

交友関係の自己組織化過程の数理モデル

加納剛史¹, 大須賀公一², 小林亮^{3,5}, 青沼仁志⁴,
石川将人², 杉本靖博², 大脇大¹, 石黒章夫^{1,5}

¹ 東北大学電気通信研究所, ² 大阪大学大学院工学研究科機械工学専攻
³ 広島大学大学院理学研究科数理分子生命理学専攻, ⁴ 北海道大学電子科学研究所, ⁵ JST CREST

概要

多数の素子が離合集散を繰り返す「動的な秩序形成」は自然界や社会システムにおいて広く見られる現象であるが、その発生メカニズムはいまだによくわかっていない。本研究では、人間社会における交友関係を事例として採り上げ、その秩序構造の生成・崩壊メカニズムの数理的理解を試みる。交友関係は、性格の異なるもの同士が「自己主張」と「相手への歩み寄り」を適切に調和させることで形成されている。そこで、各個人の性格を「位相」で表現し、相手との位相差および位置関係に応じて相手との距離や自身の位相を調節するモデルを構築する。シミュレーションの結果、少数パラメータの変化により多種多様な動的秩序構造を観察することができた。

Mathematical Model of Friendship Formation

Takeshi Kano¹, Koichi Osuka², Ryo Kobayashi^{3,5}, Hitoshi Aonuma⁴,
Masato Ishikawa², Yasuhiro Sugimoto², Dai Owaki¹, and Akio Ihisguro^{1,5}

¹ Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University

² Department of Mechanical Engineering, Osaka University

³ Department of Mathematical and Life Sciences, Hiroshima University

⁴ Research Institute for Electronic Science, Hokkaido University, ⁵ JST CREST

Abstract

Although dynamical order generated from local interactions among many elements is widely observed in nature and social systems, its mechanism is not yet clearly understood. To tackle this problem, we focus on the formation and collapse dynamics of friendship in human society. Although each individual has different character, people interact with each other by properly balancing their self-assertion and compromise; as a consequence, dynamical order emerges. To reproduce this behavior, we express the characters of individuals by using “phase” and propose a simple model in which position and phase of each individual are adjusted in response to the phase difference and distance between the other individuals. Simulation results showed that various dynamic patterns emerge via the change of a small number of parameters.

1 はじめに

システムを構成する多数の素子がダイナミックな離合集散を通じて秩序構造を形成する、いわば動的な秩序形成は、ソフトマター [1], 動物の運動 [2], 交

通流 [3] など、自然界や社会システムにおいて広く見られる現象である。このような現象は、非自明な大域的振る舞いが単純な局所相互作用のみから生み出されることから、多くの研究者の興味を惹いてきた。しかしながら、その本質的なメカニズムの理解

は決して容易ではなく、それゆえ適切なモデル系を採り上げて議論を深めることが肝要である。

そこで本研究では人間社会における交友関係の生成崩壊過程に着目する。例えば学校のクラスの中での交友関係を考えてみよう。入学当初はお互い見ず知らずの関係であるが、時間の経過とともに友人ができ、徐々にグループが形成される。ところが、ある程度グループが形成されると、グループ内での摩擦が増え、耐えきれなくなった人がグループを飛び出すこともある。そして、グループを飛び出した人はまた新たな人間関係を求める。このようにして、各々が自分の居心地の良い場所を見つけているのである。ここで重要なことは、各個人間の相互作用から大域的な秩序が自己組織的に生まれ、それが時間とともに変容する、ということである。それゆえ、人間社会は動的秩序の発現メカニズムを理解するための適切なモデル系となりうる。

これまで、エージェント・ベースモデルや、セルオートマトン、ニューラルネットワークなどのさまざまな手法を用いて、人間社会のネットワークのモデル化がなされてきた [4-6]。そして、これらのモデルのシミュレーションや理論的解析によりさまざまな有益な知見が得られてきた。しかしながら、各個人間の相互作用から大域的な動的秩序が生まれるメカニズムの本質的理解までには依然として至っていない。この現状を打破するためには、基本に立ち戻った考察を行う必要がある。

ここで、我々が日常的な対人関係において行っていることを考えてみたい。人の性格は各自異なっている。それゆえ、各自が自己主張をしていたのでは人間社会はうまく形成されない。相手への適度な歩み寄りが重要なのである。すなわち、我々は「本来の性格」と「表面上の性格」をうまく使い分け、自己主張と歩み寄りの調和の上で対人関係を築いている。

上記考察を踏まえ、本研究では、必要最小限の個人間相互作用のみを取り入れた人間社会のダイナミクスの力学系モデルを構築する。先行研究において、内部状態（位相）を有する多数の均質な粒子が相互作用してその位相関係や位置関係を改変し、さまざまな大域的秩序構造を発現する swarm oscillator モデルが知られている [7]。これは抽象度の高い普遍的なモデルであるが、ここではこのモデルを起点に人間社会についての考察を行う。具体的には、swarm oscillator モデルの各粒子に「個性」を導入し、各個人の「本来の性格」と「表面上の性格」を「(粒子の)

位相」で表現する。そして、その両者のずれや、相手との位相差および位置関係に応じて相手との距離や自身の位相を調節するモデルを構築する。シミュレーションの結果、少数パラメータの変化により多種多様な動的秩序構造を観察することができたので報告する。

2 モデル

二次元平面上に N 個の粒子が存在している。各粒子は一個人を表しており、それぞれが「本来の性格」を示す位相 $\tilde{\psi}_i$ と「表面上の性格」を示す位相 ψ_i を有している。ここで、 i ($1 \leq i \leq N$) は各粒子につけられた番号であり、 $\tilde{\psi}_i$ は時間的に不変であると仮定する。各個人は他人の「本来の性格」を知ることにはできず、相手の位置と「表面上の性格」に応じて自身の位置や位相を調節するものとする。各粒子の位置を \mathbf{r}_i で表す。

各粒子のダイナミクスは以下の微分方程式で表される：

$$\dot{\psi}_i = \sum_{i \neq j} e^{-|\mathbf{R}_{ji}|} \frac{\partial F(\psi_j, \psi_i)}{\partial \psi_i} + k_i \sin(\tilde{\psi}_i - \psi_i), \quad (1)$$

$$\tau_i \dot{f}_i = k_i |\sin(\tilde{\psi}_i - \psi_i)| - f_i, \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_i = c_i \sum_{i \neq j} \hat{\mathbf{R}}_{ji} [e^{-|\mathbf{R}_{ji}|} \{F(\tilde{\psi}_i, \psi_j) - \lambda_i f_i\} - A |\mathbf{R}_{ji}|^{-\mu}], \quad (3)$$

ただし、 $\mathbf{R}_{ji} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ 、 $\hat{\mathbf{R}}_{ji} = \mathbf{R}_{ji}/|\mathbf{R}_{ji}|$ である。 $F(\psi_j, \psi_i)$ は j と i の間の相性を表す関数であり、この値が大きい時、「 j が i のことを気に入っている」ということに対応する。したがって、(1) 式右辺第一項は「近傍の相手に気に入ってもらえるように表面上の性格を改変する」ことを意味している。一方、(1) 式右辺第二項は「本来の性格から逸脱しないようにする」ことを意味している。 k_i は「頑固さ」を表す正の定数であり、この値が大きい程自分の性格を曲げにくい。 f_i は i が溜め込むフラストレーションを表している。(2) 式右辺第一項は、本来の性格と表面上の性格が乖離しているとフラストレーションを溜め込むことを意味しており、同式右辺第二項は自身でフラストレーションを解消する効果を表している。 τ_i は過去の影響を引きずる時間を表す定数であり、これはいわば i の「ねちねち度」に相当する。(3) 式の $F(\tilde{\psi}_i, \psi_j)$ の項は気に入った相手に近づく効果を表しており、 $\lambda_i f_i$ の項はフラストレーションが溜ま

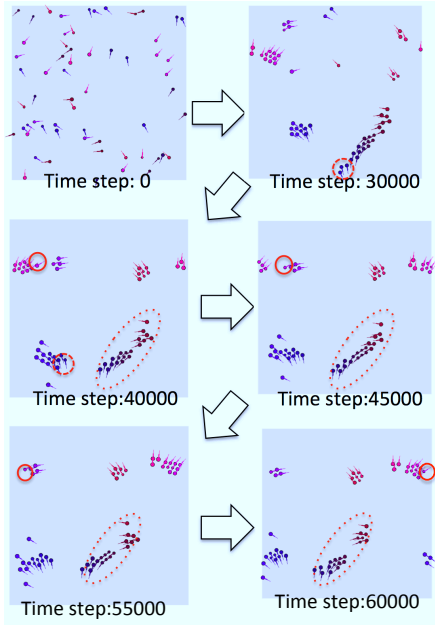


図 1: $L = 10$, $k = 2$, $\tau = 3$, $c = 1$, $\lambda = 40$, $F(\psi_j, \psi_i) = \cos(\psi_i - \psi_j)$, $\tilde{\psi}_i$ および ψ_i の初期分布が $[0, 2\pi]$ の範囲で一様な時のシミュレーション結果. 図 1~5 のすべてに共通であるが, $\tilde{\psi}_i$ は粒子から出ている太く短い線の向きと粒子の色, ψ_i は粒子から出ている細長い線の向き, f_i の大きさは粒子の直径でそれぞれ表されている.

ると相手を避けることを意味している. $-A|\mathbf{R}_{ji}|^{-\mu}$ は排除体積効果を表す. ここで, c_i , λ_i はそれぞれ「相手への関心の強さ」, 「相手への飽きつばさ」を表す正の定数である. A , μ は正の定数である.

3 シミュレーション結果

前節で提案したモデルのシミュレーションを行った. 1 辺の長さが L の正方形のフィールド内に 60 個の粒子をランダムに配置し, 周期境界条件を課した. タイムステップの刻み幅は 0.001 とし, k_i , τ_i , c_i , λ_i の値はそれぞれ, すべての粒子について同一の値を取るようにした (以下, それぞれ k , τ , c , λ と表記する). A , μ の値はそれぞれ 8.86×10^{-7} , 11 で固定した.

図 1 は $L = 10$, $k = 2$, $\tau = 3$, $c = 1$, $\lambda = 40$, $F(\psi_j, \psi_i) = \cos(\psi_i - \psi_j)$, $\tilde{\psi}_i$ および ψ_i の初期分布が $[0, 2\pi]$ の範囲で一様な時の結果である. 時間の経過とともに, $\tilde{\psi}_i$ の値が近いものが集まり, いくつかのクラスターが形成される. しかしながら, 一旦あるクラスターに属したにも関わらず別のクラスターに乗り換える粒子群 (同図中の破線囲み) や, 2 つ

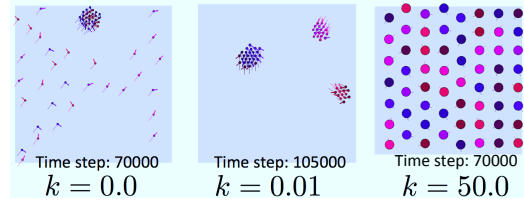


図 2: 図 1 の条件から k の値のみを変化させた時の結果.

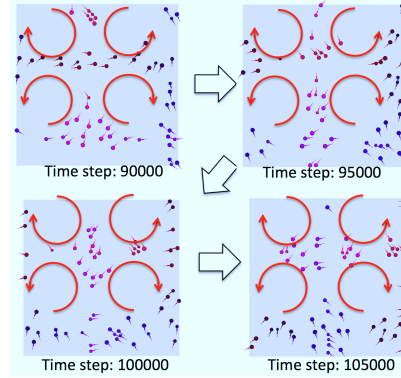


図 3: 図 1 の条件から $F(\psi_j, \psi_i)$ の関数形を $F(\psi_j, \psi_i) = \cos(\psi_i - \psi_j - 0.15\pi)$ に変えた時の結果.

のクラスターの間を往復し続ける粒子 (同図中の実線囲み) も存在する. 2 つのクラスターが接しては離れる様子 (同図中の点線囲み) も観察された.

図 1 の条件から k の値のみを変化させた時の結果を図 2 に示す. $k = 0$ の時は, 約半数の粒子はクラスターを形成して動き回るが, 残りの粒子は散在したままである. $k = 0.01$ の時は, 3 つの安定なクラスターが形成された. $k = 50$ の時は, 格子状の構造を形成し, 粒子はフラストレーションを溜めこんだまま身動きが取れなくなった.

図 1 の条件から $F(\psi_j, \psi_i)$ の関数形を $F(\psi_j, \psi_i) = \cos(\psi_i - \psi_j - 0.15\pi)$ に変えた時の結果を図 3 に示す. 各粒子が $\tilde{\psi}$ の少しずれた相手を追いかけて回すため, 対流が起きている様子が確認できる.

図 4 は, $L = 10$, $k = 2$, $\tau = 3$, $c = 1$, $\lambda = 40$, $F(\psi_j, \psi_i) = \cos(\psi_i - \psi_j + \beta)$ (β は $-\pi$ から π の間の定数), $\tilde{\psi}_i$ および ψ_i の初期分布は $0, 2\pi/3, 4\pi/3$ の粒子がそれぞれ 20 個ずつになるようにした時の結果である. $\beta = -0.9\pi$ の時は, 本来の性格が異なる 3 つの粒子がクラスターを形成し, クラスター間はほぼ等間隔で配列した. クラスター内の粒子は時計回りもしくは反時計回りで回転し続けた. $\beta = -0.4\pi$ の

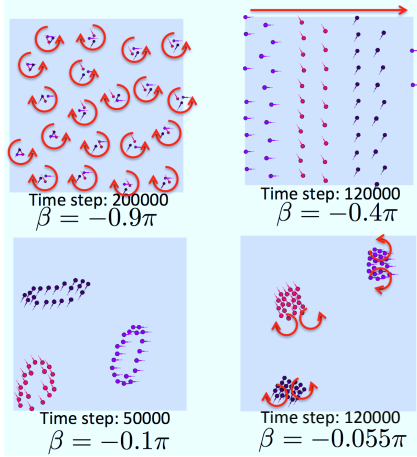


図 4: β を変えた時の結果. 他の条件は次のとおり: $L = 10, k = 2, \tau = 3, c = 1, \lambda = 40$, $\tilde{\psi}_i$ および ψ_i の初期分布は $0, 2\pi/3, 4\pi/3$ の粒子がそれぞれ 20 個ずつになるようにした.

時は本来の性格が同一の粒子が縦に配列し, それらが横に移動する様子が観察された. $\beta = -0.1\pi$ の時は, 本来の性格が同一の粒子が膜構造を形成した. 膜の内部にもいくつか粒子が存在し, 内部の粒子とは膜を構成する粒子は時々入れ替わった. $\beta = -0.055\pi$ の時は, 本来の性格が同一の粒子がクラスターを形成し, クラスター内部で対流が起こった. また, 図には載せていないが, -0.4π と -0.1π の間の領域では図 3 と同様の対流が観察された.

他にも, シミュレーション条件を変えると, 直線状に配列して位置関係が静止するモードや, 直線状の構造の生成と崩壊を繰り返すモード, 本来の性格が同一の粒子集団が形成するクラスターが別の粒子集団に膜状に包み込まれるモードなど, さまざまな興味深い振る舞いが観察された. そのいくつかを図 5 に示す. 紙面の都合上紹介できなかった振る舞いについては別論文で紹介したい.

4 まとめおよび考察

動的秩序の形成メカニズムを探るため, 人間社会における交友関係の生成崩壊過程に着目した. 各個人の性格を「位相」で表現し, 相手との位相差および位置関係に応じて相手との距離や自身の位相を調節するモデルを構築した. シミュレーションの結果, 少数パラメータの変化により多種多様な動的秩序構造を観察することができた.

本モデルと swarm oscillator モデル [7] のもつと

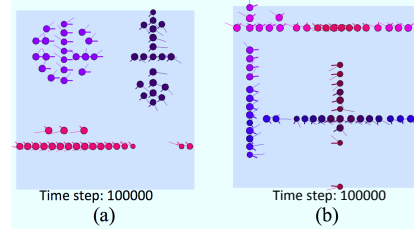


図 5: $L = 6, k = 0.08, \tau = 3, c = 1, \lambda = 20$ の時の結果. $\tilde{\psi}_i$ および ψ_i の初期分布は, (a) $0, 2\pi/3, 4\pi/3$ の粒子がそれぞれ 20 個ずつ, (b) $[0, 2\pi]$ の範囲で一樣.

も大きな相違点は, swarm oscillator モデルでは素子間の相互作用を表す関数が素子間距離に依存していたのに対し (文献 [7](15)-(16) 式の α を含む項), 本モデルでは粒子の個性の効果が素子間相互作用に影響している ((1)-(3) 式の $\tilde{\psi}_i$ を含む項) という点である. この違いが数理構造にどのような影響を及ぼしているかについては今後追求すべき課題であり, 非常に興味深い.

また, 本モデルは単に人間社会のネットワークの発現機序理解につながるのみならず, 「個性」を持つ粒子集団が創り出す動的秩序の普遍的なメカニズムの解明につながる可能性を秘めている. 今後, 本モデルが適用できる具体的な事例がないか検討していきたい.

謝辞

北海道大学電子科学研究所の中垣俊之教授, 広島大学大学院理学研究科の伊藤賢太郎助教からは数々の助言を頂いた. ここに感謝の意を表します.

参考文献

- [1] T. Hamada and K. Yoshikawa, *Materials* **5** (2012) 2292.
- [2] Y. Hayakawa, *Europhys. Lett.* **89** (2010) 48004.
- [3] M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama, *Phys. Rev. E* **51** (1995) 1035.
- [4] H. M. Singer, I. Singer, and H. J. Herrmann, *Phys. Rev. E* **80** (2009) 026113.
- [5] A. Nowak and B. Latané, “Simulating Societies: The computer simulation of Social Phenomena.”, London Univ. College London Press, (1994)
- [6] V. F. Artyushkin, A. V. Belyayev, Y. M. Sandler, V. M. Sergeev, *Math. Behav. Sci.* **19** (1990) 167.
- [7] D. Tanaka, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 134103.