1 次元交通流における delayed start 効果の数学的考察

石橋善弘[1]，　福井稔[2]

[1]名古屋大学　[2]中日本自動車短期大学

概要

1 次元交通流のいくつかの代表的なモデルについて、delayed start の流量（速度）に及ぼす効果を考察した。効果は delayed start の確率 f に比例すると仮定し、$f = 0$（スタートの遅れがない）と $f =1$（全ての車のスタートが遅れる）の時の流量（速度）と一致するように、効果をあらわす関数形を決めた。得られた解はシミュレーションの結果と完全に一致した

A New Interpretation of Effects of the Probabilistic Delayed Start on the One-Dimensional Traffic Flow

Yoshihiro Ishibashi[1], Minoru Fukui[2]

[1]Department of Applied Physics, Nagoya University
[2] Nakanihon Automotive College

Abstract

The effect on the flow (velocity) of the delayed start in the one-dimensional traffic system was investigated for several typical models. The effect was assumed to be proportional to the probability, f, of the delayed start, and the functional form expressing the effect was so determined that the obtained flow (velocity) coincides with the ones known for the cases f = 0 (no delay) and f =1 (the start of all cars is delayed). The obtained results turned out to be in a very good agreement with the cell automaton simulations.

1　はじめに

1次元交通流理論において、最大速度 M の車が、スタートが遅れたために（delayed start）、M サイト進めるにもかかわらず、M−1サイトしか進めないというモデルがある（ここでは delayed start model とよぶ）。本稿では、delayed start の1次元交通流に及ぼす影響について考察する。

いま、最大速度 M、delayed start が生じる確率を f とする。Wang[1-3)]等は、前の空サイトが M−1である車の濃度 p_{M-1} を求め、それを使って平均速度 v を得ている。本稿では、全く異なるアプロ

ーチによって、平均流量(flow)Fを求める。その際、delayed start の効果は確率 f に比例すると仮定する。シミュレーション結果は、この仮定が妥当であることを示しているが、この“もっともらしい”仮定の理論的裏付けが必要である。

2　The Wolfram 184-model (M =1)[4)]

基本図（濃度（p）対流量(F) 図）を第1図に示す。これを

$$(F-p)[\,F-(1-p)] = F^2 - F + p\,(1-p) = 0 \qquad (1)$$

とあらわし、2つの解のうちの小さい方をとる事にする。これに delayed start の効果 $f\,G(p)$ を付け加える。 その際、f=1 で流量が0になることを考慮すると，（1）式は

$$F^2 - F + p\,(1-p) - f\,p\,(1-p) = 0 \qquad (2)$$

と変形される。これから、一般の f の時の F は

$$F = \frac{1}{2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2} - p\right)^2 + fp(1-p)} \qquad (3)$$

となる。こうして得られた F は、全く異なるアプローチによって得られた Nagel-Schreckenberg（M=1）モデルの式 [5-7)]と完全に一致している。またシミュレーション結果ともよく一致している（第2図）。

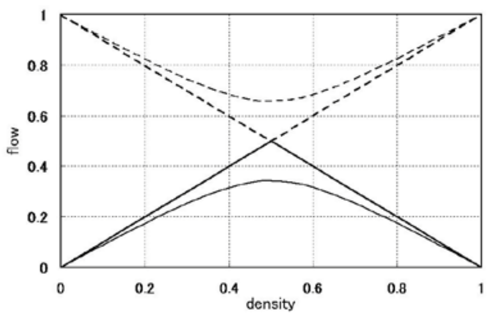

Fig.1　Wolfram 184-model における流量の濃度依存性。実線で示されている。曲線は delayed start のある場合。

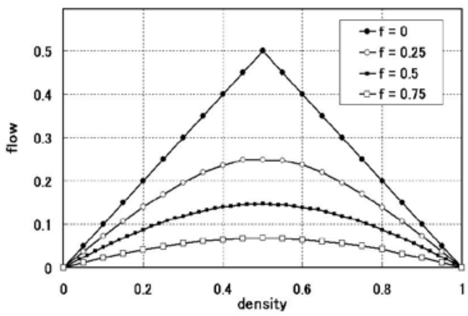

Fig.2　Wolfram 184-model における delayed start の効果

3　福井・石橋モデル（M ≥ 2)[8)]

本節では M =2 とする。基本図（濃度（p）対流量(F) 図）を第3図（f= 0 の場合）に示す。これを

$$(F-2p)[F-(1-p)] = F^2 - (1+p)F + 2p(1-p) = 0 \qquad (4)$$

とあらわす。これに delayed start の効果 $f\mathrm{G}(p)$ を付け加える。その際、f=1 で流量が$(M-1)\,p = p$ になることを考慮すると，(4)式は

$$F^2 - (1+p)F + 2p(1-p) - f\mathrm{G}(p)$$

$$= F^2 - (1+p)F + 2p(1-p) - fp(1-2p) = 0 \qquad (5)$$

と変形される。これから、一般の f の時の F は

$$F = \frac{p+1}{2} - \sqrt{\left(\frac{3p-1}{2}\right)^2 + fp(1-2p)} \qquad (ただし、0 \le p \le 1/M = 1/2)$$

$$F = 1 - p \qquad (ただし、1/M = 1/2 \le p \le 1) \qquad (6)$$

となる。こうして得られた F は、Wang らの式 [1-3]と完全に一致している。またシミュレーション結果ともよく一致している(第3図)。

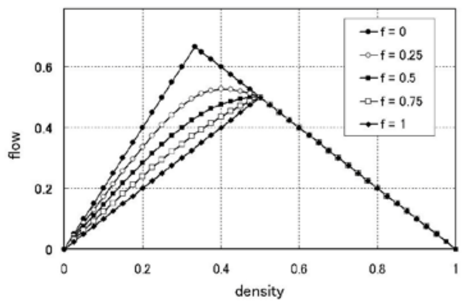

Fig.3　福井・石橋モデル(M=2)における delayed start の効果

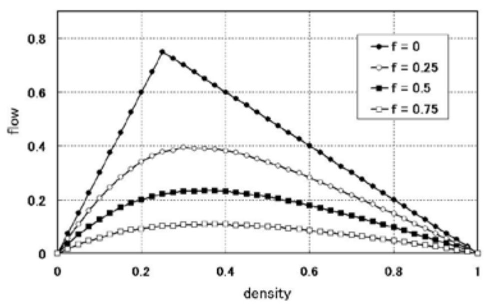

Fig.4　福井・石橋モデル(M=3)における Go-not Go シグナルの効果

4　福井・石橋モデルと Go-not Go シグナル

Delayed start(確率 f で速度が1だけ減少する)の代わりに、start してよいかどうかのシグナル(確率 f で start が完全に禁じられる)の存在が考えられる。この場合は f=1なら、Mの如何にかかわらず F=0 になる。

M=3 の福井・石橋モデルを考えると、ただちに

$$(F-3p)[F-(1-p)] - 3fp(1-p) = 0 \qquad (7)$$

が得られ、一般の fに対して流量 Fは

$$F=\frac{2p+1}{2}-\sqrt{\left(\frac{4p-1}{2}\right)^{2}+3fp(1-p)} \quad (8)$$

と求まる。こうして得られた Fとシミュレーション結果はよく一致している（第 4 図）。

5　結語

本稿では主として delayed start の効果について、formalism の観点から考察した。効果は delayed start の確率 f に比例すると仮定した。この仮定は“もっともらしい”仮定であり、実際この仮定のもとに得られたいくつかの公式はシミュレーションの結果を良く再現している。 また、全く異なったミクロなアプローチから得られている先行研究の式と完全に一致している。 従って、ここでの仮定にはある程度の正当性が認められる筈である。しかし、仮定はあくまで仮定であり、もっと強い理論的根拠が必要であろう。

参考文献

[1] B-H. Wang, L. Wang, and P. H. Hui, J. Phys. Soc. Jpn. **66** (1997) 3683.

[2] B-H. Wang, Y.R. Kwong and P.H. Hui, Phys. Rev. **E 57** (1998) 2568.

[3] B-H. Wang, L. Wang, P.H. Hui, and B. Hu, Phys. Rev. **E 58** (1998) 2876.

[4] S. Wolfram, *Theory and Application of Cellular Automata* (World Scientific, Singapore, 1986).

[5] K. Nagel and M. Schreckenberg, J. Phys. I **2**, 2221 (1992).

[6] A. Schadschneider and M. Schreckenberg, J. Phys. A: Math. Gen. **26** L679 (1993).

[7] M. Schreckenberg, A. Schadschneider, K. Nagel, and N. Ito, Phys. Rev. E **51**, 2939 (1995).

[8] M. Fukui and Y. Ishibashi, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 1868 (1996).