

人の待ち行列における発進波の伝播速度

○友枝 明保^{1,2}, 柳澤 大地³, 今村 卓史⁴, 西成 活裕⁴

1. 明治大学先端数理科学インスティテュート, 2. 独立行政法人科学技術振興機構 CREST,
3. 茨城大学理学部, 4. 東京大学先端科学技術研究センター

概要

自己駆動粒子の行列の緩和過程における反応の連鎖（発進波）の伝播速度はスムーズな集団行動を実現するために極めて重要である。本講演では、人の行列における初期一様密度と発進波の伝播速度の関係を数理モデルと実測実験によって検証したので報告する。初期一様密度 (ρ) と発進波の伝播速度 (a) の関係は、近似的に $a = \alpha\rho^{-\beta}$ ($\beta \neq 1$) で表されるべき則で特徴づけられることがわかり、このとき、最後尾の人の待ち時間を含めたトラベルタイムが最小となるような最適密度が存在することも明らかにした。

Propagation Speed of a Starting-wave in a Queue of Pedestrians

Akiyasu Tomoeda^{1,2}, Daichi Yanagisawa³, Takashi Imamura⁴, Katsuhiko Nishinari⁴

1. Meiji Institute for Advanced Study of Mathematical Sciences (MIMS), Meiji University,
2. CREST, Japan Science and Technology Agency,
3. College of Science, Ibaraki University,
4. Research Center for Advanced Science and Technology, The University of Tokyo

Abstract

The propagation speed of *starting-wave*, which is a wave of people's successive reaction in a relaxation process of a queue, has an essential role for pedestrians and vehicles to achieve a smooth movement. In this contribution, we have investigated the fundamental relation between the propagation speed of starting-wave (a) and the initial density (ρ) by both our mathematical model built on the stochastic cellular automaton and experimental measurements. Analysis of our mathematical model implies that the relation is characterized by power law $a = \alpha\rho^{-\beta}$ ($\beta \neq 1$), and the experimental results verify this feature. Moreover, when the starting-wave is characterized by power law ($\beta > 1$), we have revealed the existence of optimal density, where the travel time of the last pedestrian in a queue, which includes the waiting time, is minimized.

1 はじめに

近年、交通流や群衆運動など、様々な自己駆動粒子 (Self-Driven Particle, SDP) の集団運動に関する研究が行われている [1, 2]。特に、交通流現象に見られる自然渋滞の形成メカニズムは OV モデル [3] をはじめとした数理モデルと実証実験 [4] によって明らかにされた。自然渋滞の本質は、速度擾乱が増幅する流れの不安定性にあり、この不安定性はドラ

イバーの反応遅れ時間に依存して変化することが知られている。このことから、もし車両性能も含めてドライバーが極めて敏感に反応できるとすると、前方の車両の挙動に即座に合わせるができるため、速度擾乱の増幅が抑えられ、渋滞は形成されないと考えられる。これは、人に関しても同様で、群衆のスムーズな移動を実現するためには、人の歩行における反応遅れ時間を小さくすれば良いと考えられる。そこで、本講演では、スムーズな群衆運動を実現す

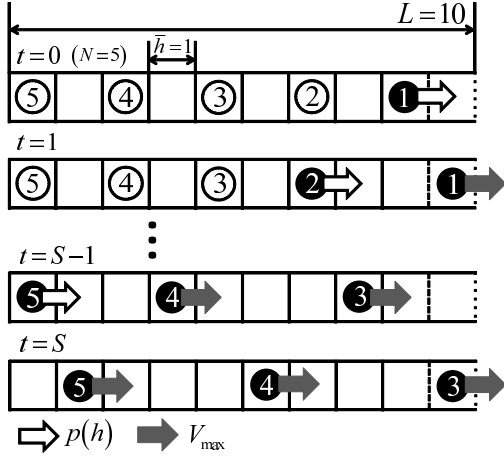


図 1: Schematic view of time development of our mathematical model for the parameters $(N, L, \bar{h}) = (5, 10, 1)$ in the case of $V_{\max} = 2$. Each number indicates the label of particles. Only black particles can move forward with $p(h)$ (white arrow) or V_{\max} (gray arrow). The dotted line at the right boundary corresponds to the open boundary condition, that is, particles leave from the system via the right boundary. The dashed line next to the dotted line indicates the start line, that is, the propagation speed of starting wave is calculated by the length from this start line to the left boundary.

るため、人の行列における緩和過程に注目し、反応の連鎖（発進波）の伝播速度が示す特徴、及び、待ち時間も含めたトラベルタイムが最小となるような最適密度の存在について報告する。

2 セルオートマトンモデル

人が行列から動き出すダイナミクスを一次元セルオートマトンを用いてモデル化する。まず、歩行路を L セルに区切り、それぞれのセルには各時刻で 1 粒子だけしか入れないものとする。各セルの長さは、人の排除体積効果を考慮して 0.5 (m) とする。 N ($2 \leq N \leq L$) は総粒子数を表し、初期配置を一様間隔 \bar{h} セルとする。このとき、パラメーター (N, L, \bar{h}) は次の条件を満たす。

$$\bar{h} = \frac{L}{N} - 1. \quad (1)$$

また、粒子が動き始める緩和過程を見るために、境界条件として右境界にのみ開放境界条件を課す (図 1)。時間発展のルールは、本論文では、発進波が伝わり動く資格を持った全ての粒子 (図 1 の黒丸に白

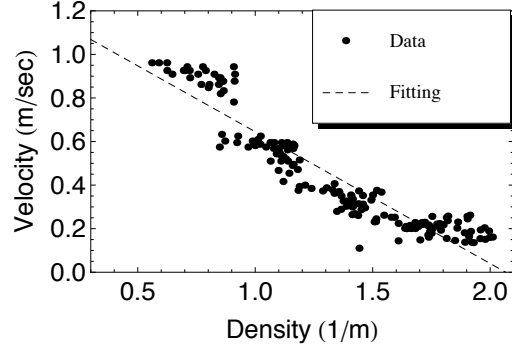


図 2: The linear-type relation between walking velocity (V) and density (ρ) from the experimental data [5].

字の粒子) に対してパラレルアップデートを採用し、以下の手順でアップデートする。

時刻 $t = 0$ において、列の先頭の粒子 (粒子 1) は確率 $p(\infty) = 1$ で前方へ進むものとする。行列の緩和過程に焦点を当てているので、このとき先頭以外の粒子は前方に空きセルがあっても前進しないものとする。次に、時刻 $t = 1$ においては、先頭に続く次の粒子 (粒子 2) が前方粒子までの距離 h に依存する前進確率 $p(h)$ で前方に進む。この前進確率 $p(h)$ の定義は後述する。図 1 の場合、 $t = 1$ のときの粒子 2 の前進確率は $p(2)$ となる。さらに、ここでは、マラソンのスタート時といった歩行速度の速い場合を想定し、一度確率 $p(h)$ で動いた粒子はその後 V_{\max} の速度で必ず前方へ進むものとする。つまり、一度動いた粒子 1 は $t = 1$ 以降で V_{\max} で進むものとする。粒子 2 が前方へ進んだ後、後方の粒子 (粒子 3 以降) は同様に順番に動き始める。最終的に、時刻 $t = S - 1$ において、最後の粒子 (図 1 では粒子 5) が前に進むとする。以上、数理モデルの時間発展をまとめると、それぞれの粒子は、前方が空いていて、かつ、前の粒子が進んだ後であれば、第一歩目は確率 $p(h)$ で前進し、二歩目以降は V_{\max} で前方へ進む時間発展を行う数理モデルとなっている。

前進確率 $p(h)$ は交通流モデルのアナロジーを用いて人の歩行基本図の近似関数から定義する。図 2 のような周期系の歩行実験データ [5] に対して、第一次近似として、歩行者間距離と速度の関係を次のような関数形で近似する [6].

$$V(\rho) = V_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m} \right), \quad (2)$$

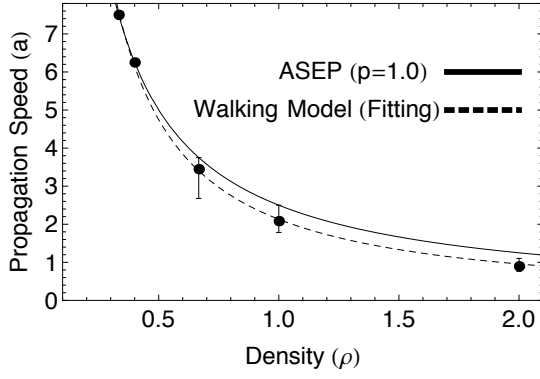


図3: The simulation results (dots) and fitting relation (dashed curve or dashed line) between propagation speed of starting-wave and the density by our mathematical model.

ここで、 V_0 や ρ_m はそれぞれ粒子が極めて少ない時の走行速度、完全に止まってしまう密度を意味する定数である。 $\rho = 1/(\Delta h + h)$ とし、あるパラメータ μ に対し、 $p(\mu)$ で正規化することで $h \geq \mu$ なら $p(h) = 1$ と前進確率を定義する。すなわち、

$$p(h) = \begin{cases} \frac{\mu + \Delta h}{h + \Delta h} \cdot \frac{\rho_m(h + \Delta h) - 1}{\rho_m(\mu + \Delta h) - 1} & (h \leq \mu), \\ 1 & (h > \mu). \end{cases} \quad (3)$$

と定義される。ここで、 $\Delta h = 1/\rho_m$ は排除体積を表す。

3 シミュレーション結果

図2のフィッティングより、1 step ~ 0.4 seconds, 1 cell ~ 0.5 meters とおく。すると、発進波の伝播速度 a は次のように求められる。

$$a = \frac{0.5(L - 1)}{0.4S}, \quad (4)$$

ここで、 S は最後尾の粒子が動くまでに経過した総時間ステップである。各初期密度に対して、発進波の速度を計算した結果が図3のデータ点である。各点は100回の数値計算の平均を取っており、エラーバーは、それぞれのデータの最大値と最小値を結んでいる。ここで、発進波の速度 (a) と密度 (ρ) の関係を α, β を定数パラメータとして次のように仮定する。

$$a(\rho) = \alpha \rho^{-\beta} \quad (5)$$

(5) の仮定のもとで、得られたデータ点を近似すると、図3の破線が得られ、発進波の初期一様密度依存

性はべき関数で特徴づけられることが明らかになった ($\alpha = 2.13, \beta = 1.16$)。特に、 $ASEP(p(h) = 1)$ の場合はべき指数 $\beta = 1$ (車間距離に対して線形) であるが、発進波の伝播速度は車間距離に対して非線形性を示すことがわかる。

4 最適密度の存在

この非線形性を考慮し、次のような問題を考える。マラソンのスタート時のように、長い行列がある場合にどのような密度で並ぶと最後尾の人が最も早くスタートできるのだろうか? もし、行列が短ければ、発進波の伝播速度は遅いが最後尾の人のスタートラインまでの移動にかかる時間は短くて済む。一方、行列が長ければ、発進波は早く伝わるが、移動時間が長くなる。果たして待ち時間も含めてトラベルタイムが最小となる最適な密度が存在するのだろうか?

そこで、行列の先頭がスタートし、行列の最後尾が行列の先頭位置を通過するまでに経過した時間 T を求める。これは簡単に計算でき、ある初期密度 ρ_0 に対して、

$$T(\rho_0) = \frac{L}{a(\rho_0)} + \frac{L}{V_{\max}}. \quad (6)$$

と計算される。この関係から、 T を最小とする意味で最適な初期密度が存在する条件が求まり、 $\beta > 1$ かつ N 一定条件のもとで

$$\rho_0^\beta = \frac{\alpha}{V_{\max}(\beta - 1)}. \quad (7)$$

と表される。 T を最小にする最適な密度は、この関係式を満たす ρ_0 の場合であり、シミュレーションより $\beta > 1$ であるため、最適密度が存在することがわかる。

5 実験

数理モデルによって得られた結果を実際の実験によって検証する。まず、0.5(m) ごとにマーカーを配置した歩行路を設け、様々な密度で一列に並んでもらう。その一例を図4に示す。スタートの合図で先頭から順番に歩き始めてもらい、最後尾の人が歩き始めるまでの時間、及び、最後尾の人が行列の先頭を通過するまでの時間を測定した。

最後尾の人が歩き始めるまでの時間と行列の長さから、発進波の速度が計算される。その結果を密度に対してプロットしたものが、図5である。数値シ

シミュレーションのときと同じように、べき関数で近似すると、 $(\alpha, \beta) = (2.90, 1.36)$ となり、数理モデルと同様、発進波の伝播速度の密度依存性は、べき関数 ($\beta \neq 1$) で特徴づけられ非線形性を示すことが確認された。

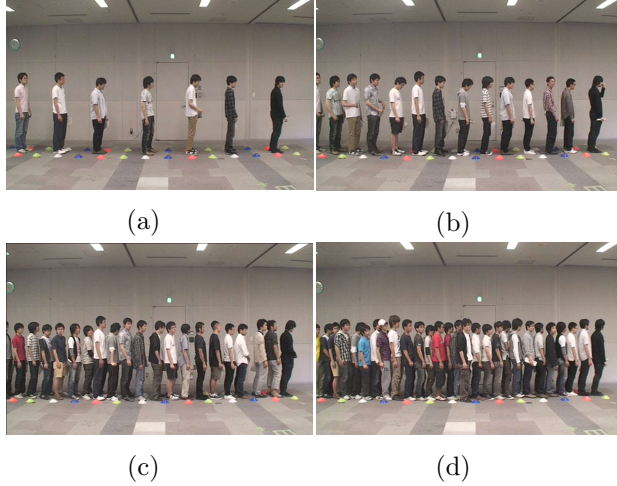


図 4: A part of snapshots of the several initial densities in a queue; (a) $\rho = 1.0$, (b) $\rho = 2.0$, (c) $\rho = 3.0$, and (d) $\rho = 4.0$.

さらに、前節で示した最適密度が存在するかどうかについても実験を行った。図 6 が走ってもらったときの総経過時間を各初期一様密度 ($\rho = 1.0, 2.0, 3.0, 4.0$) に対してプロットしたものである。この結果から、経過時間が最小となる最適密度として、この 4 パターンの密度の場合では、 $\rho = 3.0$ に最適密度が存在することが観測された。

6 結論

本稿では、渋滞の解消・群衆のスムーズな動きの実現のために、人の動き出す緩和過程における反応の伝播速度（発進波の速度）について数理モデルを用いて特徴を明らかにし、実験によって検証した。

確率セルオートマトンを用いた数理モデルから、初期一様密度と発進波の速度には、べき関数 $a = \alpha\rho^{-\beta}$ ($\beta \neq 1$) で特徴づけられることがわかった。さらに、 $\beta > 1$ という条件を満たせば、行列最後尾の人に対して、発進波の伝播時間も含めたトラベルタイムが最小となる最適な密度が存在することを数理モデルの解析から明らかにし、実験によっても最適な密度の存在が確認された。

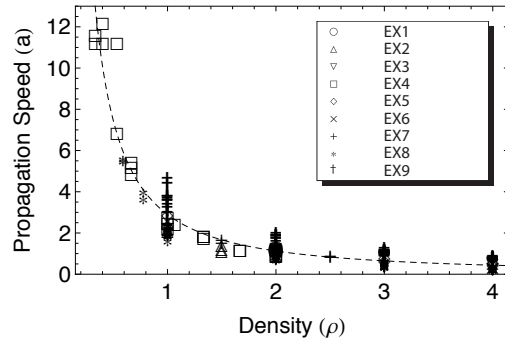


図 5: The experimental results and fitting relation (dashed curve or dashed line) between propagation speed of starting-wave and the density.

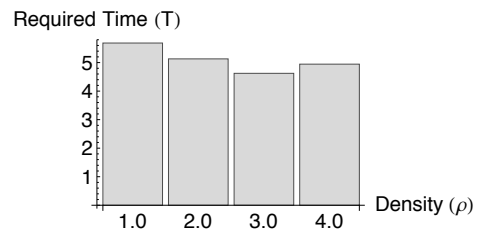


図 6: The required time for each initial density from experiments.

謝辞: 本研究の実験に関して、構造計画研究所 (株) 及び、明治大学グローバル COE のメンバーに協力していただいた。ここに感謝を表する。

参考文献

- [1] D. Chowdhury, et al., Phys. Rep. **329**, 199 (2000).
- [2] D. Helbing, Rev. Mod. Phys. **73**, 1067 (2001).
- [3] M. Bando, et al., Phys. Rev. E **51**, 1035 (1995).
- [4] Y. Sugiyama, et al., New J. Phys. **10** 033001 (2008).
- [5] A. Seyfried, et al., J. Stat. Mech., 10002 (2005).
- [6] B. D. Greenshields, in *Proceedings of the Highway Research Board*, Washington, D. C., **14**, 448 (1935).