

目的地を持たない歩行者の集団運動

平岡喬之, 島田尚, 伊藤伸泰

東京大学 工学系研究科 物理工学専攻

概要

これまで提案された歩行者の数理モデルは、各歩行者があらかじめ定められた目的地を見失わずに運動することが主に想定されてきた。しかし、現実の歩行者はそれほどはっきりとした目的地を持っていない場合も多い。そこでわれわれは目的地を持たない自己駆動粒子モデルを提案し、その粒子系の基本的な性質を調べた。各粒子は、互いに斥力によって相互作用し、自己駆動の向きが自らの運動の向きに一致するよう方向緩和しながら運動する。数値計算の結果、自発的に粒子の運動方向が揃い、“群れ”が形成されることが観察された。また群れが成長する速度は方向緩和の強さに依存し、ある領域で最大となることがわかった。このふるまいは二体衝突過程における法線方向の実効的な運動量損失から生じる粉体ガスの機構によるものであることを、おおまかな見積りによって示す。

Collective behavior of pedestrians moving without destinations

Takayuki Hiraoka, Takashi Shimada, Nobuyasu Ito

Department of Applied Physics, School of Engineering, The University of Tokyo

Abstract

In recent years, many models of pedestrian motion has been proposed by physicists. However, these models have difficulties in describing pedestrians' tendency to lose their way to the initial destinations. We propose a new self-propelled particle model which has no particular destinations. Although the interaction between particles is repulsive, we find that the system exhibits flocking behavior. The growth rate of the flock size depends on the magnitude of damping torque. This flocking behavior can be understood by a rough estimation on two-body collision process. Every time the particles collide against each other, they lose their normal component of the momentum, which is analogous to the clustering of inelastic granular gas.

1 はじめに

歩行者の群集運動は自己駆動粒子系のダイナミクスの一類型として、近年、物理学者の注目を集めている。Helbing and Molnar[1]による social force model の提案以降、ひとりひとりの歩行者の従う運動方程式から微視的に構築された数理モデルが数多く検討されている [2][3][4]。また映像解析技術の発達にともなって、実証面でもデータが揃えられつつあり [5][6][7]、通路内の双方向流におけるレーン、部屋か

らの退出の際の出口でのアーチといった自発的な構造形成現象をシミュレーションの結果と対応させることにより、モデルの妥当性が検証されている。

Social force model をはじめとする既存の歩行者モデルは、いずれも各歩行者（粒子）がそれぞれ目的地の方向に自らの速度を緩和させながら運動する。一方、Vicsek et al.[8] によって提案された自己駆動粒子モデルでは、各粒子は目的地を持たず、周囲の粒子の運動の向きに合わせて自らの運動の向きを更新するような短距離相互作用を受けるが、2次元系

でも全系が同じ向きに運動する長距離秩序相が存在することが知られている。

このことから、目的地を持たない種類のモデルであっても、系のジオメトリーによっては歩行者の集団運動の一部を再現することができるのではないかと考えることができる。もちろん実際には、まったく目的地や意図を持たない歩行者は想定しにくいですが、一方で既存のモデルのように、すべての人があらかじめ設定された一点を見失うことなく、つねにそこに向かって歩き続けるという前提にも一定の不自然さがあり、現実の歩行者はその二つのモデルの中間に位置するような曖昧さを備えた存在だと考えられるだろう。

そこで本稿では、目的地を持たずに運動する自己駆動粒子モデルを提案し、その基本的な性質について報告する。

2 モデル

2次元連続空間内を運動する N 個の自己駆動粒子を考える。粒子は自己駆動の向き ψ_i を持つ半径 a の円盤で表される。各粒子は大きさ f_0 の力によって自己駆動するが、いずれ終端速度 f_0/γ_v に達すると想定して、速度に比例する抗力を受けることとする。 ψ_i は運動の向き θ_i とのずれに比例するトルクによって制動され、方向緩和する。また、各粒子は他の粒子と接触することにより斥力的に相互作用する。その運動は以下の連立方程式で表される。

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = f_0 \hat{\mathbf{n}}_i - \gamma_v \mathbf{v}_i + \sum_j \mathbf{F}_{ij} \quad (1)$$

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \gamma_\psi (\theta_i - \psi_i) \quad (2)$$

ただし、 \mathbf{v}_i は速度で、 $\mathbf{v}_i/|\mathbf{v}_i| = \cos \theta_i \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta_i \hat{\mathbf{y}}$ 、 $\hat{\mathbf{n}}_i = \cos \psi_i \hat{\mathbf{x}} + \sin \psi_i \hat{\mathbf{y}}$ は自己駆動の向きの単位ベクトルである。 γ_v と γ_ψ はそれぞれ並進方向と角度方向の減衰の強さを与える。

また、シミュレーションにおいて粒子間相互作用は以下のような弾性ポテンシャルを仮定した。

$$\mathbf{F}_{ij} = \begin{cases} -k(a_i + a_j - |\mathbf{r}_{ij}|)^{3/2} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{|\mathbf{r}_{ij}|} & \text{for } |\mathbf{r}_{ij}| < 2a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

このモデルは、(1) 式の右辺第1項 (自己駆動項) を除くと、粘性抵抗の働くコロイド系の運動方程式に帰着する性質をもち、群集運動に限らず、一般の

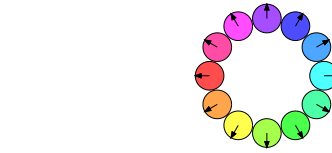
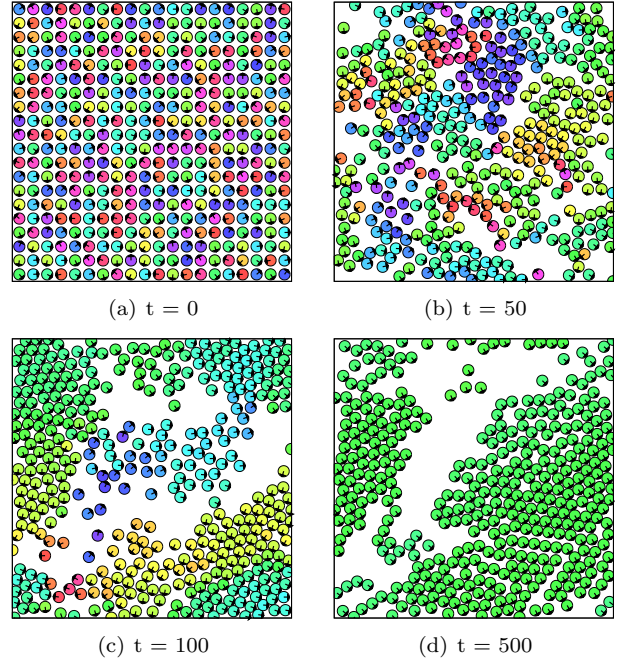


図1: $\gamma_\psi = 2$ のときの系の時間発展の様子。粒子の色は自己駆動の向き ψ_i を表す。(a) 初期状態、(b) 局所的に向きの揃ったクラスターが形成される、(c) クラスターどうしが合併集合して成長する、(d) 全系が同じ向きに集団運動する。

自己駆動粒子系のもっともシンプルな定式化の一つとなっている。

3 シミュレーション結果と考察

周期境界条件を課した $L \times L$ の正方形領域でシミュレーションを行った。 $N = 400$ 、 $L = 50a$ とし、粒子を正方格子状に等間隔に配置し、初期の運動方向 ψ_i をランダムに与えて計算を開始した。その他の変数は $\gamma_v = 1$ 、 $f_0 = 1$ 、 $k = 300$ である。図??に系の時間ごとのスナップショットを示す。

時間発展にともなって自己駆動の向き ψ_i が局所的に揃ったクラスターが形成される。時間を経るにしたがってクラスターどうしで衝突合併が繰り返され、粒子分布は空間一様性を失い、やがて全系にわたって自己駆動の向き ψ_i の揃った“群れ”へと成長する。

この秩序形成過程を調べるために、以下のような

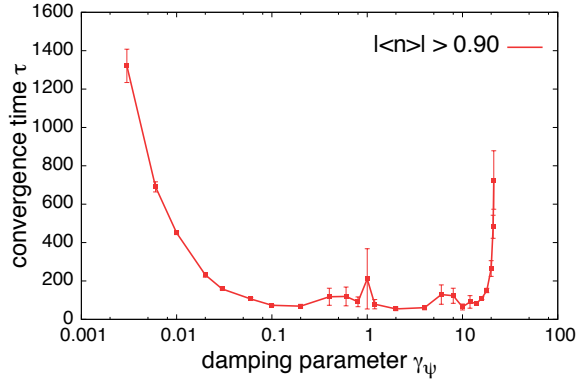


図 2: $\langle \hat{n} \rangle > 0.9$ となるまでに要する時間

秩序変数を導入する。

$$\langle \hat{n} \rangle = \frac{1}{N} \left| \sum_{i=1}^N \hat{n}_i \right|$$

自己駆動の向きについての緩和の強さ γ_ψ をさまざまに変化させて、秩序変数の成長に要する時間を調べると、図 2 のようになる。

γ_ψ の小さい領域と大きい領域の両方で、群れの形成時間は発散的なふるまいを示す。方向緩和の弱い極限、すなわち $\gamma_\psi \rightarrow 0$ では、粒子の自己駆動の向きはランダムに与えられた初期条件を保ち続けるので、秩序形成に無限の時間がかかるのは自明である。しかし、方向緩和の強い側で秩序形成が遅れるのはなぜだろうか。

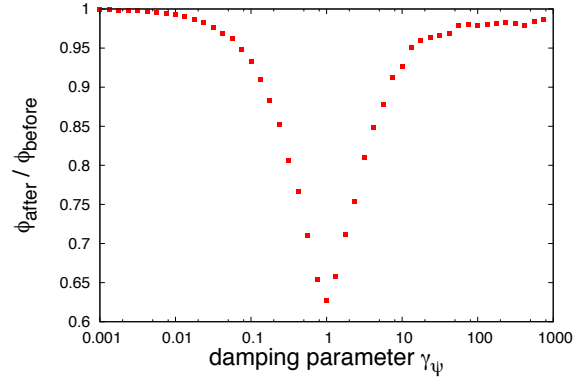
これは粒子の二体衝突過程の考察から、おおまかに理解することができる。今、系が希薄で、粒子の衝突は無相関に起こり、衝突前の粒子は速度も角度も十分に緩和していると考えられる。このとき、粒子 i, j のはねかえり係数 e (すなわち衝突前の相対速度の法線成分 $v_{ij\perp}$ と衝突後の相対速度の法線成分 $v'_{ij\perp}$ の比) の期待値は以下のように見積もることができる。

$$\langle e \rangle = \frac{1}{C} \int d\psi_{ij} \sqrt{1 - \cos \psi_{ij}} e \quad (4)$$

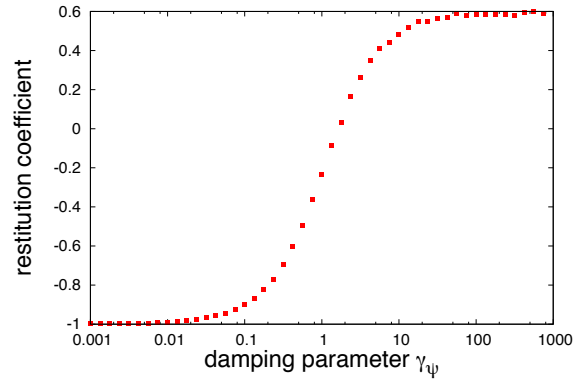
ただし C は規格化定数、 $\psi_{ij} = |\psi_i - \psi_j|$ は衝突前の 2 粒子の自己駆動方向の相対角度を表す。¹

二体衝突のシミュレーションの結果と (4) 式を用いて求めた、2 粒子の自己駆動方向の衝突前後の相対角度の比を図 3(a) に示す。また、同様に衝突前後

¹衝突前の粒子は大きさ $v^f = f_0/\gamma_v$ の終端速度に達しているため、その相対速度の大きさは余弦定理を用いて $v_{ij} = v^f \sqrt{2(1 - \cos \psi_{ij})}$ と求められる。衝突の頻度は相対速度に反比例すると考えると (4) 式が導かれる。



(a) 衝突前後の相対角度の比



(b) はねかえり係数

図 3: 方向緩和による実効的な非弾性衝突

の相対速度の比、すなわちはねかえり係数を図 3(b) に示す。

方向緩和が弱ければ、2 つの粒子の自己駆動方向は衝突前後でほとんど変化せず、はねかえり係数は負の値をとる。一方、方向緩和が強ければ 2 粒子の自己駆動方向が交換し、摩擦のない弾性球の衝突に近づく。その中間に、相対速度の法線方向成分が実効的に失われ、衝突のたびに粒子の自己駆動方向が揃う領域が存在する。

非弾性衝突をする粉体ガスについてクラスターを形成する現象が知られている [9] が、今回のモデルでも同様に、粒子が実効的な非弾性衝突を繰り返すことにより群れへと成長すると考えられる。実際、多粒子系の秩序成長が早い区間と二体衝突のはねかえり係数の絶対値が小さくなる区間はおおむね一致する。もちろん、ひとたび局所的なクラスターが形成されると多体相関の効果が無視できなくなるため、この見積もりは厳密ではなくなる。クラスターどうしの合併集合について今後考察を進める必要がある。

4 まとめと展望

本研究では目的地を持たない歩行者の自己駆動粒子モデルを提案し、その集団運動の性質について調べた。その結果、粒子が互いに衝突を繰り返すことにより、自己駆動の向きが徐々に揃い、多数の粒子が集団的に運動する群れ構造が現れること、方向緩和の強さをパラメータとして変化させると、中間的なパラメータ領域で群れの成長速度が最大となることを述べ、そのメカニズムを粒子の二体衝突過程から説明した。

従来、歩行者運動についての研究は、理論・実証とも、混雑がそれほどひどくない状況を主に扱ってきた。しかし、本稿で提案したモデルは、より群集密度の高い状況で、歩行者の挙動の有効に再現するものとなると期待される。

群集が過密状態に置かれると圧迫や転倒による事故が発生しやすいことが知られている。群集事故は世界各地で毎年数回以上発生しており [10]、死傷者をとまなうこともあるため、そのメカニズムの解明には大きな社会的な意義があると考えられる。しかし、事故がいつどこで発生するか事前に予測することは困難なので実観測データが乏しく、また、再現実験を実施することも安全上の理由から不可能である。そのため、高密度群集の挙動についてはこれまでいくつかの経験的な事実しか知られてこなかった。

Helbing et al. [11] は 2006 年にサウジアラビアで発生した群集事故の映像を解析し、高密度群集に「群集乱流」という状態が存在し、その状態が一定時間継続すると事故発生リスクが高まること、そして特に歩行者の速度ゆらぎの大きな部分で事故の契機となる激しい運動が見られることを発見した。このような性質は、social force model を改良したモデルのシミュレーションによって定性的に再現されている [12] もの、密度ゆらぎの性質などに未解決の問題が残されている。なにより、自らの意思では身動きがとれないほどの混雑の中でもあっても、低密度条件下と同じように歩行者が初期の目的地に向かって運動し続けるとは考えにくい。

そこで今後、群集事故発生時に近い、より高密度な状態のもとでのモデルのふるまいについて研究を進める予定である。特に、通路の幅が急に狭くなるボトルネック構造や、通路中に置かれた障害物などによって、群集事故が発生リスクは高まるとされている。このような系の形状の効果に焦点をあてて詳

しく調べていきたい。

参考文献

- [1] Helbing, D., Molnar, P., Phys. Rev. E **51**, 4282 (1995).
- [2] Yu, W., Chen, R., Dong, L., Dai, S., Phys. Rev. E **72**, 026112 (2005).
- [3] Chraïbi, M., Seyfried, A., Schadschneider, A., Phys. Rev. E **82**, 046111 (2010).
- [4] Moussad, M., Helbing, D., Theraulaz, G., Proc. Natl. Acad. Sci. **108**, 6884 (2011).
- [5] Johansson, A., Helbing, D., Shukla, P., Adv. Complex Syst. **10**, 271(2007).
- [6] Johansson, A., Helbing, D., Adv. Complex Syst. **11**, 497 (2008).
- [7] Schadschneider, A. et al, Evacuation dynamics: Empirical results, modeling and applications, *Encycl. Complex. Syst. Sci.* 3142 (2009).
- [8] Vicsek, T., Czirak, A., Ben-Jacob, E., Cohen, I., Shochet, O., Phys. Rev. Lett., **75** 1226 (1995).
- [9] Goldhirsch, I., Zanetti, G., Phys. Rev. Lett. **60**, 1619 (1993).
- [10] Hsieh et al., Disaster Med Public Health Preparedness **3**, 217 (2009).
- [11] Helbing, D., Johansson, A., Al-Abideen, H., Phys. Rev. E **75**, 046109 (2007).
- [12] Yu, W., Johansson, A., Phys. Rev. E **76**, 046105 (2007).