

2車線交通流モデルとその厳密解

金井政宏

東京大学大学院数理科学研究科

概要

本講演で、我々は2車線交通流のセルオートマトンモデルを提案する。このモデルは、misanthrope process (『人嫌い』過程) と呼ばれる厳密解を持つ確率過程に交通流特有の条件を加えて構成されるが、2車線全体としての基本図などは厳密に得られる。ここで付加されるのは『走行車線回帰度』(Driving Lane Preference) および『追い越し車線優先度』(Passing Lane Priority) を表すパラメータで、これらを導入することにより車線間に非対称性が生じる。シミュレーションの結果は、実測データに見られる車線利用率の密度依存性を良く再現している。

Two-lane traffic-flow model and its analytical results

Masahiro Kanai

Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo

Abstract

In this talk, we introduce a cellular-automaton model for two-lane traffic flow. This model is based on the misanthrope process, which is a stochastic process allowing for an exact solution. We add two parameters specific to traffic flow, i.e, the driving lane priority (DLP) and the passing lane priority (PLP), which lead to asymmetric flow. The simulation results show a good agreement with real-world traffic data, especially with respect to biased lane efficiency.

1 はじめに

現在までに、1車線交通流に関するモデルは非常に良く研究され、現象の解明に大きく寄与してきた[1, 2]。そして、これらのモデルは合流や信号のある場合、あるいは多車線の交通流に拡張されてきた。この中で2車線の交通流は、車線変更が可能になる最も簡単な場合であるので、特に重要な研究対象である[3, 4, 5, 6, 7, 8]。

車線変更は人間による状況判断を経て実行される非物理的な現象で、先行研究のほとんどで『利得の判定』(incentive) と『安全性の確認』(safety) の二つの段階を経て実行に移される。

『安全性の確認』は車線変更後の前方および後方の車との車間距離(および相対速度)により判断される。すなわち、『衝突を回避する』という交通流の

第一原則から来るもので、走行中の車線とは無関係であって2車線交通流の非対称性には効かないと考えられる。一方で、『利得の判定』は『速度を可能な範囲で上限まで上げる』という第二原則を反映するものであって、さらに言えば、『速度の低下を避ける』ということになるだろう。これも、どちらの車線を走行中かには無関係である。

2車線交通流の最も特徴的な現象は、密度あるいは流量に関する車線利用率の逆転現象である。すなわち、初め走行車線にあった密度や流量の偏りが、総量の増加に伴って追い越し車線に移る現象である。車線間非対称性の原因としては、車線利用に関する法的制限(あるいは原則)が考えられる。例として、『走行車線での追い越し禁止』(ドイツ)や『原則走行車線を走行し、追い越しの時にのみ追い越し車線を使用する』(日本)などが挙げられる。

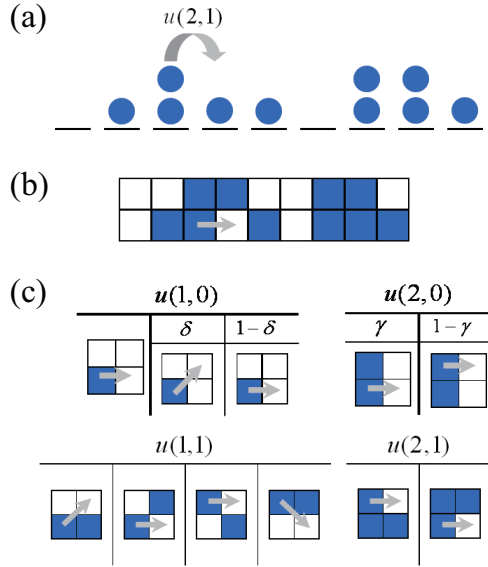


図 1: (a) Misanthrope 過程における配置例 (9 サイト, 10 粒子). (b) 今回のモデルにおける (a) に対応する配置. (c) 各配置におけるホップ確率. ただし, 上が走行車線, 下が追い越し車線, すなわち左側走行 (日本式) としている.

2 モデル

本研究では, 1次元周期格子を粒子が一定方向に近接サイトの状態から決まる確率を持ってホップするモデルを考える. 粒子は全て同種類で, 各セルは最大2つまで粒子を収容可能とする. そして, 粒子配置の更新方法として, 離散時間に一つのサイトが選ばれ更新されるランダム更新を採用する.

サイト数を L , 粒子数を N とし, 各サイトにある粒子数を n_1, \dots, n_L と表す. (周期境界条件により全粒子数は保存する.) l 番目のサイトにある粒子は右隣の $l+1$ 番目のサイトに移動し, そのホップ確率を $u(n_l, n_{l+1})$ と表す. 今回のモデルではホップ確率 $u(n_l, n_{l+1})$ は $u(1,0), u(1,1), u(2,0), u(2,1)$ 以外を全て0とする. この時点では各粒子がどちらの車線を走行しているのかは区別されていない (図 1a).

次に, 車線の区別をするのと同時に, 車線変更も導入する. このモデルでは, 車線変更は, 真横のサイトが空いている場合に限って, 斜め前に進むように行われるものとする. すなわち, 車の移動の可能性は図 1c に挙げたものに限る. この中で (1,0) の場合は車線変更の有無の選択肢があるので, パラメータ δ を導入して, 追い越し車線から車線変更する確率を $\delta u(1,0)$ とする. (走行車線から追い越し車線へ

車線変更する確率は0としている.) この δ を『走行車線回帰度』 (Driving Lane Preference) と呼ぶことにする. 一方, (2,0) の場合は前進する車の選択が可能であるが, これに対応するパラメータ γ を導入して, 確率 $\gamma u(2,0)$ で追い越し車線の車が前進するものと知る. この γ を『追い越し車線優先度』 (Passing Lane Priority) と呼ぶことにする. このモデルにおいて, 2車線交通流の非対称性は, これら二つのパラメータの働きによって説明される.

ここで, ホップ確率について次の条件を置く:

$$u(2,1) = u(2,0) - u(1,0) \quad (1)$$

これにより, 今回のモデルは misanthrope process (『人嫌い』過程) [9] と呼ばれる厳密解を持つ確率過程の特別な場合になり, (車線を区別しない) 配置に対する確率分布 $P(n_1, \dots, n_L)$ を得ることが出来る. この結果, 特に2車線全体に対する基本図などが陽に計算される. 仮定 (1) より $u(2,0) > u(1,0)$ であることが必要となるが, ドライバーは並走状態を極力避けようとするので, この条件は交通流モデルとして許容される.

3 シミュレーションと解析

3.1 補正法

今回の研究では, 結果図示するにあたり, セルの大きさに関する補正法を用いた. これは, 実際の交通流を CA によりモデル化する際に, セルの大きさを車の密度に応じて変化させるものである. 具体的には, 現実の密度 ρ_{RW} と CA モデルでの密度 ρ_{CA} とを次の関係により対応させる:

$$\frac{\rho_{RW}}{2} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\rho_{CA}}{2}}. \quad (2)$$

(詳細については [10] を参照.)

3.2 シミュレーション

図 2 にシミュレーションの結果を示す. $L = 100$, $u(1,0) = 0.6$, $u(1,1) = 0.7$, $u(2,0) = 1$, $u(2,1) = 0.4$, $\delta = 0.02$, $\gamma = 0.75$ としたシミュレーション結果で, 9通りのランダムな初期配置を取り, 500時間ステップ後の値を図示した. これらの図は [5] に掲載されているアウトバーン (ドイツ高速道路) での実測データと比べることを意図している. 結果として, 今回のモデルは2車線交通流の特徴を備えていると言える.

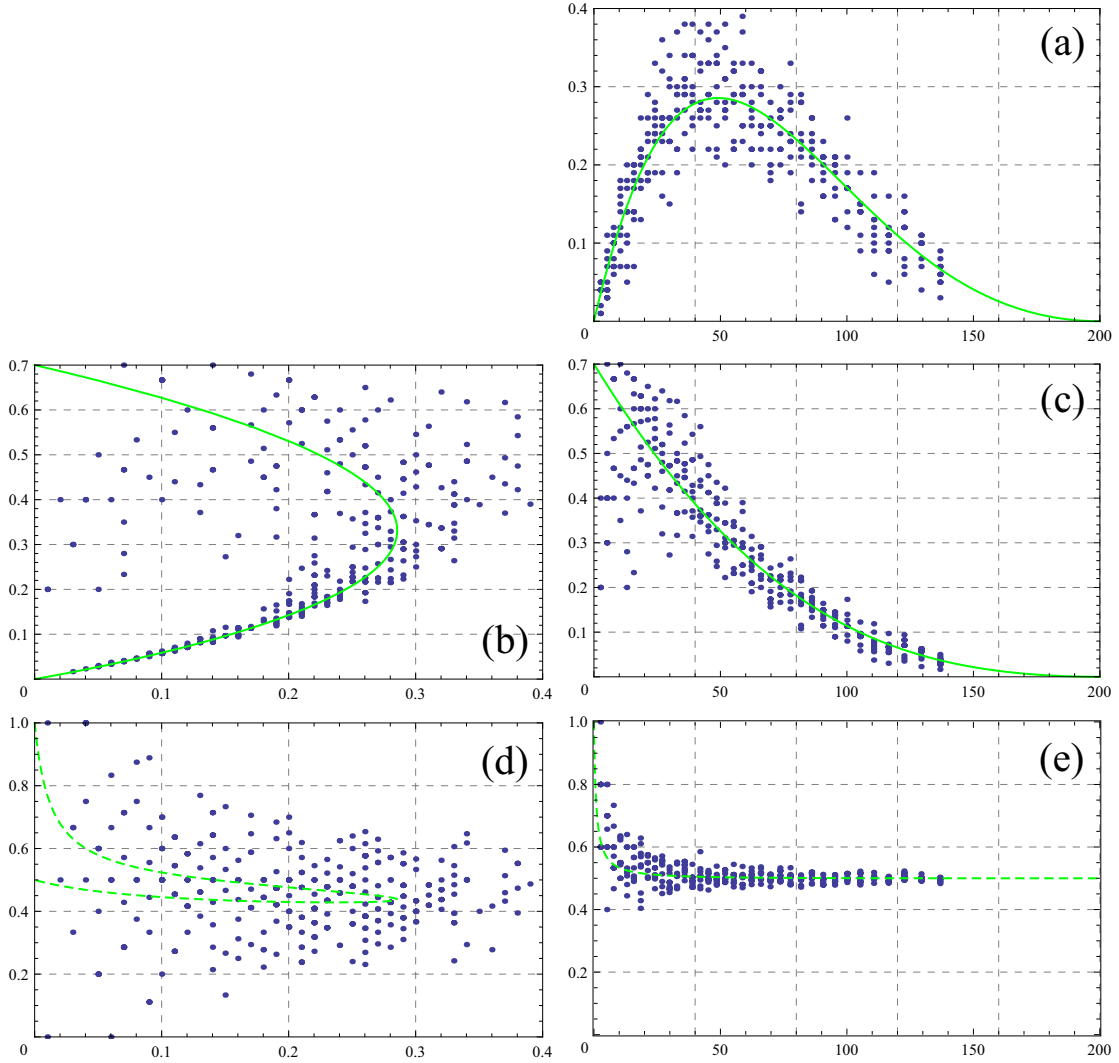


図 2: (a) 基本図, (b) 流量-速度, (c) 密度-速度 (d) 流量-車線利用率, (e) 密度-車線利用率

流量に関する車線利用率の依存性は非常に良く再現されているが、密度に関する利用率変化は実測データほどの顕著な逆転現象を表していない。ただし、このデータに見られる強い逆転現象はドイツの交通規則による制限によるものと考えられる。それでも、利用率が 50% に近づく密度領域では大きな揺らぎがシミュレーションの結果にも観測され、弱い逆転現象が起こっていると考えられる。

3.3 理論的解析

Misanthrope process は (1) を拡張した条件により、各サイトが 2 以上の容量を持つ場合でも厳密に解くことができる。しかし、今回のモデルではその

一般論を用いなくてもマスター方程式

$$\sum_{l=1}^L \left[u(n_{l-1} + 1, n_l - 1) P(\dots, n_{l-1} + 1, n_l - 1, \dots) - u(n_{l-1}, n_l) P(\dots, n_{l-1}, n_l, \dots) \right] = 0 \quad (3)$$

を直接解くことにより厳密解を得ることが出来る。実際、(3) の解の形を

$$P(\omega) \propto \prod_{l=1}^L f(n_l) \quad (4)$$

とすると、直ちに

$$f(2) = \frac{u(1,1)f(1)^2}{u(2,0)f(0)} \quad (5)$$

を得る。そして、結局

$$P(\omega) = \frac{1}{Z_{LN}} \left(\frac{u(1,1)}{u(2,0)} \right)^{\sigma_2(\omega)}$$

$$Z_{LN} = \sum_{|\omega|=N} \left(\frac{u(1,1)}{u(2,0)} \right)^{\sigma_2(\omega)} \quad (6)$$

を得る。ここで、 $\sigma_2(\omega)$ は配置 ω のときに 2 粒子が入っているサイトの総数を与えている。 Z_{LN} は分配関数と呼ばれ、総和は全粒子数 $|\omega| = N$ である配置 ω の全てに渡って取るものとする。

分配関数 Z_{LN} は超幾何関数により

$$Z_{LN} = \binom{L}{N} {}_2F_1 \left(\frac{-N}{2}, \frac{-N+1}{2}, L-N+1; 4 \frac{u(1,1)}{u(2,0)} \right) \quad (7)$$

と与えられ、これを用いて期待値が計算される。特に、(平均) 流量は、密度を $\rho = N/L$ として熱力学極限を取ることににより次のように与えられる：

$$Q(\rho) = \lim_{L, N \rightarrow \infty} \sum_{|\omega|=N} u(n_1, n_2) P(\omega)$$

$$= \frac{u(2,0)}{2} \rho(2-\rho) \cdot \left(1 - \frac{2-\rho-2\frac{u(1,0)}{u(2,0)}(1-\rho)}{1+\sqrt{1-(1-4\frac{u(1,1)}{u(2,0)})\rho(2-\rho)}} \right) \quad (8)$$

この式を図示することにより基本図を得る (図 2a)。

車線利用率については、厳密解を得ることは困難であるので、平均場近似による結果を図示した (図 2d, 2e)。詳細については [11] を参照のこと。

4 まとめ

本講演で、我々は厳密に解ける確率過程 *misanthrope process* を元にした 2 車線交通流の CA モデルを導入した。このモデルの特徴は以下のように要約される：(a) 各車は、車体番号でなくサイト番号と車線番号により特定される。(b) 車は、前の車に追いつき、(安全な) 追い越しが可能である場合にどちらの車線からも同じ確率で車線変更する。従って、追い越しのための車線変更には全流量の低下を抑える効果がある。(c) 低密度領域では、車同士が接近する確率が低いので、DLP の効果によって密度および流量に関する車線利用率は走行車線側に偏る。(d) 一方、高密度領域では、車線変更が抑制されるため密度の方よりはなくなるが、PLP の効果によって流量に関する追い越し車線の利用率が高くなる。

シミュレーション、厳密解および平均場近似の結果を総合すると、2 車線交通流の密度に関する非対称性は、走行車線への自発的回帰が主な原因で、このような運転をするドライバーは全体の 2% ($\delta = 0.02$) 程度と見積もられる。また、追い越し車線を走行中の車が前に出ると言うコンセンサスが 2 車線交通流の非対称性を引き起こしていると結論付けられ、この現象が起きる確率は非常に大きい ($\gamma = 0.75$) と考えられる。

今後の発展としては、交通流の CA モデルで優位とされる同期的更新 (parallel update) の場合、あるいは、より現実的な条件である開放系 (open boundary) の場合などが考えられる。また、*misanthrope process* はサイトの容量が任意の場合に厳密解を許容するので、3 車線以上に拡張することも考えられるが、ホップ確率に関する条件も増えるので、モデルとしての妥当性の検証が必要である。

参考文献

- [1] D. Chowdhury, L. Santen, and A. Schadschneider, Phys. Rep. **329**, 199 (2000).
- [2] D. Helbing, Rev. Mod. Phys. **73**, 1067 (2001).
- [3] P. Wagner, K. Nagel, and D. E. Wolf, Physica A **234**, 687 (1997).
- [4] D. Chowdhury, D. E. Wolf, and M. Schreckenberg, Physica A **235**, 417 (1997).
- [5] K. Nagel, D. E. Wolf, P. Wagner, and P. Simon, Phys. Rev. E **58**, 1425 (1998).
- [6] M. Fukui, K. Nishinari, D. Takahashi, and Y. Ishibashi, Physica A **303**, 226 (2002).
- [7] W. Knospe, L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg, J. Phys. A **35**, 3369 (2002).
- [8] S. Tadaki *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **71**, 2326 (2002).
- [9] C. Coccozza-Thivent, Z. Wahrscheinlichkeitstheorie Verw. Gebiete **70**, 509 (1985).
- [10] M. Kanai, J. Phys. Soc. Jpn. **79**, 075002 (2010).
- [11] M. Kanai, arXiv:1009.1204 (to appear in Phys. Rev. E).