

粉体層内を定速推進する二円盤に働く抵抗力

桑原旦幸¹, 吉岡直樹², 島田尚¹, 伊藤伸泰^{1,2}

¹ 東京大学大学院工学系研究科 物理工学専攻

² 理研 AICS

概要

二次元粉体層内を定速で推進する円盤が受ける抵抗力をシミュレーションにより調べた。まず、一つの円盤が推進した際に受ける抵抗力の粉体充填率依存性を調べ、さらに推進によって生じる粉体の密な領域と疎な領域の境界（衝撃波面）の形状を解析した。次に、二つの円盤が並列推進した際の抵抗力を調べ、ある二円盤間距離で抵抗力が最大となり、またその約2倍の距離で一体の場合と同じ値に落ちつくことを見出した。これらの特徴的な距離は一体の系での衝撃波面の形状から定性的に理解できる。

Drag force on disks moving at constant speed in a two-dimensional granular bed

Akiyuki Kuwabara¹, Naoki Yoshioka², Takashi Shimada¹, and Nobuyasu Ito^{1,2}

¹ Department of Applied Physics, Graduate School of Engineering, The University of Tokyo

² RIKEN AICS

Abstract

The drag forces acting on a disk and two disks moving in a two-dimensional granular bed at a constant speed are measured by an event-driven molecular dynamics simulation. We first obtained the packing fraction dependency of the drag force on a single disk. In this situation, a shockwave-like density profile whose shape is well fitted by parabola is observed. The normal drag force on the two disks moving in parallel is found to increase as the distance between the disks D increases until it has the maximum at a certain point, D^* , and then relaxes to that of the single body dragging situation at around $2D^*$. When the packing fraction is high, the drag force remains high for larger D . The relation between these dependency and the shape of the density shockwave made by the single disk is discussed.

1 はじめに

サイズの大きく異なる粉体が共存する系でのダイナミクスは、地球科学や工業技術の観点から重要であり、また粉体物理の観点からも興味深いものの、十分な理解が得られていない。近年、そのような系での基本的な性質として、粉体層内で大きな物体が受ける抵抗力が盛んに調べられている。例えば、粉体層内を大きな円盤が定速で推進した際の抵抗力に

ついて調べられ、動的な抵抗力が速度の二乗に比例し、ジャミング転移点に向けて発散するということが報告されている [1]。また、複数の大きな円盤が粉体層内を落下した場合に実効的な相互作用が引力的にも斥力的にも働らきうることが見出された [2]。本研究では、粉体と大きさの異なる物体が一つあるいは二つ存在する状況に限定し、大きな円盤が定速で粉体層内を推進した場合に、粉体層から受ける抵抗

力についてイベントドリブン型シミュレーションによって調べる。

2 モデル

本研究で抵抗力測定に用いる系の配置を図1に示す。大きな円盤をその中心（二体の場合は二円盤の中心の中心）が壁の中間になるよう固定し、周りの空間には粉体粒子をランダムな位置と初期速度を与えて配置する。上下に配置した壁を滑り境界とし、粉体層の充填率が ϕ_0 となるまで定速で近づけて止める。再び粉体粒子にランダムな初期速度を与え弾性衝突によって充分緩和させた後、それぞれ速度を0にする。この後、固定壁での衝突を粘着条件に変え、大きな円盤を定速で動かして、円盤が受ける抵抗力を測定する。以下、系を構成する物体の詳細について記述する。

2.1 粉体層

粉体粒子は半径 $0.93 \leq r \leq 1.07$ （一様分布）の粒径分散を持つ剛体円盤とする。粉体粒子同士の反発係数は $e = 0.9$ とし、接線摩擦は考えない。一般的に、非弾性衝突する剛体粒子系では有限の時間内に無限回の衝突が起きることがあり得る（非弾性コラプス）。そこで本シミュレーションでは粉体粒子同士の衝突において、法線方向の相対速度の大きさが $v_c = 10^{-4}$ よりも小さい場合には、弾性衝突させることによってこれを避ける。新しく導入したパラメータ v_c については充分小さくとる必要があるので、より大きな v_c でのシミュレーションを行って推進物体にかかる抵抗力に変化がないことを確認している。

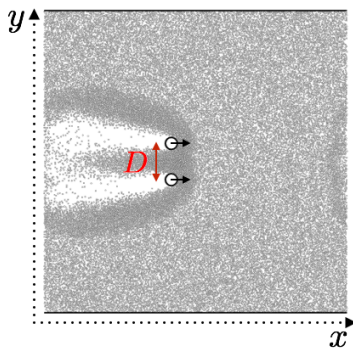


図1: シミュレーション系のスナップショット。 x 方向は周期境界で、 y 方向は固定壁である。

2.2 推進物体

推進物体は半径 $R = 10$ の剛体円盤で、 $V_x = 1$ で x 方向に一定速度で推進させる。粉体粒子とは弾性衝突するものとする。二体の並列推進の場合の二円盤間距離を D とする。

2.3 境界条件

x 方向は周期境界、 y 方向に粘着固定壁（ $v'_x = 0$, $v'_y = -v_y$ ）を与える。 x 方向、 y 方向の大きさは、一体の推進の場合は $X = 500, Y = 500$ 、二体の場合は $X = 1000, Y = 1000$ とした。

3 結果と考察

3.1 一体の推進の場合

3.1.1 抵抗力の時系列グラフと充填率依存性

図2に大きな円盤の受ける抵抗力 $\mathbf{F}_1 = -F_{1x}\hat{\mathbf{e}}_x - F_{1y}\hat{\mathbf{e}}_y$ の充填率依存性と時系列グラフを示した。抵抗力については時系列グラフから定常性を確認し、初期緩和の影響を除いた領域（図2の矢印部分）について10サンプルの平均をとった。図2から F_{1x} は $0.2 \leq \phi_0 \leq 0.5$ の低充填率領域で線形に増加していることがわかる。以下では $0.3 \leq \phi_0 \leq 0.6$ の領域についての更なる解析を行う。

3.1.2 局所充填率について

図3(a)に $\phi_0 = 0.4$ の場合の典型的なスナップショットを示す。この図から分かるように、系には粉体粒子の密な領域と疎な領域、そしてほとんど粉体粒子が存在しない領域があり、それらの間にははっきりと

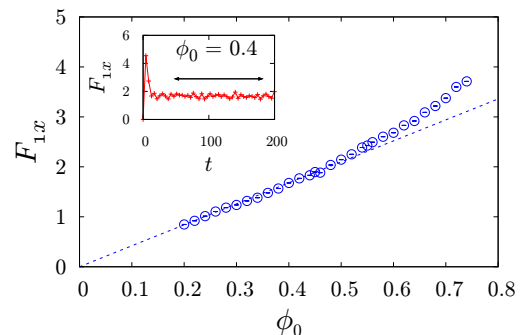


図2: F_{1x} の充填率依存性。(インセット): $\phi_0 = 0.4$ における時系列グラフの10サンプル平均。

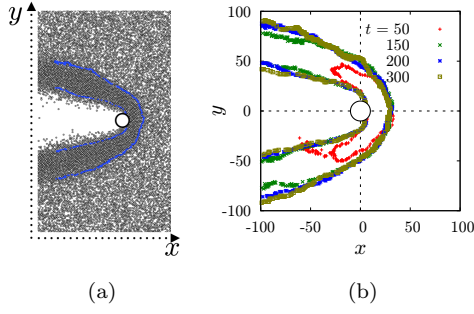


図 3: (a): $\phi_0 = 0.4$ の時のスナップショット。青い点は $\phi_l = \phi_{th}$ により定められる衝撃波面。(b): $\phi_0 = 0.4$ における衝撃波面の時間変化。

した境界が存在する。局所充填率 ϕ_l を、ある点を中心とした半径 10 の円領域を占める粉体粒子の面積の割合と定義する。円盤の中心から $-100 \leq x \leq 100$, $-100 \leq y \leq 100$ の範囲における ϕ_l の最大値を ϕ_{max} と定義し、この ϕ_{max} を用いて、局所充填率の境界値 ϕ_{th} を

$$\phi_{th} = \frac{\phi_{max} + \phi_0}{2} \quad (1)$$

と定め、図 3(a) の青い点で示すように、 $\phi_l = \phi_{th}$ となる曲線を境界線として定義し、特に外側の境界線のことを衝撃波面と呼ぶことにする。図 3(b) に示した通り、十分時間が経った後に衝撃波面の形状は定常になる。なお、衝撃波面は $x \geq 0$ における ϕ_l の最大値が二次元のジャミング転移点 ($\phi_J \sim 0.841$) を超えていない場合でも形成されており、この現象とジャミング転移との関係については不明である。

3.1.3 衝撃波面の充填率依存性

図 4(a) に様々な充填率における衝撃波面の形状を示した。円盤の座標を $(0, 0)$ とした時、衝撃波面の前方領域 $x \geq 0$ は以下の式のように放物線で近似できることがわかった。

$$x = -\left(\frac{L_x}{L_y^2}\right)y^2 + L_x \quad (2)$$

また、このフィッティングから衝撃波面のアスペクト比 L_y/L_x は充填率とともに大きくなっていくことが分かる。

3.2 二体の並列推進の場合

次に、図 1 のような二体の並列推進において、一方 (y 座標が大きい方) の推進円盤が受ける抵抗力 $\mathbf{F}_2 = -F_{2x}\hat{e}_x + F_{2y}\hat{e}_y$ を調べた。

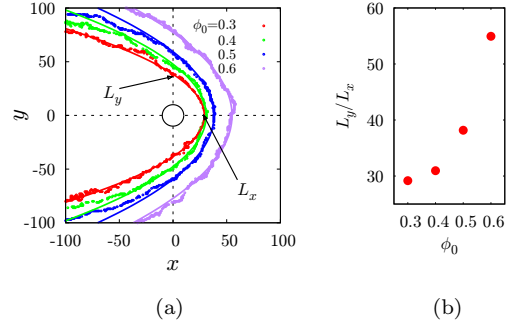


図 4: (a): $\phi = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ における衝撃波面。実線は式 (2) によるフィッティング。(b): L_y/L_x の充填率依存性

3.2.1 F_{2y}, F_{2x} の円盤間距離 D 依存性

図 5、図 6 にそれぞれ、 $\phi = 0.4$ における F_{2y}, F_{2x} の円盤間距離 D 依存性を示す。

F_{2y} は常に正、つまり斥力で、 $D = 2(R+r)$ で急激なピークを持つ。これは円盤間の隙間が粉体粒子の直径と同程度の時に、この隙間の中で粉体粒子が頻繁に衝突を繰り返すためだと考えられる。

F_{2x} は $D \sim L_y$ でピークを持ち、また、 F_{2y}, F_{2x} ともに $D \sim 2L_y$ で一体の抵抗力にほぼ等しくなる。これを一体の推進の場合の衝撃波面の形状をもとに考察する。

まず、 $D \sim 2L_y$ で F_{2x}, F_{2y} ともに一体の抵抗力にほぼ等しくなるのは、抵抗力に大きく寄与するであろう円盤前方の衝撃波面が $x \geq 0$ の領域で重ならなくなるからだと考えられる。

次に、 $D \sim L_y$ で F_{2x} がピークを持つ理由を考察する。 $D > L_y$ の場合は、 $D \sim L_y$ の場合よりも衝撃波面の重なりが少なく円盤間につまる粒子が少ないために抵抗力が小さいと考えられる。そして、 $D < L_y$ の場合は、 $D \sim L_y$ よりも円盤間に粒子がつまりやすくなる一方で、衝撃波面の端がもう一方の円盤の外側にあるために円盤の外側を流れる粉体粒子が $D \sim L_y$ の場合よりも多くなると考えられ、後者の影響がより大きく現れることで抵抗力が小さいと考えられる。

3.2.2 F_{2x} の充填率依存性

上に述べた一体の衝撃波面形状による二体の抵抗力依存性の理解の妥当性を確かめるために、異なる充填率の場合についても同様の解析を行った。図 7

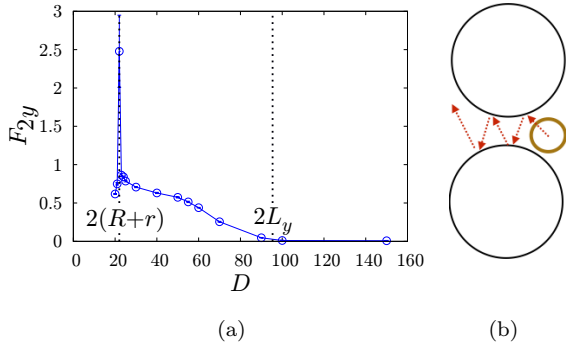


図 5: (a): F_{2y} の D 依存性。(b): $D \sim 2(R+r)$ で起こる粉体と推進物体の間の頻繁な衝突の模式図。

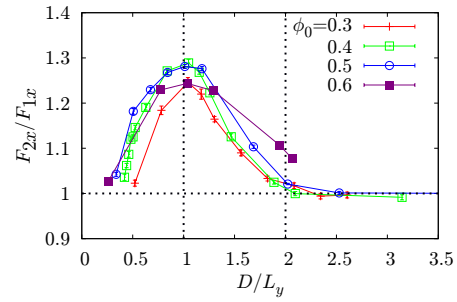


図 7: 様々な充填率における並列推進の場合の抵抗力 F_{2x} の D 依存性を衝撃波面の形状 L_y をもとに解析した結果。

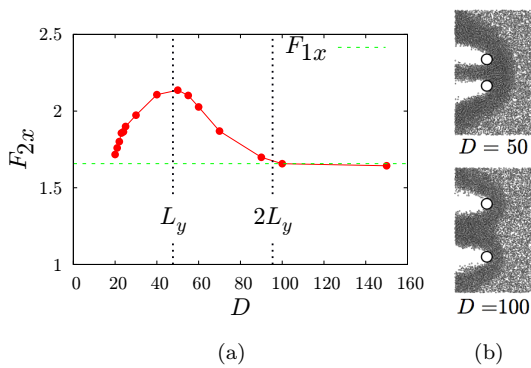


図 6: (a): F_{2x} の D 依存性。(b): $D = 50 (\sim L_y)$, $D = 100 (\sim 2L_y)$ における系のスナップショット。

に様々な充填率における F_{2x} の円盤間距離依存性を示した。どの充填率においても、 F_{2x} は $D \sim L_y$ でピークを持つことがわかる。また、 $\phi_0 = 0.6$ を除いて、 $D \sim 2L_y$ で一体の場合にほぼ等しくなる。しかし、 $\phi_0 = 0.6$ では $D \sim 2L_y$ でも、 F_{2x} は F_{1x} と同じ値にならない。これは高充填率領域では、二体の場合の衝撃波面の形状は一体の衝撃波面の重ね合わせとして単純には表せられないことと対応していると考えられる。

4 まとめと展望

粉体層内を大きな円盤が推進した際に、低充填率領域では抵抗力は充填率に対して線形に増加し、大きな円盤の前方に放物線型の衝撃波面が形成されることがわかった。また、衝撃波面の形状から抵抗力が最大となる二円盤間距離や二円盤が独立に推進しているとみなせる二円盤間距離について定性的に理解をすることができた。

しかし、本研究では、シミュレーションにより、衝撃波面の形状が放物線になることは見出したものの、なぜ放物線の形状をとるのかということについての考察や、抵抗力の円盤間距離 D への依存性を示す関数形を導くことなどができておらず、粉体粒子の速度場や温度場の解析などを通じて定量的な考察をすることが今後の課題である。また、高充填率側では、一体の推進の場合の前方の衝撃波面の重ね合わせとして単純に議論できない可能性も示唆されており、より高充填率の場合について詳細に調べることも今後の課題である。

さらに、本稿では言及しなかったが、最近接配置での並列推進の抵抗力が一体の抵抗力よりも大きくなっている。これは推進物体の形状に依存する可能性も高く、その詳細を調べるために、粉体粒子に対する円盤の大きさを変えた場合や大きな推進物体の形状を正方形にした場合などについてのシミュレーションも行いたいと考えている。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 15K13534 および JST, CREST の助成を受けたものである

参考文献

- [1] Yuka Takehara and Ko Okumura, Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 148001.
- [2] F. Pacheco-Vázquez and J.C. Ruiz-Suárez, Nat.Comm. **1** (2010) 123.