

# 集団追跡と逃避における揺らぎの影響

松本茂紀<sup>1</sup>, 能川知昭<sup>1</sup>, 上村淳<sup>2</sup>, 伊藤伸泰<sup>1</sup>, 大平徹<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 東京大学工学系研究科物理工学専攻

<sup>2</sup> 東京大学生産技術研究所

<sup>3</sup> ソニーコンピュータサイエンス研究所

## 概要

最近、「集団追跡と逃避」の問題と、その単純なモデルを提案した。このモデルでは、追跡者が一番近い逃避者を追ひ、逃避者は一番近くの追跡者から逃げるといものである。同種のプレイヤー間に通信は無いにも関わらず、互いに協調しているかの様な振る舞いが見られた。本稿では、集団追跡と逃避に揺らぎを導入し、格子系および連続空間系での揺らぎの効果を調べ、逃避者の捕獲を最適化するような揺らぎがあることを見つけた。

## Fluctuation Effect for Group Chase and Escape

Shigenori Matsumoto<sup>1</sup>, Tomoaki Nogawa<sup>1</sup>, Atsushi Kamimura<sup>2</sup>, Nobuyasu Ito<sup>1</sup>, Toru Ohira<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Applied Physics, School of Engineering, The University of Tokyo

<sup>2</sup> Institute of Industrial Science, The University of Tokyo

<sup>3</sup> Sony Computer Science Laboratories, Inc.

## Abstract

Recently, a new concept is proposed for chasing and evading in crowds, called “group chase and escape” through a simple model. In this model, each chaser and target (escapee) approaches or steps away from its nearest opponent. Although they do not communicate within each group, players appear to cooperate among themselves to chase or escape. In this article, we investigate fluctuation effect for the group chase and escape on- and off-lattice. We found an optimal fluctuation for minimizing time for catching all targets.

## 1 はじめに

鬼ごっこの様な、ある人が別の人を追いかけて捕まえるという遊びは、非常に単純なルールであり、広く行われている。そのルールは単純であっても、実際の運動の軌跡は複雑に成り得、数学者達の間で、「追跡と逃避」の問題として興味を持たれてきた [1, 2]. その問題の拡張として、我々は集団による追跡と逃避のモデルを提案した [3].

集団での追跡と逃避の描像は、鬼ごっこの様な遊びに限らず、様々な場面で現れる。中でも、動物や昆虫の社会においては、群れを成すことはよく見られ

[4, 5, 6, 7], また、捕食者と被食者がそれぞれ集団で追跡と逃避を行うのは、よく知られたところである [8]. 本稿では、追跡と逃避を行う際に、行動を誤るとい揺らぎを導入する事で、振る舞いにどのように影響するかについて、格子モデルと連続空間モデルを用いて調べた。

## 2 集団の追跡と逃避

追跡と逃避のモデルでは、周期境界条件を課した正方格子上を2種類のプレイヤー（追跡者:Chaser, 逃避者:Target）が、次のような簡単なルールで移動する。追跡者/逃避者は、自分からの距離が最も短い

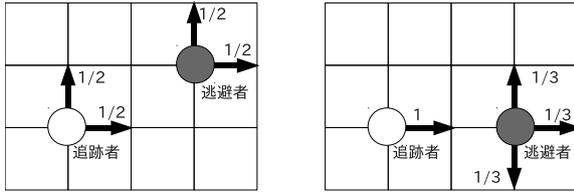


図1: 追跡者および逃避者の移動ルールを示す. 数字は, 矢印で示された移動方向を選択する確率を示す.

逃避者/追跡者を探し, その距離を縮める/伸ばすような方向へ格子上を移動する. 正方格子上を移動する方向について, 図1に示す様な2通りの動き方を考える. 一般には図の左に示す様に, 追跡者と逃避者のどちらも, 採り得る方向は2通りあり, そのどちらか一方を1/2の確率で進む. 図の右に示す様に一直線上に並んだ場合, 追跡者は採りうる方向は1通りであるが, 逃避者の採りうる方向は3通りあり, 確率1/3でどれか一つの経路を進む.

初期条件は, 2種類のプレイヤーをランダムに配置する. 以上のルールに従い, 全プレイヤーの位置をランダムにアップデートする. これを, シミュレーションの1ステップとする. 1ステップを進める際, 移動先サイトに同種のプレイヤーが存在している場合はその場に留まる. また, 追跡者の移動先サイトに逃避者が居る場合, 逃避者は捕獲され, 格子上から取り除かれる. そして, 追跡者はそのサイトへと移動する. この捕獲により, 逃避者の数は単調に減少し, すべて捕獲された時点で, シミュレーションを終了する. その時のステップ数を, 完全捕獲時間  $T$  と呼ぶことにする.

このモデルでは, 同種プレイヤー間に相互作用が含まれていないにも関わらず, 凝集して追跡または逃避を行う様子が確認できる. 特に, 追跡者による捕獲の振る舞いは, 追跡者の密度によって変化している. そこで, 捕獲の様子を特徴付ける量として, コスト関数  $c = N_C T / N_T$  を導入した. コストとは, 逃避者一人を捕獲するのに要した, 追跡者ののべ追跡時間を表す. 図2は, 逃避者数が10である時の, 追跡者数に対するコストを表している. この図より, ある数の逃避者を捕獲する際, 追跡者数が50の辺りでコストを最小値を迎えるという興味深い結果が得られた. また, 単純に全てのプレイヤーがランダムウォークした時と比べ, 追跡者数が多い場合効率的に捕獲できる. 一方, 追跡者数が逃避者数とほぼ同じか少な

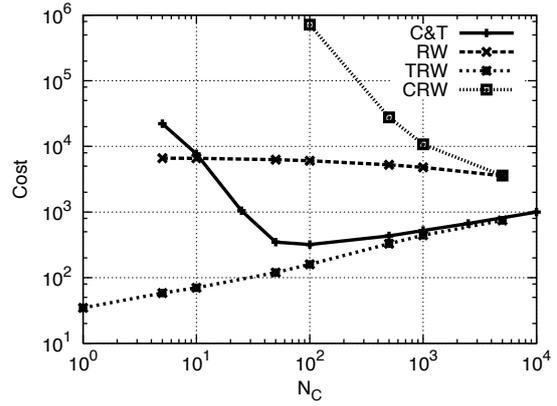


図2: 追跡者数  $N_C$  を変化させた時のコストの変化を示す. 曲線は次の4つの場合についての結果である. 追跡と逃避 (C&T), 両者が共にランダムウォーク (RW), 逃避者がランダムウォーク (TRW), 追跡者がランダムウォーク (CRW). 格子サイズは  $100 \times 100$  とし, 初期の逃避者数は10とした.

い場合, ランダムウォークよりもコストを要している. 追跡と逃避では, 逃避者は一番近くの追跡者からのみ逃げようとするため, 他方から近づいてくる追跡者に気付かず, 挟み撃ちの形で捕獲される. しかし追跡者数が少数の場合, 追跡者のグループが1人の逃避者を, 一方向から追いつけるという状態になるため, 捕獲が難しい状況にある. この領域では, ランダムウォークの様に追跡者と逃避者が偶然出会う時間よりも, 捕獲までに長い時間を要している. この様に, 追跡者と逃避者を共にランダムウォークへ置き換えても, その影響は状況に応じて多様であり, 効率を上げることもあれば下げることもある. 追跡と逃避に対する揺らぎの効果は極めて非自明で興味深い問題である. そこで, 上で説明した基本ルールの拡張として, 各プレイヤーの進行方向を選ぶ際に揺らぎを導入した場合, どのように捕獲の振る舞いが変わるかを調べた.

### 3 追跡と逃避と揺らぎ

ここでは, 揺らぎを考慮した追跡と逃避を提案する. 各プレイヤーの進路選択に揺らぎを導入するため, 4つの最近接格子点へのホッピングに重み  $\Delta l_i$  を定義する ( $i = 1, 2, 3, 4$ ). 図3の濃い矢印は, 追跡者と逃避者の距離を伸ばす様な移動方向を表し, 重みを  $\Delta l_i = +1$  とする. 反対に, 薄い矢印は距離を縮める様な移動方向を表し, 重みを  $\Delta l_i = -1$  とする. この時, 追跡者が  $i$  番目の最近接格子点へのホッピング確率を  $p_i^C = \exp(-\Delta l_i / T_f) / \sum_i \exp(-\Delta l_i / T_f)$

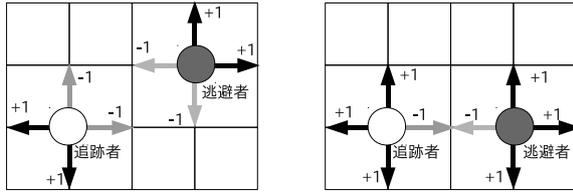


図 3: 正方格子上的追跡者と逃避者の移動先の重みを示す。 $\pm 1$  の値は  $\Delta$  を表す。

と定義する。ここで、 $T_f$  は仮想的な温度を表す。逃避者についても同様に、ホッピング確率を  $p_i^T = \exp(\Delta l_i / T_f) / \sum_i \exp(-\Delta l_i / T_f)$  と定義する。各プレイヤーの振る舞いは、温度が 0 の近傍では基本ルールに従い、温度が十分高ければランダムウォークとなる。

図 4 は、逃避者数を 10 に固定し、追跡者数を変化させた時の完全捕獲時間の温度依存性のグラフである。追跡者が多い場合、前章で述べた様に追跡と逃避はランダムウォークに比べ効率よく逃避者を捕獲できる。そのため、温度の上昇と共に捕獲にかかる時間は増加していく。一方、追跡者数が逃避者数と同じか少ない場合、温度が低温側よりも高温側のほうが完全捕獲時間が減少していることがわかる。また、この変化は単調減少ではなく、 $T_f = 1$  付近で完全捕獲時間は極小値を取るという興味深い結果を得た。この極小値は、追跡者数が 50 を超えた辺りで見えなくなっており、温度がない場合にコストを最小化する逃避者数と一致する。この事は、揺らぎの効果が、追跡者が逃避者を捕獲するまでの動き方によって変化

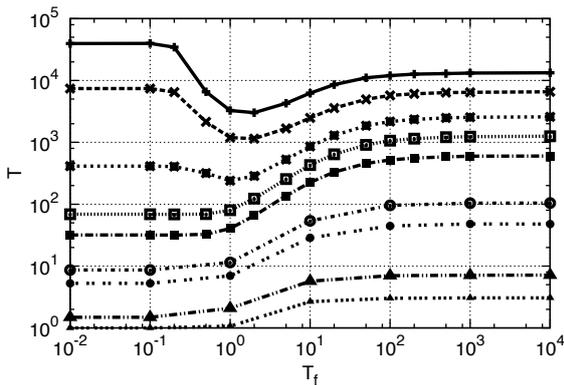


図 4: 温度  $T_f$  に対する完全捕獲時間  $T$  の変化を示す。格子サイズは  $100 \times 100$  とし、初期の逃避者数は 10 とする。各曲線は追跡者数が上から、5, 10, 25, 50, 100, 500, 1000, 5000, 9990 である。

する事を示唆している。追跡者数が逃避者数より少ない場合、揺らぎが与える影響は、逃避者が逃避経路を間違える（追跡者に近づいてしまう）効果と、追跡者が追跡者集団から離脱する効果が考えられる。この様な、揺らぎの程度によって捕獲時間を最適化する様子は、広く研究されている「確率共鳴」の現象と関係しているのではないかと考えられる [9].

## 4 連続空間中の追跡と逃避

前節では、正方格子上的追跡と逃避に、仮想的な温度を定義することで揺らぎを導入した。しかし基本ルールにおいて、各プレイヤーは場合によって複数の経路を選択できるという確率性を持っているため、すでに揺らぎを含んでいる。また、近接サイトが 4 つと限られている為、温度に対して行き先の揺らぎの効果は大きく現れると考えられる。この様に、プレイヤーの動きが格子上に制限される事による影響は、集団の中での各プレイヤーの運動にも影響を与えている可能性が考えられる。そこで、連続空間中での追跡と逃避のモデルを提案する。

各プレイヤーは直径 1 の円盤と仮定し、基本ルールと同様に、各プレイヤーは最も近くにいる相手を探す。図 5 中の薄い矢印で描くように、相手とを結ぶ直線が追跡者/逃避者にとって最も近づく/遠ざかる方向である。追跡者および逃避者に対し、この向きに揺らぎとして与え、そのずれを  $\theta_C$  および  $\theta_T$  とする。 $\theta_i$  ( $i = C, T$ ) は、平均値 0 で分散が  $T_f$  の正規分布  $N(0, T_f)$  より選ぶ。各プレイヤーの速度の絶対値は 1 であるが、 $i$  番目と  $j$  番目のプレイヤー間の距離  $r_{ij}$  が、直径よりも小さくなった場合、下記のような弾性ポテンシャルを感じる。

$$V(r_{ij}) = k|1 - r_{ij}|^{5/2}$$

$k$  はヤング率に相当し、ここでは 10 と固定した。以上の条件を用い、2 次のルンゲクッタ法により時間発展を求めた。なお、追跡者と逃避者が少しでも重な

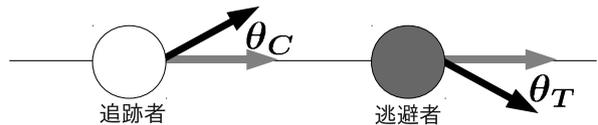


図 5: 連続空間中での追跡者と逃避者の移動ルールを示す。 $\theta_C, \theta_T$  はそれぞれ、追跡者と逃避者の進行方向からのずれの角度を表す。

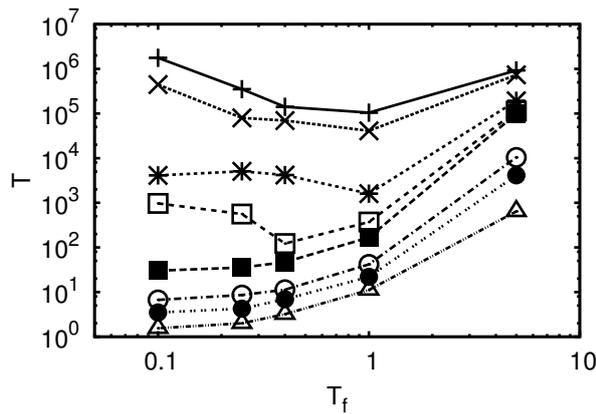


図 6: 温度に対する完全捕獲時間の変化を示す。空間サイズは  $100 \times 100$  とし、初期の逃避者数は 10 とする。各曲線は追跡者数が上から、5,10,25,50,100,500,1000,5000 である。

りあった場合に、逃避者は捕獲されるとものとする。

図 6 は、温度に対する完全捕獲時間を示す。追跡者数が少ない領域では、完全捕獲時間が極小となる温度の存在が、格子系の場合と同様に確認できた。また、追跡者数が 50 から 100 の間で極小値の存在が見えなくなる様子は、揺らぎの捕獲に対する効果が、コストを最小化する追跡者数を境に変化することを示唆し、またこの値は格子系の場合とほぼ一致している。注目すべき点は、このような追跡者数や揺らぎの依存性は、格子系か連続空間系かに依らず、追跡と逃避の普遍的な性質であるという点である。一方、基本ルールに従う格子系とは異なり、低温側では完全捕獲時間が温度に敏感に依存し、追跡者が低密度側では増加し、高密度側では減少する。

## 5 まとめ

本稿では、集団追跡と逃避を行う際、仮想的な温度を導入することで、動き方に揺らぎを導入した。その結果、追跡者数が逃避者数と同じかそれ以下の場合、捕獲時間を最小にできる温度が存在する事を確認した。これは、逃避者が逃げる際の経路選択を誤る効果と、追跡者が逃避者を追い込む際にうまくばらせる効果によって、起きていると捉えることができる。

さらに、これらの結果が格子系特有の性質かどうかを調べるため、連続空間中のモデルを提案した。その結果、揺らぎによる効果など、定性的には格子系と整合的な結果を得た。この事から、格子系で見られた性質は連続空間中であっても見られる、追跡と逃避の普遍的な性質であることがわかった。連続空間中

の追跡と逃避のモデルでは、プレイヤーの大きさや速度など、条件の変更は非常に簡単である。格子系では、その様な条件拡張をした場合に、ホッピングルールが複雑化してしまう場合があるが、連続空間への拡張によってそれらを回避する事が見込まれる。

## 参考文献

- [1] R. Isaacs Differential Games 1965 (New York: Wiley).
- [2] P. J. Nahin Chases and Escapes: The mathematics of pursuit and evasion 2007 (Princeton: Princeton University Press).
- [3] A. Kamimura and T. Ohira: New J. Phys. 12 (2010) 053013.
- [4] E. Bonabeau, et al. : Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems (Oxford University Press,1999).
- [5] K. Nishinari, D. Chowdhury and A. Schadschneider, Phys. Rev. E. 67 (2003) 036120.
- [6] I. D. Couzin, et al. : Nature 433 (2005) 513.
- [7] T. Vicsek, Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 1226.
- [8] T. Vicsek, Nature 466 (2010) 43.
- [9] L. Gammaitoni, et al. : Rev. Mod. Phys. 70, (1998) 223.