

吹雪のランダムフライトモデルによる飛雪粒子の乱流輸送

新屋啓文, 西村浩一

名古屋大学大学院 環境学研究科

概要

吹雪や砂嵐などの大規模な粒子輸送は、4つの物理素過程（風による粒子の取込、粒子の運動、スプラッシュ、風速の変化）を介して発生及び発達することが知られている。そこで、我々は浮遊層への粒子供給源となる跳躍層近傍の乱流輸送特性を解明するため、吹雪のランダムフライトモデルを用いて数値計算を行った。その結果、粒子の乱流輸送は時間に応じて、跳躍層が形成される発達段階と風速の弱化が生じる緩和過程、上空からのエネルギー供給と輸送によるエネルギー散逸が釣り合う定常状態の3段階を示した。特に、明瞭な転移高度が摩擦速度の鉛直分布に現れ、下層 ($z < 0.5\text{mm}$) の摩擦速度は初期条件及び上面の境界条件に依存せずほぼ定数を示した。

Turbulent Transport of Snow Particles by Aeolian Process using Random-Flight Model of Blowing Snow

Hirofumi Niiya, Kouichi Nishimura

Graduate School of Environmental Studies, Nagoya University

Abstract

It is known that massive particle transports such as the blowing snow and dust storm develop through four physical sub-processes: the aerodynamics entrainment, dynamics of blown particle, splash, and wind modification. In this study, to reveal the turbulent transport property near the saltation layer, we conduct numerical simulations using the random-flight model of blowing snow. Numerical simulations show three phases with time: developmental state, relaxation process, and steady state. A distinct transition emerges on the vertical profile of friction velocity. Further, the friction velocity at $z < 0.5\text{mm}$ keeps roughly constant despite initial conditions and upper boundary conditions.

1 はじめに

風による地面の侵食は、堆積している粒子を動かし空気中へ巻き上げることで、吹雪や砂嵐といった大規模な輸送現象を引き起こす。加えて、粒子と流体の相互作用は空間的不均一性を成長させ、地球や火星の地表面に風紋や砂丘などの微視的・巨視的構造物を作り出す。従って、上記現象を理解する上で、風による粒子輸送は基本的かつ重要な共通点といえる。

一般的に、風による粒子輸送は4つの物理素過程（風による粒子の取り込み、放出粒子の運動、粒子

と地面との衝突で生じるスプラッシュ、風速の変化）を介して発生および発達することが知られている。また、放出粒子の運動形態は風速や粒子の物性値に応じて、転がり・跳躍・浮遊の3種類を示す。ここで、転がりと跳躍、浮遊は、それぞれ地表面に沿った回転運動と地表面付近を跳ねる運動、乱流による拡散的な運動を意味する。

近年、吹雪や砂嵐などの野外観測や風洞実験は、測定機器の精度向上に伴って個々の飛雪・飛砂粒子の情報を正確に捉えつつある [1]。特に、SPC(:

Snow/Sand particle counter) と呼ばれる装置は野外での長時間測定を可能としている。一方で、従来の粒子輸送の理論模型として、地面近傍の跳躍層を対象とした運動力学理論（離散系）と、跳躍層より上方の浮遊層における乱流拡散理論（連続体近似）が広く受け入れられている。

しかしながら、実際の粉体層は様々な大きさの粒子から構成されており、粒子の運動形態を純粋な跳躍と浮遊に区別する事はできない。さらに、跳躍層で発生した粒子輸送は浮遊層への重要な粒子供給源となる。そこで、本研究では、粒子の跳躍と浮遊運動を記述した吹雪のランダムフライトモデル [2] を用いて、跳躍層近傍における飛雪粒子輸送の発達過程及び定量的性質について調べた。

2 ランダムフライトモデル

本モデルは、粒子輸送で重要な4つの物理素過程を忠実に組み込んだ模型である。流体は境界層乱流として取り扱われ、粒子の運動はニュートンの運動方程式に従う。そして、粒子と流体の相互作用は、空気抵抗と風による粒子の取り込みに基づいた運動量交換で実現される。

2.1 流体の支配方程式

風速 \mathbf{u} に関して、時間平均した平均流 $\bar{\mathbf{u}}$ と乱流揺らぎ \mathbf{u}' の時間変化は、それぞれレイノルズ平均 Navier-Stokes 方程式と Lagrange 統計モデルを用いて計算される。また、水平方向の平均風速は揺らぎより十分に大きい、かつ、鉛直方向の平均風速はほぼ0であると仮定し、以下のような単純化を行う。

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}' = (\bar{u} + u', \bar{w} + w') \rightarrow (\bar{u}, w') \quad (1)$$

まず、水平方向の平均風速 \bar{u} について、水平方向一様流 ($\partial/\partial x \approx 0$) と十分に発達した乱流（粘性項を無視）を仮定することで、 \bar{u} の時間発展方程式は

$$\rho_f \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_f \left(\kappa z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \right] - \sum_{i=1}^N \frac{F_d^i}{V_f} \quad (2)$$

として記述される。ここで、 ρ_f, V_f は流体の密度と体積、 κ はカルマン定数 (0.4)、 N, F_d^i は流体内の粒子数と i 粒子に働く空気抵抗である。

次に、鉛直方向の乱流揺らぎ w' は空間的に相関を持たないため、粒子毎に揺らぎを計算する。一様等方性乱流の場合、微小時間 Δt における w'_i の変化は

$$w'_i(t + \Delta t) = \left(1 - \frac{\Delta t}{T_L} \right) w'_i(t) + \sigma_w \sqrt{\frac{2\Delta t}{T_L}} \Delta N_t \quad (3)$$

として記述される。ここで、 T_L, σ_w は Lagrange 時間スケールと乱流強度、 ΔN_t は標準正規分布に基づいたノイズである。さらに、大気が中立安定の場合の経験式として、 $\sigma_w = 1.3u^*, T_L = z/2\sigma_w$ (u^* : 摩擦速度) を用いる。ただし、 T_L は粒子の慣性によって T_L^* へ補正される [2]。

2.2 風による粒子の取り込み

雪面に働く摩擦速度が流体臨界 u_f を越えると、堆積粒子は運動を開始する。しかし、雪に関して流体臨界の理論式は存在しないため、風洞実験による経験値 ($u_f \approx 0.2\text{m/s}$) を用いる。次に、単位時間当たりに単位面積から取り込まれる粒子数 N_e として、式 (4) で記述される Shao らの理論式 [3] を採用する。

$$N_e = \xi u^* \left[1 - \left(\frac{u_f}{u^*} \right)^2 \right] d^{-3}, \quad \xi = \frac{6\rho_f}{\pi\rho_p\alpha} \quad (4)$$

ここで、 ξ は流体と粒子の密度で特徴付けられる無次元数、 α は定数 (0.5)、 d は雪面を構成する粒径である。(空気と雪の場合、 $\rho_f = 1.2\text{kg/m}^3, \rho_p = 900\text{kg/m}^3, \xi \approx 10^{-3}$)

粒径 d に関して、実際の積雪中の粒径は高い不均一性を示すが、本モデルではその分布をガンマ分布で近似する。そこで、今回は式 (4) の粒径として、ガンマ分布 $\Gamma(3, 100)$ の平均値 $\bar{d} = 300\mu\text{m}$ を与える。ただし、使用する粒径は $d \in [10\mu\text{m}, 1\text{mm}]$ とする。

取り込まれる i 粒子の位置は雪面に接するように ($z_i = d_i$)、 x - y 平面の取り込み範囲からランダムに選択される。そして、水平方向の速度は式 (4) の仮定より $v_x = \alpha u^*$ として与えられ、一方で、鉛直方向の速度は $v_z = \sqrt{2gd}$ として与えられる。(g : 重力加速度)

2.3 粒子の運動方程式

雪面から飛び出した粒子は回転しない球形であると仮定し、その運動はニュートンの運動方程式で記述される。ただし、空間は十分に希薄であるとみなし、粒子に働く力は重力と空気抵抗が考慮される。

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -\mathbf{e}_z m_i g + C_d \frac{\rho_f V_R (\mathbf{u} - \mathbf{v}_i)}{2} S_i \quad (5)$$

ここで、 m_i, \mathbf{v}_i, S_i は i 粒子の質量と速度と断面積、 \mathbf{e}_z は鉛直下向きの単位ベクトル、 C_d, V_R は抵抗係数と流体と粒子の相対速度である。さらに、抵抗係数に関して近似式 (式 (6)) を用いることで、高レイノルズ数 (およそ $Re < 10^5$) まで適応する。

$$C_d = \frac{24}{Re} + \frac{6}{1 + Re^{1/2}} + 0.4 \quad (6)$$

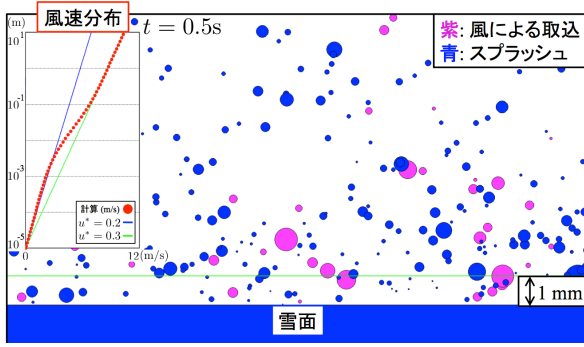


図 1: $t = 0.5\text{s}$ における雪面近傍の飛雪粒子と平均風速の分布：上面の摩擦速度 $u^*(H) = 0.3\text{m/s}$

2.4 スプラッシュ過程

粒子と雪面の衝突は非常に複雑な物理過程である。そのため、本モデルにおいてスプラッシュ過程は、風洞実験で得られた統計的関数により記述される。Sugiura らは天然雪 ($d = 350 \pm 280\mu\text{m}$) を用い、吹雪が発生している条件で個々の衝突過程の測定を行った [4]。そして、鉛直方向と水平方向の跳ね返り係数 e_v, e_h と放出粒子数 n_e が、それぞれガンマ分布と正規分布、二項分布で近似されることを示した。

$$e_v \sim \Gamma(k, \theta), \quad e_h \sim N(\mu, \sigma^2), \quad n_e \sim B(n, p) \quad (7)$$

注意として、式 (7) の分布を特徴付けるパラメータは、粒子の入射速さ v_i と角度 θ_i の関数で記述される。

3 結果

上記モデルの数値計算は一定の粗度 ($z_0 = 10^{-5}\text{m}$) を有する平坦な雪面上で行われ、雪面は数値計算を通して変化しないと仮定する。そして、流体と粒子の運動はそれぞれ z 方向と $x-z$ 平面で計算されるが、風による粒子の取り込みを扱うため、計算領域は奥行きを考慮した 3次元空間 ($L = 0.02, W = 0.01, H = 10\text{m}$) とする。ここで、流体の計算メッシュは、高さの対数に対して等間隔で区切られる。

粒子に関する水平方向の境界条件として、周期境界条件が与えられる。一方、風速に関する雪面と上面の境界条件は、それぞれ粗度以下で風速 0 と一定の摩擦速度 ($u^*(H) = \text{const.}$) として設定される。粒子輸送の初期条件として、風速は対数則 (式 (8)) で与えられ、一方で、飛雪粒子数は 0 とする。

$$\bar{u}(t=0, z) = \frac{u^*(H)}{\kappa} \log\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (8)$$

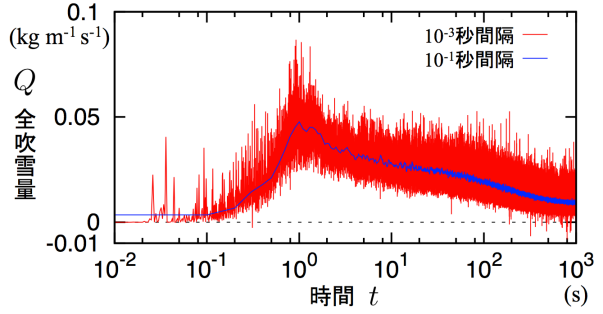


図 2: 全吹雪量の時系列データ：測定する時間間隔 (赤 10^{-3}s 、青 10^{-1}s) ($u^*(H) = 0.3\text{m/s}$)

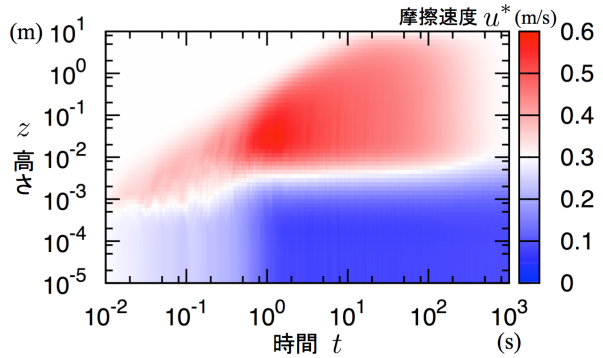


図 3: 摩擦速度の鉛直分布の時系列データ ($u^*(H) = 0.3\text{m/s}$)

以上の設定の下、我々は上面の摩擦速度を変化させることで、跳躍層近傍の飛雪粒子輸送の発達過程及び輸送形態の摩擦速度依存性について調べた。

まず、本モデルで得られる典型的な輸送形態を調べるために、上面の摩擦速度を 0.3m/s に固定した場合について説明する。粒子の取り込みに関して、雪面に働く摩擦速度が流体臨界 u_f を越えているため、風による粒子の取り込みが初期に開始する。その後、主要な粒子の取り込みは風からスプラッシュへ遷移する (図 1)。そして、飛雪粒子数はスプラッシュにより急激に増加するが、徐々に減少し、最終的に一定値へ漸近する。この傾向は全吹雪量 Q で明瞭に確認することが可能である (図 2)。ここで、全吹雪量とは各高度における質量流束 $q(z)$ を高さ無限大まで積分した値であるが、今の場合は上面境界 ($z = H$) までの積分値となる。

次に、我々は Q の時系列データに基づき、粒子の輸送形態を (i) 発達段階 ($t \leq 1\text{s}$) と (ii) 緩和過程 ($t \leq 1000\text{s}$)、(iii) 定常状態 ($1000\text{s} < t$) の 3 段階に分類した。以後、摩擦速度の変化に着目し、粒子輸送の形態変化について説明する (図 3)。

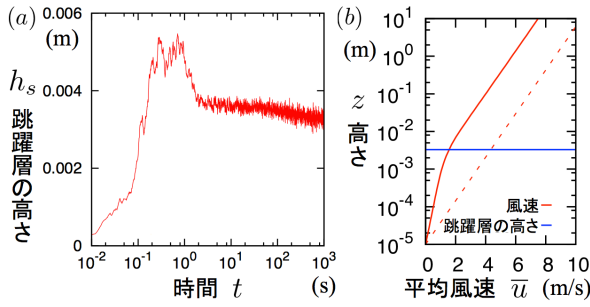


図 4: (a) 平均的な跳躍層の高さの時系列データ、
(b) 風速と跳躍層の関係 (点線:初期、実線:定常)

(i) **発達段階**; 急激な粒子数の増加は、急速に跳躍層を発達させる。それに伴い、雪面近傍の摩擦速度は粒子の抵抗により低下する。そして、流体臨界より低い摩擦速度が低層に形成される。

(ii) **緩和過程**; 上層の摩擦速度は、跳躍層の形成によって一時的に増加する (Q が最大の時 ($t \sim 1s$), 最も顕著)。しかし、上面 (境界) で与えられた摩擦速度が下方へ伝搬することで、一時的に高まった摩擦速度は一定値へ回復する。この時間変化が非常に長いので、吹雪量の緩やかな減少が現れた。

(iii) **定常状態**; 跳躍粒子は雪面との衝突で絶えず入れ替わっているが、摩擦速度の鉛直分布に関して、明瞭な転移高度を示す定常分布が形成された。つまり、転移高度より下層で流体臨界より低い摩擦速度が実現され、一方で、転移高度より上層で上面の摩擦速度が反映される。これは、上空からのエネルギー供給と跳躍層におけるエネルギー散逸が、上手く釣り合うため確認された。

さらに、エネルギー釣り合いの観点から、摩擦速度の転移高度は跳躍層における飛雪粒子と関係を持つと考えられる。そこで、我々は跳躍層の平均的な高さ h_s を以下のように定義した。

$$h_s = \frac{1}{N_s} \sum_{z_i \leq 0.1m}^{N_s} z_i \quad (9)$$

ここで、 N_s は跳躍粒子数、 z_i は i 粒子の高さである。 h_s は時間に対して全吹雪量と同様に振る舞うことが確認された (図 4(a))。そして、1000 秒以降に時間平均した $h_s = 3.29\text{mm}$ が摩擦速度の転移高度とおよそ一致した (図 4(b))。

最後に、上面の摩擦速度 $u^*(H)$ を変化させた場合、粒子輸送の典型的な時間発展は $u^*(H) = 0.3\text{m/s}$ と同様であった。ただし、下層 ($z < 0.5\text{mm}$) の摩擦速度は $u^*(H)$ に依存せずほぼ一定値を示した。加え

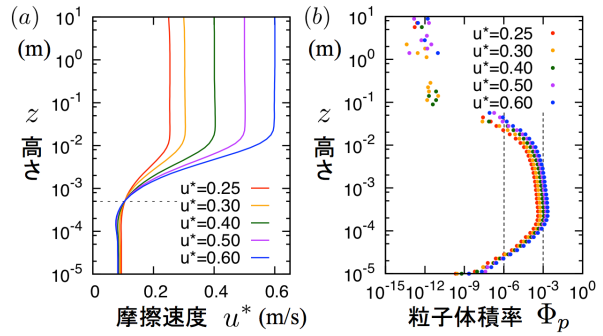


図 5: 上面の摩擦速度依存性: (a) 摩擦速度の鉛直分布 (点線 0.5mm)、(b) 粒子体積率の鉛直分布

て、跳躍層付近で摩擦速度は急激に変化することが確認された (図 5(a))。

4 まとめと今後の考察

本論文では、吹雪のランダムフライトモデルを用いて、跳躍層近傍における飛雪粒子輸送の発達過程及び定常特性について調べた。その結果、粒子の乱流輸送は時間に応じて、発達段階・緩和過程・定常状態の3段階を示した。そして、定常状態において、摩擦速度の鉛直分布に明瞭な転移高度が存在し、その高度は跳躍層の平均的な高さで特徴付けられた。さらに、転移高度より下の摩擦速度は上面の摩擦速度に依存しないことを明らかにした。

しかしながら、図 5(b) で示すように、上空の粒子体積率 Φ_p (粒子の体積/流体の体積) は風速の増加に関わらず変化していない。加えて、跳躍層における Φ_p が 10^{-3} を越えており、Elghobashi の結果 [5] より粒子間の接触を考慮しなければならない。また、理論の枠に閉じるのではなく、精密な観測や実験結果と比較検証を行うべきである。

参考文献

- [1] K. Nishimura et al., J. Geophys. Res. Atmos., **119**, pp. 9901-9913, 2014.
- [2] M. Nemoto, and K. Nishimura, J. Geophys. Res., **109**, D18206, 2004.
- [3] Y. Shao, and A. Li, Boundary Layer Meteorol., **91**, pp. 199-225, 1999.
- [4] K. Sugiura, and N. Maeno, Boundary Layer Meteorol., **95**, pp. 123-143, 2000.
- [5] S. Elghobashi, Appl. Sci. Res., **52**, pp. 209-221, 1994.