

非対称相互作用に起因する秩序形成のミニマルモデル

加納剛史¹, 大須賀公一², 川勝年洋³, 石黒章夫^{1,4}

¹ 東北大学電気通信研究所, ² 大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻,

³ 東北大学大学院理学研究科物理学専攻, ⁴ JST CREST

概要

非対称相互作用に起因する秩序形成は、自然界や社会システムにおいて広く見られる現象である。この秩序形成のメカニズムを探る上で、数理モデリングは有用な方法論となり得る。筆者らは以前、交友関係の形成過程に着目し、個体間の非対称相互作用によってさまざまな動的秩序を生み出す数理モデルを構築した。しかしながら、モデルの複雑性ゆえに秩序形成の本質を見出すことが困難であった。本研究では交友関係の形成過程のミニマルモデルを提案する。シミュレーションの結果、パラメータの変化によって多種多様なパターンが発現することを確認した。

Minimal Model of Self-organization Induced by Asymmetric Interactions

Takeshi Kano¹, Koichi Osuka², Toshihiro Kawakatsu³, and Akio Ishiguro^{1,4}

¹ Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University

² Department of Mechanical Engineering, Osaka University

³ Department of Physics, Tohoku University, ⁴ Japan Science and Technology Agency, CREST

Abstract

Emergence of formation of orders in dynamical patterns induced by asymmetric interactions is widely observed in natural and social systems. Mathematical modeling is a useful method for understanding its essential mechanism. We previously focused on the process of friendship formation and proposed a mathematical model of self-organization induced by asymmetric interactions. However, it was difficult to understand the essential mechanism of order formation because of the complexity of the model. In this study, we propose a minimal model of friendship formation. Simulation results show that various patterns emerge by changing parameters.

1 はじめに

自然界におけるシステムや社会システムは一般に、注目する系と外界の間にエネルギーや運動量の出入りがある非平衡開放系である。このような系では作用-反作用の法則が必ずしも成り立たず、素子間の相互作用が非対称になり得る。この非対称な相互作用に起因して、さまざまな動的秩序構造が自己組織的に生み出されることが知られている [1-10]。交通渋滞 [1]、鳥などの個体の群れ [2]、ソーシャルネット

ワーク [3] などがその典型例である。しかしながら、秩序形成のメカニズムを説明し得る統一的な理論枠組みは、依然として確立していないのが現状である。

この問題に取り組むため、筆者らは以前、交友関係の形成過程に着目し、個体間の非対称相互作用によってさまざまな秩序構造を生み出す数理モデルを構築した [6,7]。しかしながら、このモデルは複雑であり、秩序形成の本質を見出すことは困難であった。本研究では、交友関係の形成過程をさらに単純化し

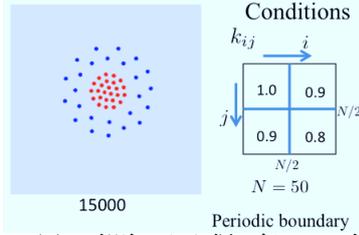


図 1: 観察された振る舞い 1. 青色の粒子群が赤色の粒子群を囲い込む.

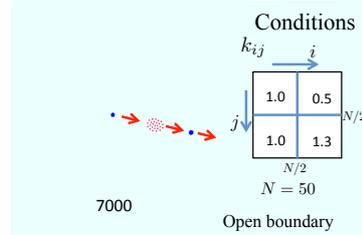


図 3: 観察された振る舞い 3. 青色の粒子群のクラスターが 2 つ形成され、赤色の粒子群の両側に配列する. 全体が配列した軸の方向に並進する.

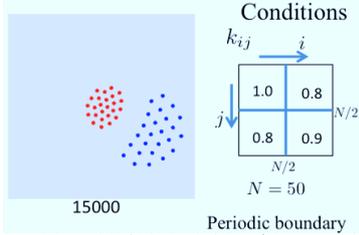


図 2: 観察された振る舞い 2. 青色の粒子群と赤色の粒子群が分離する.

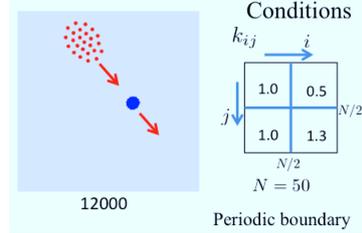


図 4: 観察された振る舞い 4. 青色の粒子群が、赤色の粒子群を追いかける.

て捉えたミニマルモデルを提案する. シミュレーションの結果, パラメータの変化によって多種多様なパターンが発現することを確認したので報告する.

2 モデル

実空間内の二次元平面上に N 個の素子が存在している. 各素子は一個人を表しており, i 番目の素子の位置 \mathbf{r}_i の時間発展を以下のように記述する:

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \sum_{j \neq i} \hat{\mathbf{R}}_{ij} \{k_{ij} |\mathbf{R}_{ij}|^{-\mu} - |\mathbf{R}_{ij}|^{-1}\} \quad (1)$$

ただし, $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$, $\hat{\mathbf{R}}_{ij} = \mathbf{R}_{ij}/|\mathbf{R}_{ij}|$, μ は $0 < \mu < 1$ を満たす定数である. k_{ij} は i が j をどれだけ気に入っているかを示すパラメータであり, 右辺第一項は, k_{ij} が正の時は j 番目の素子に向かう効果, 負の時は j 番目の素子から遠ざかる効果を表す. 右辺第二項は排除体積効果を表し, これは他人が自分に接近し過ぎると居心地が悪く感じる心理に由来している. なお, 右辺第一項, 第二項ともに素子間距離に対してベキで減衰するのは, 一般に近傍にいる人ほど密に関わるためであり, このモデルではインターネットなどの遠距離間のコミュニケーション手段については考慮していない.

本モデルで重要な点は, 一般に相互作用が非対称 ($k_{ij} \neq k_{ji}$) である点である. 次節で示すように, この非対称性によって多様なパターンが生み出される.

3 シミュレーション

提案モデルのシミュレーションを行った. Runge-Kutta 法を用い, タイムステップの刻み幅は 0.002 とした. $\mu = 0.8$ とし, k_{ij} の値を変化させた. 粒子の初

期位置は乱数で決定し, 境界条件は open boundary の場合と周期境界条件を課した場合の 2 通りについて検証した. 周期境界条件を課した時は, 周期 L を $L = 10$ に設定し, 最近接粒子選択法を採用した.

観察された振る舞いとパラメータの値を図 1~17 に示す. k_{ij} の値は各図右側のマトリックスに記されている. たとえば図 1 の場合, $i \leq 25, j \leq 25$ の時 $k_{ij} = 1.0$, $i \leq 25, j > 25$ の時 $k_{ij} = 0.9$, $i > 25, j \leq 25$ の時 $k_{ij} = 0.9$, $i > 25, j > 25$ の時 $k_{ij} = 0.8$ である. なお, 図 1~8 については $i \leq 25$ の粒子を赤色, それ以外の粒子を青色で, 図 9~17 については $i \leq 17$ の粒子を赤色, $18 \leq i \leq 34$ の粒子を青色, それ以外の粒子を緑色で表している. 背景が灰色の図は周期境界条件, 白色の図は open boundary の条件を課している. また, 各写真の下部の数値はタイムステップ数を示している. 同図より, 非自明かつ多様な動的パターンが発現していることがわかる.

4 まとめおよび今後の展望

交友関係の形成過程のミニマルモデルを構築した. シミュレーションの結果, パラメータの変化によって多種多様な動的パターンが自己組織的に発現することを確認した. 本モデルは, 交友関係の形成過程にとどまらず, 生物個体集団や細胞集団の動的パターン形成などのさまざまな現象の基礎モデルになる可能性がある. 非対称相互作用が秩序形成に重要な役割を果たしていると予想されるが, 現段階ではその

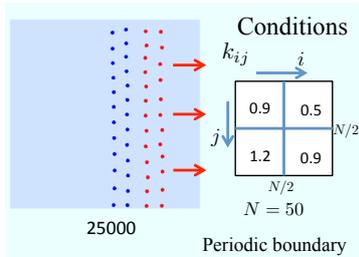


図 5: 観察された振る舞い 5. 縦に等間隔で並んだ赤色粒子群が同じく縦に等間隔で並んだ青色粒子群を追いかける。

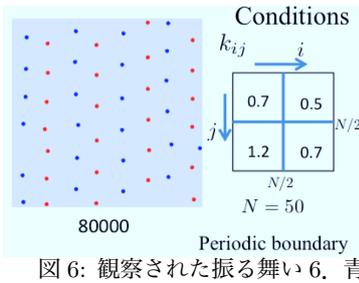


図 6: 観察された振る舞い 6. 青色粒子と赤色粒子がそれぞれ縦に並び、各粒子間距離はほぼ一定に保たれる。

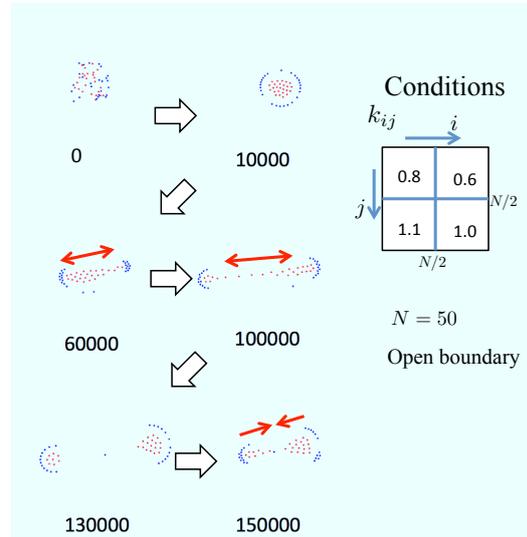


図 7: 観察された振る舞い 7. 一旦青色の粒子が赤色の粒子を囲い込むが、クラスターの分離と融合を繰り返す。

メカニズムは不明であり、今後考察していきたい。

謝辞

北海道大学電子科学研究所の中垣俊之教授，青沼仁志准教授，広島大学大学院理学研究科の小林亮教授，伊藤賢太郎助教，大阪大学工学研究科の石川将人教授，杉本靖博講師，名古屋大学情報科学研究科の杉山雄規教授，東北大学電気通信研究所の大脇大助教からは数々の助言を頂いた。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- [1] M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama, Phys. Rev. E **51** (1995) 1035.
- [2] Y. Hayakawa, Europhys. Lett. **89** (2010) 48004.
- [3] M.C. González, P.G. Lind, and H.J. Herrman, Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 088702.
- [4] T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Shochet, Phys. Rev. Lett. **75**, Phys. Rev. Lett. (1995) 1226.
- [5] D. Tanaka, Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 134103.
- [6] 加納剛史, 大須賀公一, 小林亮, 青沼仁志, 石川将人, 杉本靖博, 大脇大, 石黒章夫, 第 19 回交通流のシミュレーションシンポジウム予稿集 (2013) 89.
- [7] 加納剛史, 大須賀公一, 小林亮, 青沼仁志, 石川将人, 杉本靖博, 大脇大, 石黒章夫, 第 26 回自律分散システムシンポジウム資料 (2014) 243.
- [8] A. Kamimura and T. Ohira, New J. Phys. **12** (2010) 053013.
- [9] Y. Chen and T. Kolokolnikov, J. Roy. Soc. Interface **11** (2014) 20131208.
- [10] H. Levine and W.J. Rappel, Phys. Rev. E **63** (2000) 017101.

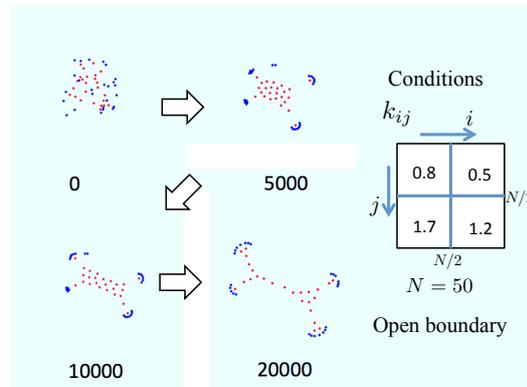


図 8: 観察された振る舞い 8. 赤色の粒子群が、樹枝状に広がり、先端部を青色粒子が円弧状になって取り囲む。

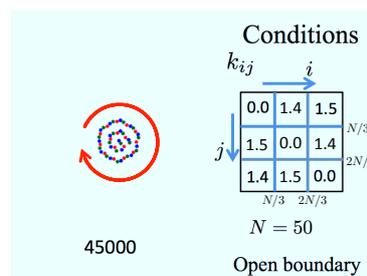


図 9: 観察された振る舞い 9. 渦状構造を円環構造が取り囲み、回転し続ける。

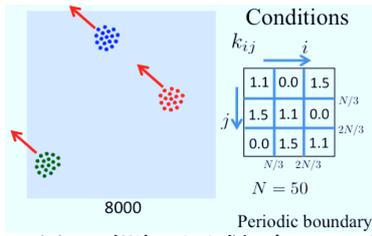


図 10: 観察された振る舞い 10, 同色粒子集団がクラスターを形成し, 各クラスターが同方向に並進する.

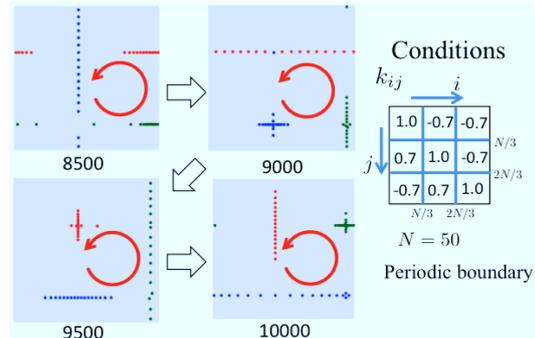


図 14: 観察された振る舞い 14, 同色粒子が一直線に配列しては崩壊する.

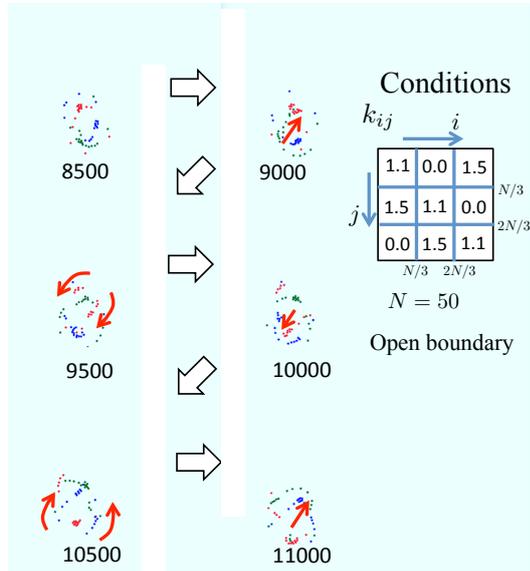


図 11: 観察された振る舞い 11, 同色粒子集団がクラスターを形成しては他の粒子群がそれを破壊する.

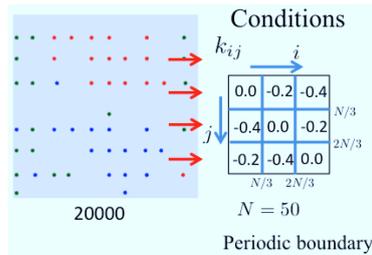


図 15: 観察された振る舞い 15, 粒子群が格子状に配列し, 並進する. 同色粒子同士で集まる傾向がある.

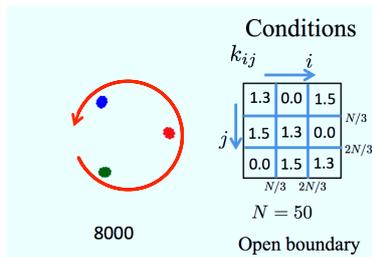


図 12: 観察された振る舞い 12, 同色粒子集団がクラスターを形成し, 円運動をする.

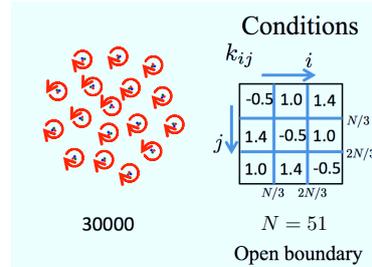


図 16: 観察された振る舞い 16, 赤・青・緑の 3 粒子からなるクラスターが等間隔で配置し, 各クラスターは回転し続ける.

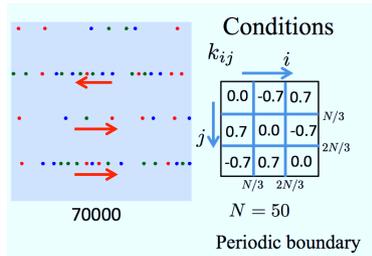


図 13: 観察された振る舞い 13, 一直線の構造が等間隔で配列する.

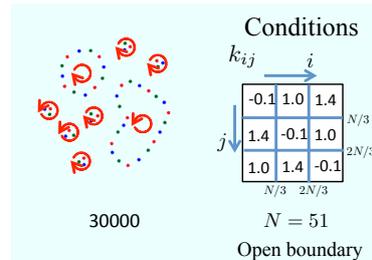


図 17: 観察された振る舞い 17, 赤・青・緑の 3 粒子からなるクラスターと膜状構造が形成され, それぞれが回転し続ける.