避難時に生じるアーチ状定常解解析

増井 翼 [1], 友枝 明保 [2,3], 岩本 真裕子 [4], 上山 大信 [1,2,4]

[1] 明治大学大学院理工学研究科
[2] 明治大学先端数理科学インスティテュート
[3] JST CREST
[4] 明治大学大学院先端数理科学研究科

概要

本論文では，Helbing 等によって提唱された Social Force モデル [D. Helbing, P. Molnar, Social force model for pedestrian dynamics, Phys. Rev. E 51 (1995) 4282] におけるアーチ状定常解に関する研究を報告する．Social Force モデルはパニック状態にある群衆の動きを記述する常微分方程式系モデルである．モデルのシミュレーションでは，出口付近にアーチ状の構造が間欠的に出現し，歩行者の流れを塞き止める様子が観察される．このような複雑な動的振る舞いを理解するために，単純化されたシステムを用いてアーチ状定常解の解析を行う．

Analysys of Arch-shaped Equilibrium Solutions in Escape Panic

Tsubasa Masui[1], Akiyasu Tomoeda[2,3], Mayuko Iwamoto[4], and Daishin Ueyama[1,2,4]

[1] Graduate school of science and technology, Meiji University
[2] MIMS, Meiji University
[3] JST CREST
[4] Graduate school of advanced mathematical sciences, Meiji University

Abstract

In the present paper, we investigate arch-shaped equilibrium solutions in the social force model proposed by Helbing et al.[D. Helbing, P. Molnar, Social force model for pedestrian dynamics, Phys. Rev. E 51 (1995) 4282]. The social force model is the system of the ordinary differential equations, which describe the motion of the people under a panic situation. In the simulation of social force model, we observe the intermittent appearance of the arch-shaped structure (i.e. the blocking clusters) around the exit, which block up the flow of pedestrians. To understand such a dynamic behavior, we study arch-shaped equilibrium solutions around the exit under the simplest configuration.

1 はじめに

近年，群衆行動を記述する数理モデルが数多く提案され，実験のみならず数理科学からの研究が数多くなされている [1, 2]．その代表例として，人が一斉に避難する時に生じる群衆運動がある．例えば，ある部屋で火災や有毒ガスが発生したとしよう．その場にいる群衆はパニック状態になり，一斉に出口へと殺到する．しかし，群衆が一斉に部屋の出口に集中することで出口が塞がり，結果的に逃げ遅れてしまう場合がある [3]．これは群衆が出口に殺到しなければ免れることではあるが，実際にはパニック状態に陥ってしまうため，避けることは困難である．逃げ遅れの理由は出口付近の塞がり現象であり，その発

生を防ぐことは防災の観点から特に重要である．本論文では，コンピュータシミュレーションを用いて，避難時に出口付近で生じる詰まり現象（群衆渋滞）の発生メカニズムの解明に向けた試みを報告する．

2　Social Force モデルの避難シミュレーションとアーチ現象

本論文における避難シミュレーションでは，(1) で記述される Social Force モデル（SF モデル）[4, 5] を用いる（$\mathbf{v}_i(t)$：速度，m：粒子の質量，v_i^0：願望速さ，$\mathbf{e}_i^0(t)$：願望方向，τ：時定数，$\mathbf{f}_{ij}$：他の粒子からの作用力，$\mathbf{f}_{iW}$：壁からの作用力）．

$$m\frac{d\mathbf{v}_i(t)}{dt}=m\frac{v_i^0\mathbf{e}_i^0(t)-\mathbf{v}_i(t)}{\tau}+\sum_{j(\neq i)}\mathbf{f}_{ij}+\sum_{W}\mathbf{f}_{iW}. \quad (1)$$

SF モデルは自己駆動力，他の粒子からの作用力，壁からの作用力により構成される．[5] では SF モデルを用いた避難シミュレーションを行い，全粒子が速い速度（5.0 m/s）で脱出するよりも全粒子が比較的遅い速度（1.5 m/s）で脱出した方が退出完了時間が短くなるという非自明的な結果が報告されている．これは出口付近で見られるアーチ状の構造の出現（以下，アーチ現象と呼ぶ）が原因の一つであると言われている [6, 7]．

図 1 は SF モデルによる避難シミュレーションのある時刻におけるスナップショットであるが，この時全体はほぼ静止状態となっている．出口付近には少数の粒子がアーチ状に並び，粒子の流れを塞き止めている．本稿ではアーチ現象に見られる疑似静止状態を定常状態と仮定することで，解析を行う．

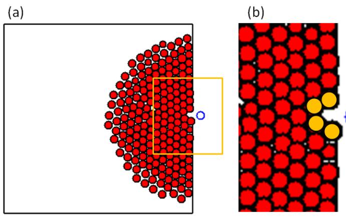

図 1: (a)：SF モデルによる避難シミュレーションのある時刻におけるスナップショット（粒子数 200，願望速さ 5.0 m/s）．(b)：出口付近の拡大図．出口付近に 4 粒子がアーチ状に並んでいる様子が見られる．

3　定常解解析

前節で述べたとおり，アーチ現象によって全体がほぼ静止状態となっているため，その状態を定常状態と仮定し解析を試みる．しかし，全粒子からなるシステムの定常解を求めるためには大規模な連立方程式を考える必要があり，解くことが困難である．そこで我々はアーチ状の構造を形成している少数粒子（以降，アーチ構造を構成する粒子を「アーチ粒子」と呼ぶ）のみに注目し，その定常解を求める．またシミュレーションでは，アーチ状の構造は粒子数 3 または 4 のアーチ粒子からなるものが多く，ほぼ対称な形をしていることから，ここではまず 4 粒子の対称なアーチ状の構造について考える．アーチ粒子以外の粒子からの作用力を $\mathbf{g}_i$（粒子外力）とし，以下の方程式の解を求める．

$$m\frac{v_i^0\mathbf{e}_i^0}{\tau}+\sum_{j(\neq i)}\mathbf{f}_{ij}+\sum_{W}\mathbf{f}_{iW}+\mathbf{g}_i=\mathbf{0},\ i,j=1,2,3,4. \quad (2)$$

例えば 200 粒子からなるシステムの定常解を考える場合，400 連立方程式の解をニュートン法を用いて求めることになるが，ここでは粒子外力 $\mathbf{g}_i$ を，アーチに一定方向，一定の大きさでかかる力として近似することにより，4 粒子のシステムに簡略化する．粒子外力の大きさ $||\mathbf{g}_i||$ の近似関数として次の関数を用いる．

$$(||\mathbf{g}_i||=)\ F(M)=800\left(\frac{\sqrt{2M}}{2}-1\right). \quad (3)$$

この関数は部屋にある総粒子数 M を変数としたものである．図 2 は，(3) を決定するために用いたシミュレーションの結果と，フィッティング関数としての (3) を示したものである．さらに粒子外力は各

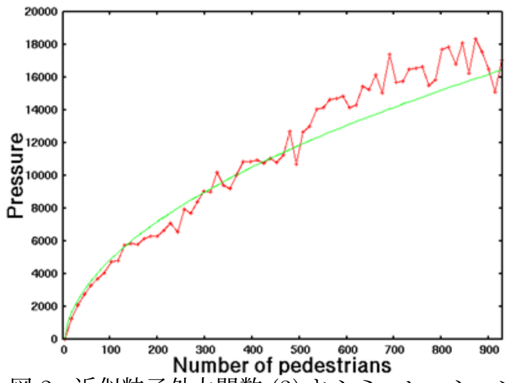

図 2: 近似粒子外力関数 (3) とシミュレーションで得られたアーチ粒子に加わる粒子外力値の比較（緑曲線：近似粒子外力関数，赤曲線：粒子外力値．横軸：部屋に居る総粒子数，縦軸：各アーチ粒子に対する粒子外力の大きさ）．

粒子の願望方向（出口の中心方向）を向いていると

仮定し，粒子外力 $\mathbf{g}_i$ を以下のように与える（図 3）．

$$\mathbf{g}_i = F(M)\mathbf{e}_i^0. \tag{4}$$

以上を用いて，$M = 200$ における (2) の定常解を，ニュートン法を用いて求めた（図 4）．

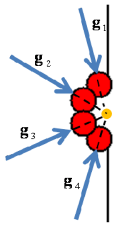

図 3: 粒子外力 $\mathbf{g}_i$ の方向．各アーチ粒子に対する粒子外力の大きさは全て同じであり，方向は各粒子の願望方向（出口の中心方向）と仮定する．

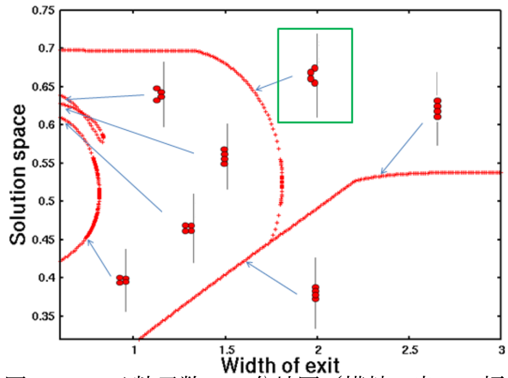

図 4: アーチ粒子数 4 の分岐図（横軸：出口の幅，縦軸：解空間）．

図 4 から，様々な形のアーチ状定常解が存在する事が分かる．その中で，避難シミュレーションで見られるアーチ状の構造に最も近いものは図中の緑枠で囲まれた解であり，この解が 200 粒子の避難シミュレーションにおいて他の粒子を塞き止めるかを以下のように検証する．まず，4 粒子を図 4 の緑枠で囲まれたアーチ状定常解と同じ位置に固定する．次に，残りの 196 粒子をアーチ粒子の後方から出口に向かって避難させる．アーチ粒子が固定されているため，十分時間が経過すると全粒子は静止状態に至る．その後，アーチ粒子の固定を外すことによって，簡単化されたシステムの定常解が，200 粒子からなるシステムの定常解の近似となっているかを確かめた．その結果，アーチ粒子が形成する構造がすぐに崩れてしまい，200 粒子からなるシステムの定常解とは言えない事がわかった．次章において，塞き止め解を求める他の方法を提案する．

4　ハイブリッド法

前節で我々は強い仮定のもと簡略化されたシステムにおいて定常解を得る事が出来たが，200 粒子からなるシステムの定常解ではなかった．200 粒子のシステムを考えるため，図 5 に示すフルシステムの時間発展シミュレーションと，少数粒子に対するニュートン法を組み合わせた新たな手法（ハイブリッド法）を提案し，定常解を求める．

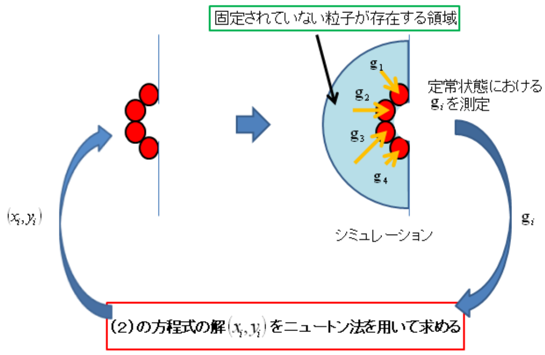

図 5: ハイブリッド法概略図．

この手法では，まず出口付近に適当にアーチ粒子を固定し，時間発展シミュレーションを行う．アーチ粒子以外は自由に運動でき，アーチ粒子によって塞き止められるため，十分時間が経過すると力の釣合いによる定常状態となる．このときアーチ粒子それぞれに加わっている粒子外力を測定する．測定した粒子外力を (2) の $\mathbf{g}_i$ とし，ニュートン法によって定常解を求める．次に，得られた定常解にしたがってアーチ粒子を改めて配置，固定し，時間発展シミュレーションを行い，定常状態における粒子外力を求める．以上の手順を反復して行い，(5) において $erc < 7.0 \times 10^{-4}$ を満たした場合に収束したと判定する（$N(=4)$：アーチ粒子数，x_i^n, y_i^n：反復回数 n 回目におけるアーチ粒子の定常解）．

$$erc = \sum_{i=1}^{N} \frac{|x_i^n - x_i^{n-1}| + |y_i^n - y_i^{n-1}|}{2N}. \tag{5}$$

この方法を用いると，初期位置[1]が適切であれば収束値を得ることができ，その配置はアーチ状をしている．また，初期位置によっては収束しない場合もあった．実際この収束条件では，100 種の相異なる初期位置を用いてハイブリッド法を行うと，そのう

[1] 初期位置にはアーチ粒子の初期位置およびそれ以外の粒子の初期位置の 2 種類ある．ここでは，前者を固定し，後者を変化させ収束値の初期位置依存性を見る．

ち 45 種の初期位置について収束値が得られた．図 6 はそれぞれ，異なる初期位置より得られたアーチ状の収束値の例である．これらの収束値を用いて，避難シミュレーションを行うと，(a) の収束値は 100 s 以上の間，他の粒子を塞き止めたが，(b) の収束値は 10 s 程でアーチ状構造が崩れた（図 7）．次に $erc < 10^{-5}$ と収束条件を強めると，19 種の初期位置に対して収束し，(a)，(b) と同様な形をした収束値を得た．また，この場合の収束値はともに 100 s 以上の間，他の粒子を塞き止めた．

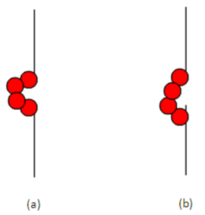

図 6: ハイブリッド法で得た収束値の例（(a)，(b) は初期位置が異なる）.

5　まとめと今後の展望

我々は出口付近で見られるアーチ状の構造がアーチ現象を引き起こす主な原因であると考え，SF モデルの定常解を求める事を試みた．強い仮定を与える事によって分岐図を得る事に成功したが，残念ながら 200 粒子からなるシステムの定常解の近似とは言えなかった．次にハイブリッド法を提案し，200 粒子からなるシステムの準定常解を求めることに成功した．それらは初期位置依存性を持つが，得られた構造は，それぞれシミュレーションによって 200 粒子からなるシステムの定常状態となっている事が確かめられた．しかしながら，その安定性等の議論は現在研究中である．今後はハイブリッド法を用いてアーチ粒子数が 4 以外の準定常解も求め，シミュレーションに見られる動的振る舞いとの関係を考察する．これによってスムースな退出が実現出来る部屋構造の提案に繋げたい．

参考文献

[1] D. Helbing, Traffic and related self-driven many-particle systems, Rev. Mod. Phys. 73 (2001) 1067.

[2] M. Schreckenberg, S. D. Sharma, Pedestrian and Evacuation Dynamics, Springer, Berlin (2002).

[3] R. A. Smith, J. E. Dickie, Engineering for Crowd Safety, Elsevier, Amsterdam (1993).

[4] D. Helbing, P. Molnar, Social force model for pedestrian dynamics, Phys. Rev. E 51 (1995) 4282.

[5] D. Helbing, I. Farkas, T. Vicsek, Simulating Dynamical Features of Escape Panic, Nature 407 (2000) 487.

[6] D. R. Parisi, C. O. Dorso, Microscopic dynamics of pedestrian evacuation, Physica A 354 (2005) 606-618.

[7] D. R. Parisi, C. O. Dorso, Morphological and dynamical aspects of the room evacuation process, Physica A 385 (2007) 343-355.

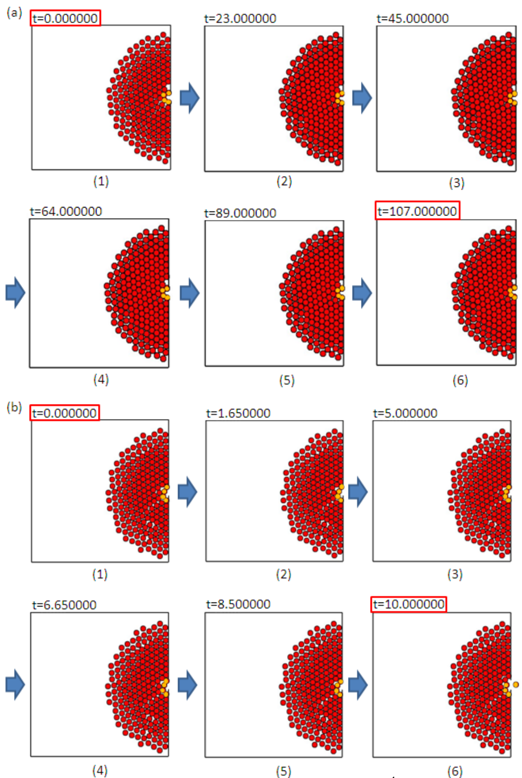

図 7: (5) において $erc < 7.0 \times 10^{-4}$ を満たす初期位置を用いた避難シミュレーション（黄色の粒子：収束値．(a) は 100 s 以上他の粒子を塞き止める事に成功したが，(b) は約 10 s 程で崩れた）.