 台の場合、$\mu = 0.05$ 以上で振動的な運動を示すと言える。

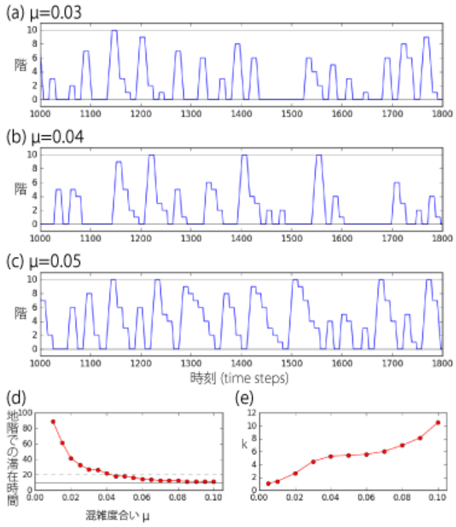

図 1: 各混雑度合い $\mu = 0.03$(a), 0.04(b), 0.05(c) における 1 台のエレベータの時間発展。それぞれの μ における地階での滞在時間の平均 (d) とガンマ分布の形状母数 k(e)。$\mu = 0.05$ 滞在時間が 20 より小さくなり、k の傾きが変わる。

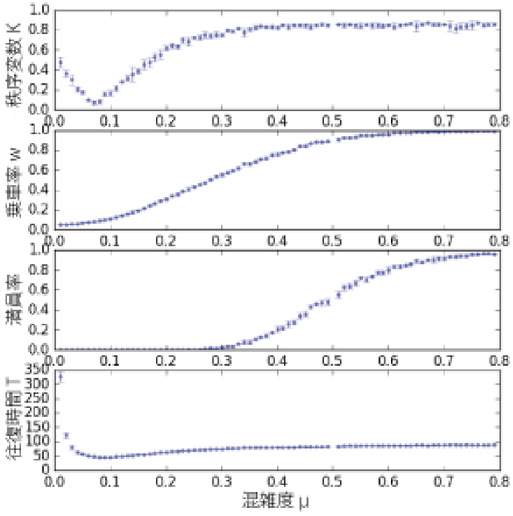

図 2: 2 台のエレベータ、10 階建てビルにおける各混雑度 μ での秩序変数 K、乗車率 w、満員率、往復時間 T。満員は 20(人)。10000(time steps) の駆動の時間平均について、5 回試行し平均値をとった。エラーバーは 5 回の試行の標準誤差。

次に 2 台のエレベータの各混雑率 μ における同時到着をみるために、2 台のエレベータが 10000(time steps) 駆動する間の秩序変数 K、乗車率 w、満員率、往復時間 T の平均値を変化を見た (図 2)。このとき客共有率は $q = 1$ であるとする。往復時間 T は $\mu = 0.08$ 程度で極小値をとなっている。1 台で周期運動を始める $\mu = 0.05$ の 2 倍に近く、これ以上の混雑度では周期運動が生じ、これ以下では呼び出しに応じた運動をしていると考えらえる。よって $\mu < 0.08$ で秩序変数 K が高い値を示しているが、周期運動はしておらず、今回注目している同時到着を反映しているわけではないと考えられる。K は $\mu = 0.08$ から上昇し始めるが、このとき満員率が 0 でどの往復でも満員になっておらず、乗車率は $w = 0.2$ であることから、満員であることは同時到着の必要条件ではないことがわかる。混雑度合いが増すと $\mu = 0.3$ 付近で $K = 0.9$ 程度となり、これ以上の混雑度でもこの状態が続く。

3.2 エレベータ間の客共有率

図 3 は混雑度 $\mu = 0.4$ のときの性質を客共有率 q に対してプロットしたものである。$q = 0$ は隔絶された 2 台のエレベータそれぞれに $\mu = 0.2$ の利用客が割り当てられている状況であり、2 台の間に関係はないため秩序変数 K は低い値となっている。q を大きくしていくと徐々に上昇し $q = 0.4$ 程度で $q = 1$、つまり隣接するエレベータと同じくらい同時到着することがわかる。一方、乗車率 w や満員率、往復時間 T の時間平均は $q > 0.4$ でも減少し続ける。

3.3 外力への応答

エレベータの外力への応答を見るために「1 台 (A 機) は制御運転、もう 1 台 (B 機) はこれまでと同じ規則で運用」する特殊な状況を調べた。ただし $q = 1$ とする。様々な A 機の往復時間 T_A に対する B 機の往復時間の比率 T_B/T_A をみると [図 4(a)]、単調減少するなか $70 \leq T_A \leq 100$ で $T_B = T_A$ となるような周期 1:1 の引き込みが見られた。図 4(b) は $T_A = 100$ における 2 台の挙動を示しており、B 機 (青) が A 機 (赤) とほぼ同じタイミングで地階に到着し、周期 1:1 の同期をしている。今回の解析では明らかにならなかったが、図 4(c) の条件 ($T_A = 210$) では周期 1:2 の同期をしている可能性がある。他の組み合わせも含めて今後詳しく調べたい。

4 考察

自律振動子とは、単体で周期的な運動をするが摂動に対して位相が自由な振動体である。これに沿ってエレベータを考えると、まず”箱”単体では駆動せず、乗客が呼び出しボタンを押して初めて動くことから、各階に待っている乗客と輸送機を合わせて自律的な振動体とみなせることが分かる。このシステ

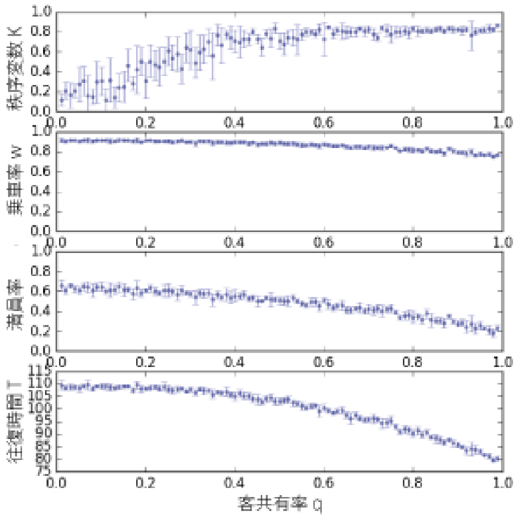

図 3: q を変えたときの秩序変数 K、乗車率 w、満員率、往復時間 T 混雑度は $\mu = 0.4$。5000(time steps) の駆動の時間平均について、5 回の試行の平均値をとった。エラーバーは標準誤差。

ムの自律性を確かめるためにエレベータに摂動を加えたときの挙動、例えば点検で止められてしまった場合を考えよう。点検が終わり使用が再開されたとき、エレベータは以前の位置関係とは関係なく再び昇降を始めると考えられるので、摂動を与えても位相は自由であることが分かる。よって乗客を含めたエレベータの挙動は、時間で決められた関数に従うのではなく自律的に振動しているといえる。

次にエレベータ間の相互作用について考えると、客共有率の結果から乗客の同じ階での選択行動、つまり平行移動が相互作用と言える。この相互作用のもとではエレベータは up-peak(エントランス階から上階への上り客が多いとき) よりも down-peak(各階からエントランス階への下り客が多いとき) の方が相互作用する機会が多くなる。本稿では詳しく触れないが、理想的なエレベータについての数値シミュレーションにおいて up-peak よりも down-peak の方が同時到着が起きやすいことが分かっている。また、客共有率だけでなく混雑度合いの増加も秩序形成を促すことが分かった。混雑度合いが増し周期が増加していく領域では、客が待っている階数が増えるために相互作用の機会が増えていると考えられる。

5 結論

以上のように down-peak における理想的なエレベータを想定し、エレベータを同期現象の枠組みで

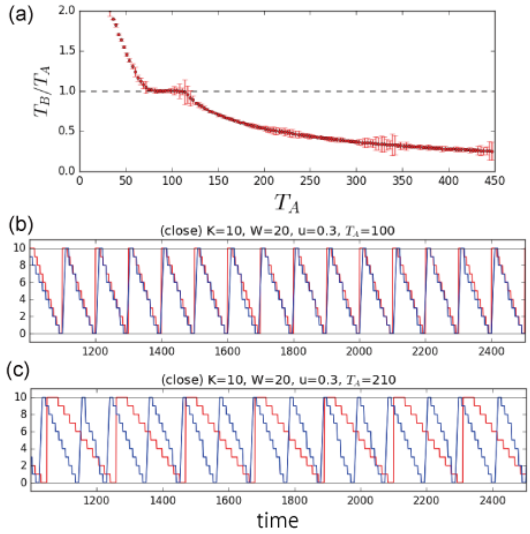

図 4: (a)A 機の往復時間 T_A に対する B 機の往復時間 T_B の割合。$70 \le T_A \le 110$ で 1:1 の引き込み現象がみられる。(b,c)2 台のエレベータの時間発展。満員は $W = 20$(人)。横軸は時間、縦軸は階数を表す。制御運転機 A(赤) の周期は b,c それぞれ 100、210(time steps)、混雑度は $\mu = 0.3$。ただし最上階には常に客が待っているものとする。

考察するために数値シミュレーションを行った。2 台のエレベータの同時到着は混雑しているときほど、また 2 台間の客共有率が高いほど起きやすいことが分かった。よってエレベータ間の相互作用は待っている客の同階平行移動であると言える。また、1 台を制御運転とし外力による同期を見ると、周期 1:1 同期の引き込みが見えた。他の n:m 同期が生じるかどうかは今後の課題であるが、以上の結果より down-peak で混雑したエレベータは自律振動子として振る舞い、2 台並んで設置されている場合は同相同期することが分かった。

参考文献

[1] T. Pöschel and J. A. C. Gallas, Phys. Rev. E, **50.4**, (1994) 2654.

[2] Nagatani, T., Phys. A Stat. Mech. its Appl., **326.3** (2003) 556.

[3] Nagatani, T. Phys. Lett. A, **375.20** (2011) 2047.

[4] Nagatani, T., Phys. A Stat. Mech. its Appl., **413**, (2014) 352.