捕まった逃避者が追跡者になる集団追跡と逃避

西遼佑 [1,2], 上村淳 [3], 西成活裕 [4], 大平徹 [5]

[1] 東京大学 工学系研究科　[2] 日本学術振興会 特別研究員 DC2　[3] 東京大学 生産技術研究所
[4] 東京大学 先端科学技術研究センター　[5] (株) ソニーコンピュータサイエンス研究所

概要

集団追跡と逃避の一つの拡張として、捕捉された逃避者が新たな追跡者に確率的に転換するルールを導入する。また、逃避者の対抗手段として、逃避者の自己増殖ルールを取り入れた。シミュレーションの結果、転換確率は、逃避者集団の初期数と逃避者集団の寿命の関係に非単調性をもたらすこと、および、転換ルール存在下では、自己増殖確率は逃避者集団の寿命に極大値をもたらすことが見出された。

Group Chase and Escape: Caught Escapees Become New Chasers

Ryosuke Nishi[1,2], Atsushi Kamimura[3], Katsuhiro Nishinari[4], Toru Ohira[5]

[1] School of Engineering, The Univ. of Tokyo　[2] Japan Society for the Promotion of Science
[3] Institute of Industrial Science, The Univ. of Tokyo
[4] Research Center for Advanced Science and Technology, The Univ. of Tokyo
[5] Sony Computer Science Laboratories, Inc.

Abstract

As an extension of the 'group chase and escape' model, we introduce a rule that caught escapees stochastically become new chasers. We also introduce a stochastic self-multiplication of escapees as a resistance against the chasers. Numerical simulations show that the conversion rule gives non-monotonic relationships between the initial number of escapees and their total life-time. It is also found that the probability of self-multiplication brings in the existence of a maximum of the total life-time of escapees.

1　背景

追跡と逃避の運動は、逃避者 (Target, T) と追跡者 (Chaser, C) の軌跡を求める数学的問題 [1, 2, 3] から、一つの T と多くの C からなる多粒子系での物理的問題 [4, 5] や、少数同士の T と C からなる系におけるロボット工学的問題 [6, 7] まで、多様な分野で研究されてきた。最近、T と C が集団同士の場合のモデルとして「集団追跡と逃避」が提唱された [8]。このモデルでは、C に捕まった T は消滅していき、T が全滅するまで続くと定められる。また、同種同士でのコミュニケーションがないにもかかわらず同種同士の自己集積化が起こること、C の初期数に対する T の集団全体の寿命に複数のスケールがあること、単位捕捉コストを最小化する追跡者数が存在することなどの現象が見出された。

この集団追跡と逃避の一つの拡張として、捕まった T が消滅せずに新たな C になるルールを導入する [10]。このルールへの拡張は、狂犬病の伝播 [9] のように、被感染者が新たな感染源に変わる現象とつながりをもっている。このルールがもたらす現象

の検証は、追跡と逃避における集団効果のさらなる解明につながる。なお、本原稿は、動き方のルール（次章参照）として、追跡と逃避 (C&E) とランダムウォーク (RW)[10] に加えて、追跡ランダムウォーク (CRW) を追加している。

2 モデル化

C と T は周期系の $L_x \times L_y$ 二次元格子点上に存在する。動き方の 3 つのルール（C&E、RW、CRW）は下記の通りである。C&E では、各時刻において、各 C は最近傍の T に向かうように 1 サイト分だけ移動する（図 1 上）。最近傍の T が複数いる場合は、ランダムに選んだ最近傍 T に向かう。移動試行先に他の C がいる場合は、排除体積効果により移動しない。最近傍の T と隣接している場合は、その T を捕捉する。この T は確率 P_V で新しい C に転換されるか、あるいは確率 $1-P_V$ で消滅する (図 1 中)。P_V は転換確率である。一方で、各 T は最近傍の C から離れるように 1 サイトだけ移動する（図 1 上）。最近傍の C が複数いる場合は、ランダムに選んだ最近傍 C から離れる。移動試行先に他の C や T がある場合は移動しない。また、T は 1 サイト移動する際に、元のサイトに確率 P_T で新たな T を作る (図 1 下)。P_T は自己増殖確率である。RW では、C と T どちらもランダムウォークする。CRW では、C は T を追跡し、T のみランダムウォークする。一時刻の間に、全粒子が移動方向を決定してから、まず C の集団がランダムな順序で移動し、次に T の集団がランダムな順序で移動する。

3 シミュレーション

初期状態として、N_C^0 個の C と N_T^0 個の T をランダムに配置する。時刻 0 から開始して、T の集団が全滅する時刻まで続ける。計測量としては、T の集団の寿命 $\mathcal{T}$ を T の集団が全滅する時刻として定義する。また、T の典型的寿命を $\tau = \sum_{i=1}^{\mathcal{T}} i(N_T^{i-1} - N_T^i)/N_T^0$ で定義する。ここで、N_C^i と N_T^i は時刻 i での C の集団と T の集団の個数である。

まず、T の自己増殖なし ($P_T = 0$) における、P_V を変化させたシミュレーションを行う。系の大きさは $L_x = L_y = 80$ に設定し、同一条件の試行回数を 1000 回行う。$N_C^0 = 80$ における N_T^0 と $\mathcal{T}$ の関係および N_T^0 と τ の関係を図 2 に示す。$\mathcal{T}$ については、3 つのルール (C&E、RW、CRW) いずれも、$P_V = 0$ では $\mathcal{T}$ は N_T^0 に対して単調増加するが、P_V が 0 か

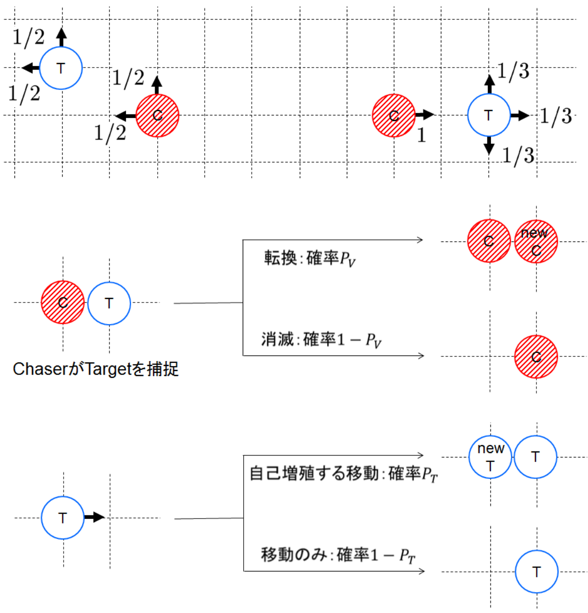

図 1: （上）C&E での追跡者 (Chaser, C) と逃避者 (Target, T) の移動方向。（中）捕捉された逃避者は確率 P_V で追跡者に転換する。（下）逃避者は移動時に確率 P_T で自己増殖する。

ら 1 に向かうにつれて $\mathcal{T}$ に極大値が現れる。特に N_T^0 が大きな領域では、P_V に対して $\mathcal{T}$ は単調減少する。この極大値が現れる理由としては、N_T^0 が大きくなると T から C への転換が連鎖していき、C の数が増加して結果的に早く絶滅に至るからだと推測される。また、RW における $P_V = 1$ 付近では、$N_T^0 = 1$ の $\mathcal{T}$ が $N_T^0 = 5000$ の $\mathcal{T}$ よりも大きくなることが見受けられる。τ については、C&E の τ が $P_V = 0$ で極大値を持つことは既に報告されていた現象 [8] であるが、その極大値の存在は $P_V > 0$ でもそのまま保持されている。CRW の τ も、P_V が 0 から 1 に変化するにつれて、N_T^0 に対して単調増加傾向から極大値を持つように変化する。RW の τ は $P_V = 0$ では N_T^0 に対してほぼ一定であるが、$P_V > 0$ では N_T^0 に対して単調減少することがわかる。この単調減少は、T から C への転換の連鎖を示唆している。

また、$N_T^0 = 8$ における N_C^0 と $\mathcal{T}$ の関係および N_C^0 と τ の関係を図 3 に示す。C&E では、$\mathcal{T}$ と τ はともにそれぞれ $N_C^0 = 35$ と $N_C^0 = 30$ 付近で折れ曲がりを持つ。折れ曲がり点より小さな N_C^0 の領域では P_V によって $\mathcal{T}$ と τ はばらけるが、より大きな N_C^0 の領域では P_V に対してほぼ一定になる。一方で、RW では P_V によって $\mathcal{T}$ と τ はばらけるが、折れ曲がり点はない。CRW でも、折れ曲がり点はな

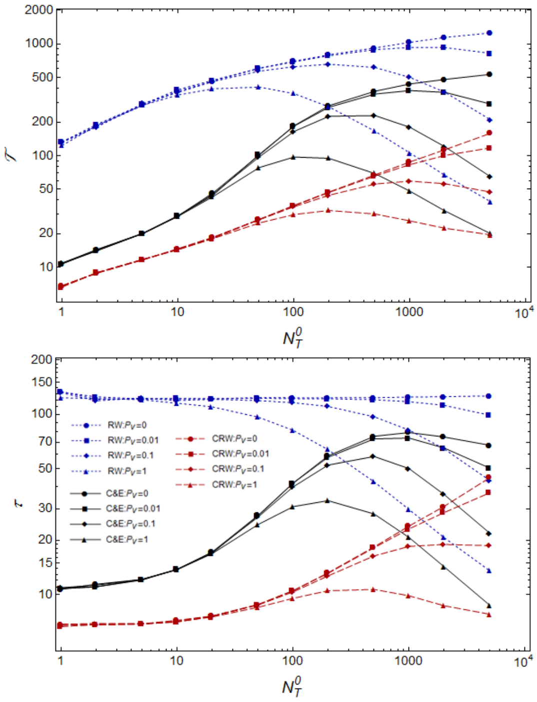

図 2: P_V を変化させた場合の N_T^0 と $\mathcal{T}$ の関係（上）と N_T^0 と τ の関係（下）。

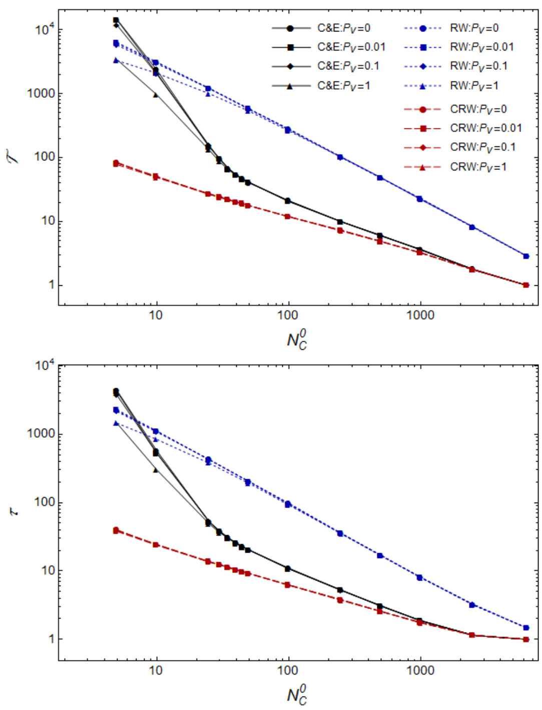

図 3: P_V を変化させた場合の N_C^0 と $\mathcal{T}$ の関係（上）と N_C^0 と τ の関係（下）。

い。上記の折れ曲がりの有無を考察する。C&E では、C の密度が折れ曲がり点より低い領域では、逃避する各 T を追うような C の塊ができるが、高い領域ではより一様に近い分布の状態で全ての T を捕まえてしまうと考えられる。なお、この高密度 C 領域では、転換の影響は非常に小さい。一方で、RW や CRW の場合には、T が逃避しないため、このような質的な C の空間的分布の違いが現れない。

次に、T の自己増殖あり ($P_T > 0$) におけるシミュレーションを行う。系の大きさは $L_x = L_y = 40$ に設定し、初期粒子数を $N_C^0 = 8$ と $N_T^0 = 40$ に固定し、同一条件の試行回数を 1000 回行う。P_V を変化させた場合の、3つのルール (C&E、RW、CRW) における P_T と $\mathcal{T}$ の関係を図 4 に示す。C&E と RW では P_V が小さい領域において、CRW では P_V が大きい領域において、$\mathcal{T}$ に極大値をもたらす P_T が見受けられる。C&E と RW の極大値の要因は下記のように推測される。P_T がごく小さい領域では、P_T の増加はそのまま $\mathcal{T}$ の増加に寄与する。一方で、P_T がより大きくなると、T ははじめ爆発的に増加する。すると、大量の T が C に変換される。この C の増加は捕捉効率を上昇させ、T の集団の速やかな減少を引き起こすため、結果的に $\mathcal{T}$ は減少する。なお、P_V が大きい状況下で $\mathcal{T}$ の最大値が存在しなくなる理由としては、C の増加による捕捉効率の上昇が、T の自己増殖を上回るためだと考えられる。CRW の場合に P_V が大きな領域で $\mathcal{T}$ の極大値が存在する理由としては、CRW ルールの捕捉効率がもともと良いからではないかと推測される。

4 結論

捕捉された逃避者が確率的に新たな追跡者に転換するルールの下で、「集団追跡と逃避」をとり扱った。この転換確率は、3つのルール (C&E、RW、CRW) いずれでも、初期逃避者数に対する逃避者集団の全寿命に極大値をもたらした。また、初期追跡者数に対する逃避者の寿命の 2 つのスケールは、RW と CRW には現れなかったが、C&E のみに現れた。さらに、逃避者に自己増殖確率を取り入れた場合は、3つのルール (C&E、RW、CRW) いずれでも、自己増殖確率に対する逃避者集団の全寿命に極大値が存在した。

今後の課題としては、このような転換ルールを現実の系で確認することが挙げられる。また、転換に時間遅れを導入したり、逃避者の抵抗に多様性を持たせることも、集団追跡と逃避の性質を解明する上で重要だと考えられる。

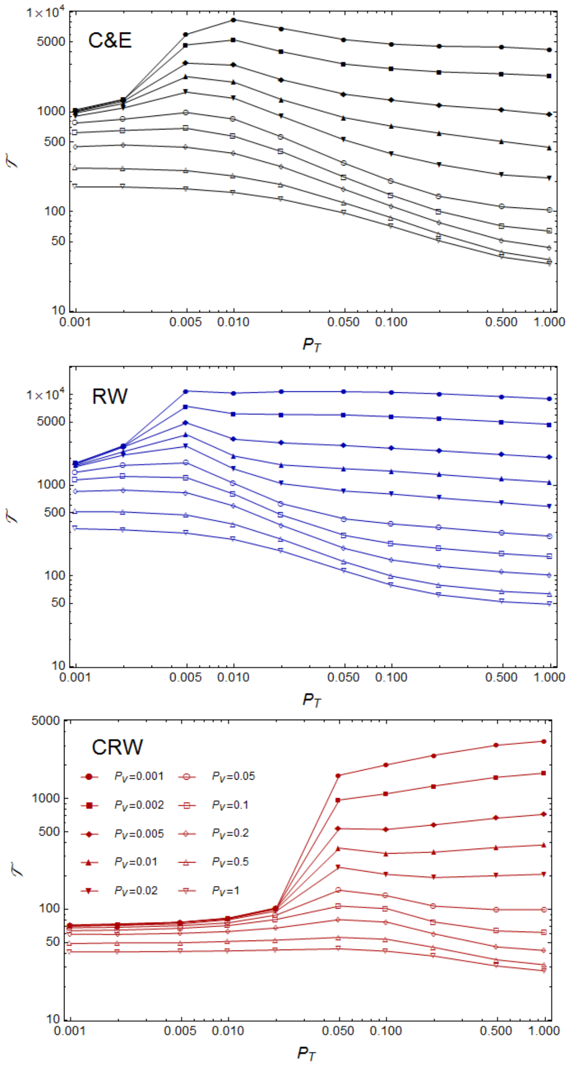

図 4: P_V を変化させた場合の P_T と $\mathcal{T}$ の関係。

5　謝辞

東大物工の松本茂紀氏には、研究の議論を通して大いに助力いただいたので、ここに感謝の意を込めて謝辞いたします。

参考文献

[1] R. Isaacs, Differential Games Wiley, New York, 1965.

[2] T. Basar and G. L. Olsder, Dynamic Noncooperative Game Theory, SIAM, Philadelphia, PA, 1999.

[3] P. J. Nahin, Chases and Escapes: The Mathematics of Pursuit and Evasion, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2007.

[4] P. L. Krapivsky and S. Redner, J. Phys. A: Math. Gen., 29 (1996) 5347.

[5] G. Oshanin, O. Vasilyev, P. L. Krapivsky and J. Klafter, Proc. Natl Acad. Sci. USA, 106 (2009) 13696.

[6] J. P. Hespanha, H. J. Kim and S. Sastry, Proc. 38th Conf. on Decision and Control (1999) 2432.

[7] R. Vidal, O. Shakernia, J. H. Kim, D. H. Shim and S. Sastry, IEEE Trans. Robot. Autom., 18 (2002) 662.

[8] A. Kamimura and T. Ohira, New Jour. Phys., 12, (2010) 053013.

[9] A. Källén, P. Arcuri and J. D. Murray, J. theor. Biol., 116 (1985) 377.

[10] R. Nishi, A. Kamimura, K. Nishinari and T. Ohira, Physica A, 391 (2012) 337.