

近接次数に依存した相互作用をもつ群れモデルのシミュレーション

佐光政人, 湯川諭

大阪大学大学院 理学研究科 宇宙地球科学専攻

概要

距離に依存する相互作用を持つ群れモデルをもとに、近接次数にも依存する相互作用を行う群れモデルを構成した。ルールベースの離散時間モデルと運動方程式による連続時間モデルの両方のシミュレーションの結果、ルールベースのモデルでは群れの異方性を再現することができた。運動方程式のモデルでは観測とは少し異なる性質を持った群れの異方性が現れた。

Simulation of flocking model with interaction depends on topological distance

Masato Sako, Satoshi Yukawa

Department of Earth and Space Science, Graduate School of Science, Osaka University

Abstract

We construct a flocking model with metric and topological interactions based on the model with metric interaction only. From simulations for a rule-based model in discrete-time and a model based on an equation of motion, the rule-based model reproduces the anisotropy in the flock structures. The model based on the equation of motion produces a little different anisotropy from the observation.

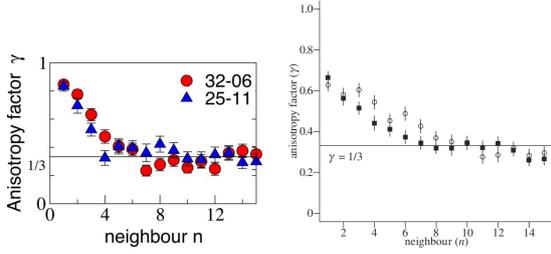
1 はじめに

自然界では多くの生物が群れを作り、まるで一つの意志を持った生命体のような振る舞いを見せる。この現象は人々の心を惹きつけ、これまでに多くの群れに対する研究が行われている [1]。特に興味深い振る舞いを見せるのは、大型の鳥や魚に捕食される危険性のある小型の鳥や魚の作る群れである。この捕食を避けるためにつくる群れは、密度が高く非常に境界面がはっきりとした群れになり、さらに外部から捕食者が近づいてきた場合、驚くべき速さで群れの進行方向を変化させたり、群れの形を変化させるといった回避行動を取る。

群れを再現するシミュレーションを行う際にモデルが満たすべき条件の一つに、「群れの異方性 [2]」の

再現がある。群れの異方性とは、群れの内部のある個体に注目した時、近傍個体が進行方向に存在しにくいというものである。またその異方性は、異なるサイズを持つ群れに対しても同様に 6~7 個体ほど離れるとなくなるという性質を持っている (図 1(a))。この性質は、群れの異方性の相関が群れの長さスケールに依存せず、 $n = 6 \sim 7$ といった定数で切れていることを意味することから、群れの相互作用は距離的にのみ依存するのではなく、近接次数にも強く依存するという事が言える。

この群れの異方性は、既に距離のみに依存するルールベースのモデルで再現されている (図 1(b))。しかし、そのモデルには群れの個体数を変化させても群れの大きさは一定の値しかとることが出来ないという問題点がある。本研究ではその問題点を解決する



(a) 観測された異方性 [2] (b) 再現された異方性 [3]

図 1: neighbour n は注目している個体から見て、第 n 近接の個体を意味する。以降 n は近接次数と呼ぶ。異方性 γ_n は、第 n 近接個体が進行方向に存在しにくければ 1 に近い値を取り、存在しやすければ 0 に近い値をとる。また群れ内部に異方性が無ければ $1/3$ になる [2]。

ため、相互作用に近接次数に依存したルールを取り入れ、既存のモデルと比較を行う。さらに、ルールベースのモデルから運動方程式の形で記述されるモデルへ変更することも目指す。

2 ルールベースの群れモデル

群れを構成する個体 i は位置 \mathbf{x}_i と速度 \mathbf{v}_i を持ち、相互作用をする個体 j との距離によって引力・斥力・整列の 3 つの相互作用を選ぶ [3]。その相互作用を元に個体 i は次に進みたい方向 $\mathbf{n}_i^{\text{desired}}$ を決定する。 $\mathbf{n}_i^{\text{desired}}$ は、 $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$, $r_{ij} = |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|$ として、

$$\mathbf{n}_i^{\text{desired}} = \begin{cases} -\frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} & (r_{ij} < r_R) \text{ 斥力} \\ \frac{\mathbf{v}_j}{|\mathbf{v}_j|} & (r_R < r_{ij} < r_O) \text{ 整列} \\ \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} & (r_O < r_{ij} < r_A) \text{ 引力} \end{cases} \quad (1)$$

の様に決める。

2.1 距離にのみ依存するルール

このモデルでは、1 ステップ (Δt) の間に次のような試行を行う。

1. 全個体 N の中から等確率で 1 個体 i を選ぶ。
2. 選んだ個体 i の視野内部 ($r_{ij} < r_A$) にいる個体の中から距離分の 1 に比例する確率 p_j で相互作用相手 j を選ぶ。
3. $\mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{v}_j$ を用いて、 $\mathbf{n}_i^{\text{desired}}$ を決める。
4. 現在の速度方向 $\frac{\mathbf{v}_i}{|\mathbf{v}_i|}$ を $\mathbf{n}_i^{\text{desired}}$ 方向に角度 $\beta \Delta t$ だけ回転させたものを $\mathbf{n}_i^{\text{next}}$ 。2 つのベクトルのなす角が $\beta \Delta t$ 以下なら $\mathbf{n}_i^{\text{next}} = \mathbf{n}_i^{\text{desired}}$ とする。

5. $\mathbf{n}_i^{\text{next}}$ によって、 \mathbf{x}_i と \mathbf{v}_i を更新する。

$$\mathbf{v}_i^{\text{next}} = V \mathbf{n}_i^{\text{next}} \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_i^{\text{next}} = \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i^{\text{next}} \Delta t \quad (3)$$

飛ぶ速さ V は、引力の相互作用をした時は $2V_O$ とし、それ以外の相互作用では V_O とする。

6. 1 ~ 5 の手順を個体数 N 回反繰り返したら、時間を Δt 進める。

2.2 距離にのみ依存するルールでの結果

距離のみのルールの場合、図 1(b) の様にうまく異方性が再現できている。しかし、先行研究で固定されていた群れの個体数 N を変化させた所、群れのサイズは構成する個体数に依存せず、一定のサイズをとるということが分かった。群れの個体数が増えるにつれ群れの密度は高まっていく性質は極めて不自然なように思える。そこで密度変化を抑えるため、相互作用のカットオフを近接次数 R に依存したルールに変更する。

2.3 距離+近接次数のルール

相互作用相手を決定する確率を近接次数に依存した

$$p_n \propto -A \times n + B \quad (4)$$

とする。ただし $p_n = 0 (n > R)$ 。ここで定数 A, B は、相互作用する最大近接次数 R と規格化によって決まる。このルールでは、半径 r_O の内に R 以上の個体数が入れば引力が働く可能性がなくなるため、個体数の変化に依存せず密度が一定になることが期待できる。また周期境界条件を科し、位置・速度の更新方法は各個体が Δt 毎に更新するようにした。位置・速度の更新方法は、アシンクロ更新、シンクロ更新の両方で同様の異方性が出現することが距離のみのルールにおいて確かめられたことから、以降ではシンクロ更新のみを行う。また、速度方向の変化量に β という上限を定めたように、速さの変化量にも α という上限を定め、 $|V - |\mathbf{v}_i||$ が $\alpha \Delta t$ より大きい場合は速さ V を現在の速さから V_O または $2V_O$ に $\alpha \Delta t$ だけ近づけた速さに、小さい場合は今まで通り V は V_O か $2V_O$ とする。

2.4 距離+近接次数のルールでの結果

$N = 1000$, 周期境界の箱のサイズ $L = 100, R = 10$, 分離半径 $r_R = 1$, 整列半径 $r_O = 10$, 分離半径 $r_A = 100$, 整列の時の速さ $v_O = 8$, 引力・斥力の

時の速さ $2v_O = 16, \alpha = v_O, \beta = 100^\circ$, 緩和時間 $T_R = 5000$ というパラメータでシミュレーションを行ったところ、図2の様な観測された異方性と同様の異方性が見られた。ただし引力の相互作用をし難くなったため、1回の試行では初期状態の情報をうまく消すことが出来なかったので、独立な群れを300作りその平均を取っている。

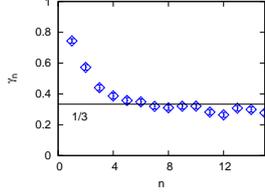


図2: $R = 10$ でカットオフした場合の異方性

さらに N, r_o, v_o, α の4つのパラメータを一つずつ変え、異なるサイズの群れ(最近接個体までの平均距離 r_1 が1.3~2.4程度で15個の群れ)を作った。その異なるサイズの群れに対して、異方性の相関はほぼ一定の近接次数で切れていた。切れる近接次数の平均は $n_c = 6.0 \pm 0.3$ となり、観測の $n_c = 6.5 \pm 0.9$ に近い値を取った。観測と同様の異方性の性質が再現できた。

3 MEモデル

今までのモデルは離散時間のモデルであるが、現実の群れは連続時間で運動している。そこで運動方程式ベースの群れモデルの Motile Element (ME) モデル [4] を3次元に拡張し、その内部の異方性について調べる。MEモデルでは、群れを構成する個体 i は位置 \mathbf{x}_i と速度 \mathbf{v}_i の他に内部自由度として頭軸方向 \mathbf{n}_i を持つ。周囲の個体とポテンシャルによって引力・斥力の相互作用をし、整列効果によって頭軸方向を揃えようとする。

3.1 距離にのみ依存する ME モデル

3次元の ME モデルは次のようになる。

$$m \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -\gamma \mathbf{v}_i + a \mathbf{n}_i + \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} \mathbf{f}_{ij} \quad (5)$$

$$\tau \frac{d\vec{\theta}_i}{dt} = \frac{\mathbf{v}_i}{|\mathbf{v}_i|} - \mathbf{n}_i + \sum_{j \neq i} \alpha_{ij} \mathbf{J}_{ij} \quad (6)$$

$$\frac{d\mathbf{n}_i}{dt} = \mathcal{P} \left(\frac{d\vec{\theta}_i}{dt} \right) \quad (7)$$

$\vec{\theta}_i$ は個体 i の速度方向 $\frac{\mathbf{v}_i}{|\mathbf{v}_i|}$ と頭軸方向 \mathbf{n}_i の差分ベクトルを表し、 \mathcal{P} は \mathbf{n}_i の大きさを1にするような変化への射影を表す。

相互作用は次の様に表される。

$$\mathbf{f}_{ij} = -c \left\{ \left(\frac{r_{ij}}{r_c} \right)^{-3} - \left(\frac{r_{ij}}{r_c} \right)^{-2} \right\} \left(\frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_c} \right) \quad (8)$$

$$\mathbf{J}_{ij} = k \left(\frac{r_{ij}}{r_c} \right)^{-1} (\mathbf{n}_j - \mathbf{n}_i) \quad (9)$$

\mathbf{f}_{ij} の第1項は斥力、第2項は引力を表す。 r_c は引力と斥力に対する安定距離である。整列効果 \mathbf{J}_{ij} は距離分の1で重み付けされる。式の a は自己駆動力の強さを、式の c は引力斥力の強さを、式の k は整列効果の強さを表す。

また相互作用は異方性により重み付け α_{ij} される。

$$\alpha_{ij} = 1 + d \frac{\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} \quad (10)$$

3.2 距離+近接次数の ME モデル

MEモデルに近接次数に依存した相互作用を導入する。第 n 近接個体に対する相互作用の重みを $P_n = 1 - \frac{n-1}{R}$ で付け、 $n > R$ で $P_n = 0$ となるようにする。また、第 n 近接個体の安定距離 r_{cn} を n に依存した形 $r_{cn} = r_c n^{\frac{1}{\sigma}}$ に書き換える。

$$\mathbf{f}_{ij} = -c P_n \left\{ \left(\frac{r_{ij}}{r_{cn}} \right)^{-3} - \left(\frac{r_{ij}}{r_{cn}} \right)^{-2} \right\} \left(\frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{cn}} \right) \quad (11)$$

$$\mathbf{J}_{ij} = k P_n (\mathbf{n}_j - \mathbf{n}_i) \quad (12)$$

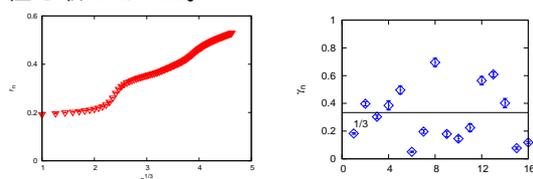
4 シミュレーション結果

$N = 1000, r_c = 1.0, m = 0.1, \tau = 0.02, \gamma = 10, a = 50, c = 100, k = 0.01, d = 0, dt = 0.001$ というパラメータでシミュレーションを行った。初期状態は半径5の球内部に密度一様になるように乱数を用いて配置した。また初期速度は向きはランダムにし、速さは相互作用がない場合の終速度 $v_0 = \frac{a}{\gamma} = 5$ とした。そこから緩和時間 $T_R = 500$ を経た後、 $T_D = 10$ の間0.1間隔で100回、全個体の位置と速度を得て解析を行った。

4.1 距離にのみ依存する ME モデル

シミュレーションの結果、距離にのみ依存するモデルでは、相互作用の安定距離 $r_c = 1$ と比べて $r_1 \approx$

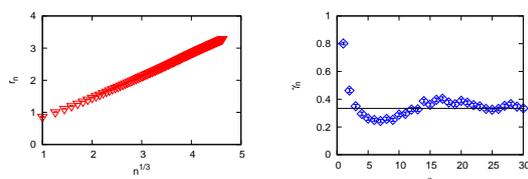
0.2 となり、群れが潰れていることが分かった。群れの個体数が増加するにつれ、潰れ方は酷くなった。これは引力・斥力の次数が原因だと考えられる。また、第 n 近接個体までの平均距離 r_n を $n^{1/3}$ に対してプロットした時、観測では直線になることが知られているが、今は図 3(a) のように階段状になっているため、群れの内部で何らかの構造が出来ていると考えられる。異方性 γ_n も連続的にならず、飛び飛びの値を取っていた。



(a) r_n vs $n^{1/3}$ (b) γ_n vs n
 図 3: 距離のみに依存する ME モデル

4.2 距離+近接次数の ME モデル

相互作用する最大近接次数を $R = 50$ 、相互作用の安定距離を $r_{cn} = r_c n^{1/4}$ としてシミュレーションを行った。遠方個体との相互作用を切ったため、群れが潰れる事はなくなり $r_1 \simeq r_{c1} = 1$ となった。また第 n 近接毎に安定距離を定めたため、群れ内部の距離的な構造を消すことが出来た (図 4(a))。群れの異方性 γ_n も連続的な値を取るようになり、 $n = 1$ では $\gamma_1 \simeq 0.8$ という強い異方性を示した (図 4(b))。しかし、 $n = 3$ で $1/3$ に落ちた後さらに小さな値を取り、波打つように $1/3$ に収束していく様子が見られた。この異方性 γ_n が波打つ性質は、 $n = 1$ で異方性を示す際には必ず現れているため、モデルの特性が何らかの形で現れているものだと考えられる。



(a) r_n vs $n^{1/3}$ (b) γ_n vs n
 図 4: 距離 + 近接次数の ME モデル

なぜこのモデルで群れ内部に異方性が生まれるのかについて、以下のように考えた。2 体間の相互作用のみを考えた場合には、整列効果と斥力のみが働く場合は 2 体が進行方向と垂直に並ぶ方向が安定となり、整列効果と引力のみが働く場合は 2 体が進行方向と平行に並ぶ方向が安定となることが簡単なシ

ミュレーションから分かった。今回の時間離散系モデルでは、3 つの距離領域について相互作用を場合分けしている。モデルの動的な性質により、初期状態から少し時間が経てば、引力が働く領域に相互作用する近傍個体が入ることはほとんどなくなる。このことから、近傍個体で現れる異方性は斥力と整列効果の 2 つの相互作用により出現していると考えられる。一方、時間連続系モデルでは、第 n 近接個体に対するポテンシャルで相互作用をしているため、引力、斥力、整列効果の 3 つの相互作用により、異方性が出現していると考えられる。この違いが異なる異方性を作り出していると考えている。時間連続系モデルで、時間離散系モデルと同様の相互作用をするポテンシャルを用いれば、等価なモデルになると考え、現在確認のためのシミュレーションをおこなっている。

5 まとめ

距離のみに依存するルールベースのモデルを近接次数に依存した相互作用に変更し、近接次数によるカットオフ R を取り入れることで、個体数増加とともに密度が高くなるという問題点を解消しつつ、観測と同様の異方性を再現することができた。また ME モデルにも同様に近接次数でカットオフ R を取り入れることで、観測結果とは少し異なるが、 $1/3$ に振動しながら収束する異方性を得ることができた。これらの結果から、群れの異方性と相互作用の関係についてさらに理解していきたい。

参考文献

- [1] T. Vicsek and A. Zafiris, Collective motion. arXiv:1010.5017v1, (2010).
- [2] M. Ballerini *et al*, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **105** (2008) 1232-1237.
- [3] N.W.F. Bode, D.W. Franks and A.J. Wood, J. R. Soc. Interface **8** (2011) 301-304.
- [4] 早川, 美德; 水口, 毅; 佐野, 雅己; 下山, 直彦; 菅原, 研, 群れの数理モデル (生物現象 II, 複合系 II 要素と全体-現象論の視座-, 研究会報告) 物性研究 **65** (1996) 717-724