

粉粒体中での泳ぎについての EDMD シミュレーション

島田尚¹, 伊藤伸泰¹, カダウ ディルク², ヘルマン ハンス²

¹ 東京大学大学院 工学系研究科 物理工学専攻

² スイス連邦工科大学 Institut für Baustoffe

概要

本講演では粉粒体中での自律的運動をする“スイマー”の運動について、Event Driven 型の MD シミュレーションにより調べた結果について紹介する。特に、粉粒体に特有の流体/固体的振る舞いに起因して、推進速度と推進のエネルギー効率の両方について異なった最適なスイマーの運動速度がある事が見いだされた。

Event Driven Simulation of Swimming in Granular Media

Takashi Shimada¹, Nobuyasu Ito¹, Dirk Kadau², and Hans J. Herrmann²

¹ Dept. of Applied Physics, Grad. School of Engineering, The University of Tokyo

² Institute for Building Materials, ETH Zürich

Abstract

In this talk, we study the motion of self-propelling “swimmer” in granular bed. We find that there exist two different characteristic velocities which optimize the resulting swimming velocity and the swimming efficiency.

1 粉粒体中での“泳ぎ”

粉粒体の最も著しい性質は条件に応じて固体的にも流体的にも振る舞うことであると言えよう。更にはこの性質により時空間的に非常に不均一な構造をとることが系全体の多様な応答のもととなっている。このような粉粒体の中で日常的に“泳ぐ”動物が知られている。砂漠に住むトカゲの一種で、俗名はそのものずばりの sand swimmer という。主に昼間の酷暑を避ける為に進化させたと考えられているその“泳ぎ”の様式については不明な点が多かった。つい最近になってある X 線カメラを用いた動きの解析がなされた [1] が、現在でも“泳ぎ”についての物理的な理解ははなはだ不十分である。これまでの粉流体研究に照らせば、このような“泳ぎ”運動はブラジルナッツ効果や反ブラジルナッツ効果 [2, 3] 等に代表される、「加振条件下での粉体に比べて大きな物体の運動」と関係し、また別の側面から光を当て

る事になると期待される。

本講演ではこのような粉粒体中での自己推進運動について Event Driven 型の MD シミュレーションにより調べた結果について紹介する。

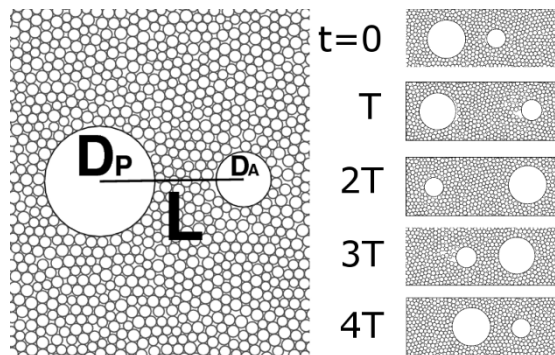


図 1: 我々の 2 次元スイマーモデル (左) と、各サイクルでの形状 (右)。

2 モデル

2.1 pushmepullyou スイマー

低レイノルズ数下など、日常とは異なる条件下では一見奇妙な泳ぎモードが物理的に意味がある場合があると問題提起した Purcell のレビュー [4] 以来、流体中向けに様々な簡単なスイマーモデルが提案され、研究されてきた。ここでは近年提案された、pushmepullyou スイマー [5] を採用する。このスイマーは流体中で効率よく推進できることが知られており、なおかつ二つの円盤（球）を繋いだシンプルな形で後述の Event Driven 型のシミュレーションに向いていることが採用の理由である。

図 1 に実際の pushmepullyou スイマーの形状と泳ぎのサイクルを示す。これは 2 つの剛体円盤を自然長 $L_0(t)$ のボンドで結んだもので、この結合の自然長とそれぞれの剛体円盤の半径 ($D_A(t), D_P(t)$) を時間的に変化させることにより自立的運動を行う。泳ぎストロークについては、具体的には以下の式で示される通りの (Cycle A: 円盤間結合を伸ばす (push) Cycle B: 前方円盤は膨張, 後方円盤は収縮 Cycle C: 結合を縮める (pull) Cycle D: 前方円盤は収縮, 後方は膨張) という 4 サイクル運動を考える。

$$(\dot{L}_0, \dot{D}_A, \dot{D}_P) = \begin{cases} (\frac{L_0}{T}, 0, 0) & (A: 0 \leq t' < T) \\ (0, \frac{\Delta D}{T}, -\frac{\Delta D}{T}) & (B: T \leq t' < 2T) \\ (-\frac{L_0}{T}, 0, 0) & (C: 2T \leq t' < 3T) \\ (0, -\frac{\Delta D}{T}, \frac{\Delta D}{T}) & (D: 3T \leq t' < 4T) \end{cases} \quad (1)$$

ただしここで $t' = t \bmod 4T$ であり、また、 $t = 0$ におけるスイマー形状は大きな後方円盤と小さい前方円盤を短い距離で繋いだ状態: $(L_0(0), D_A(0), D_P(0)) = (L_0^-, D^-, D^+)$ とする。以下ではこの、等速での結合の伸び縮み、等速での膨張収縮のモードに話を限り、スイマー形状のプロポーシオンも $L_0^+/L_0^- = D^+/D^- = 2$ and $L_0^- = 2.5D^-$, に固定する。このため円盤の最大サイズ D^+ と 1 ストロークにかかる時間 $4T$ を指定する事によって泳ぎモードは定まることになる。このとき、スケールされた振動数

$$F = D^+/4T \quad (2)$$

が円盤表面での典型的速度を表す指標となる。

2.2 粉体粒子について

シミュレーション全体を Event-Driven 型の時間発展で取り扱うため、スイマーを取り囲む粉体 (ト

カゲなら砂粒) もまた剛体円盤として扱う。この粉体粒子は $\pm 15\%$ のサイズ分散を持ち、また反発係数 0.7 で互いに非弾性衝突する。Event-Driven シミュレーションで非弾性衝突を扱った場合、特に本研究のような粒子が密に詰まった状況を取り扱う場合は粒子間衝突の時間間隔が無限に小さくなってしまふことによる計算の破綻 (いわゆる “inelastic collapse”) が問題となるので、ある閾値 T_C よりも短い間隔で繰り返される衝突については完全弾性衝突として扱う事でこの問題を回避する (この手法は T_C モデルと呼ばれる [6])。このような取り扱いをした粉体粒子は密に詰め込まれた状態でも非常に小さい間隙をもって衝突を繰り返しているため、粒子間の接触も静止摩擦力も無いことになるが局所的な packing 構造によって支えられる有限の降伏応力を示す (図 2)。

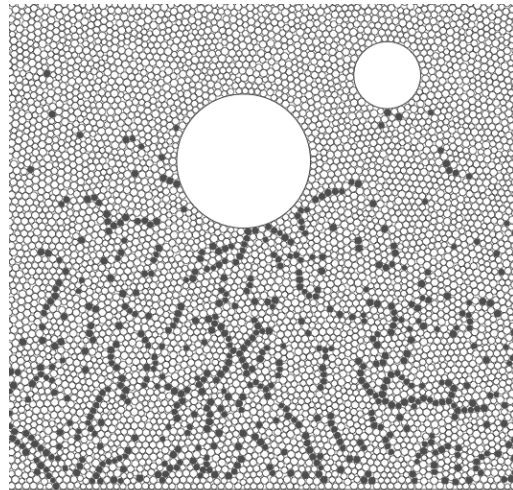


図 2: 重い (密度 1.0 倍) スイマー物体を運動させずにモデル粉体中に置いた際に見られる静的構造。粉体粒子は集団として有限の降伏応力を示すので重いスイマー円盤は沈まずに静止している。黒く塗られた粒子は頻りに衝突をしている粒子であり、降伏応力の源である force chain の良い近似である。この応力支持構造も時間と共に変化しない。

2.3 境界条件等

系内には重力 (重力加速度 $g = 1.0$) がかかっており、系下端は剛体壁で支持されている。系の左右端は周期的境界条件、上端は自由境界にするかもしくは後述するように重い壁を載せる。重力やスイマー構成円盤間に働く結合力は、短い時間 dt 毎に作用させる。この扱いによって粉体粒子同士のローカルな衝突順序は変更されない (モンキーハンティングの原理) し、スイマー構成円盤は粉体の 1.0 倍のオー

ダの直径 (= 100 倍のオーダーの質量) を持つので運動の変化率は遅いので良い近似である。一方でこの扱いによって本研究のような比較的込み合ったモデルについて、通常の粒子系と遜色の無い高速な Event-Driven シミュレーションが実現できる。

3 結果

3.1 自由表面化での運動

まず上端を自由表面としてスイマーのシミュレーションを行った。この場合、進行方向が複雑に変化し定まらないようなスイマーの運動が典型的に観測される。この一因はスイマーの運動により自由表面に静的なディップが形成され、それがまた粉体中のスイマーの運動に影響することにある (図 3)。

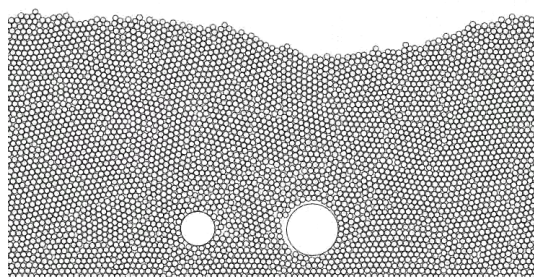


図 3: 自由表面条件下でのシミュレーション結果の例。スイマーの動きによって表面にディップ構造が形成されている。

3.2 “バルク” 内での運動

「スイマーの運動 → 表面形状の変化 → スイマーの運動」という複雑な状況の理解のためにも、このようなフィードバックの無いよりシンプルな状況が望まれる。このため、以下では系の上部に重い水平壁を設置し、粉体層深部 (バルク) でのスイマー運動を再現する事とした。このバルク条件下では実際に比較的安定した推進方向が得られるので、泳ぎの定量的な解析に進む事が出来る。以下では特に、泳ぎの速度と効率についての結果を紹介する。

3.2.1 泳ぎの速度について

スケールされた泳ぎの振動数 F を変化させて、スイマーの推進速度を系統的に調べた結果を図 4 に示す。スイマーのサイズに寄らず、推進速度を最大にする周波数がある事が分かる。泳ぎのプロファイル

の解析から、この周波数依存性は以下の様に理解できる。周波数が大きくなるにつれてスイマーの周りの粉体、特に大きな方の円盤を支える領域の粉体が流動化し、スイマーの泳ぎストロークは空滑りをはじめ ($F \sim 0.1$)。さらに周波数を大きくしていくとスイマーの作った空胞を周りの粉体が埋める緩和さえも追いつかなくなり、“粉体ガス” に包まれるようになったスイマーの推進速度はついには減少に転じることとなる ($F \sim 2$)。

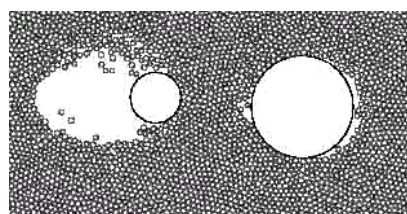
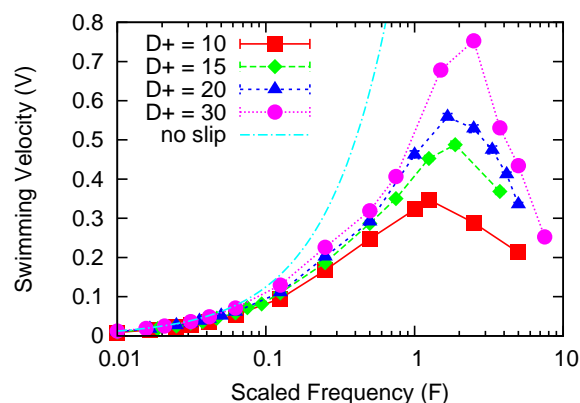


図 4: 泳ぎの周波数に対する推進速度 (上)。どのサイズのスイマーも、 $F \sim 2$ 近辺に推進速度の最適値を持つ。最適周波数よりも速い運動の際の典型的なスナップショット (下)。周囲の粉体の緩和が追いつかず、スイマーは自身の作った空胞に包まれうまく推進できなくなる。

3.2.2 泳ぎの効率

次に泳ぎのエネルギー効率:

$$E = \frac{\delta x \cdot S \cdot g}{W} \quad (3)$$

について評価した (図 5)。但し、 δx はストロークあたりの推進距離、 S はスイマー円盤の面積 (= スイマー質量)、 W はストロークあたりにスイマーがした仕事である。周波数を小さくして行くとスイマーの泳ぎ運動が空滑りしないようになるのに対応して

泳ぎの効率は高くなっていくが、さらに周波数を下げると効率は最大値を迎え、ついには減少に転じる。この「有限周波数での効率最大」の存在は流体中での推進運動（ニュートン流体中では、泳ぎ動作が遅ければ遅い程効率は良くなる）とは際立った違いである。再び泳ぎのプロファイルと粉体中の force chain を調べる事により、この効率の最大は W の極小点に対応しており、その周波数の時にはアンカー側（大きな円盤）周辺の粉体は固体的に変形無し、エネルギーロス無しでスイマーを支えるのと同時にゆっくりではあるが動いている小さな円盤の周りの粉体層はわずかに流動化しているというような状況になっていることが分かる。これよりも遅い運動に対しては粉体層に対して動く部分のまわりも逐次的に固化を繰り返すようになり、スイマーはより多くの仕事をしなければいけなくなるわけである。

[2] T. Shinbrot and F. J. Muzzio, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 4365.
 [3] D. C. Hong *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 3423.
 [4] E. M. Purcell, Am. J. Phys. **45** (1977) 3.
 [5] J. E. Avron *et al.*, New J. Phys. **7** (2005) 234.
 [6] S. Luding, Granular Matter **1** (1998) 113.
 [7] T. Shimada *et al.*, Phys. Rev. E **80** (2009) 020301(R).

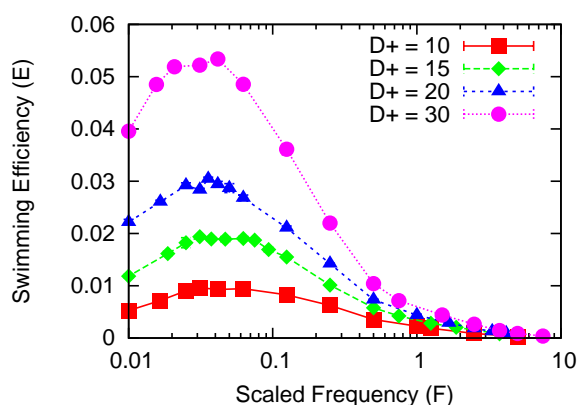


図 5: 泳ぎの効率。

4 まとめと展望

簡単なモデルスイマーを使って、粉体特有の泳ぎ速度、効率に対する最適動作速度がある事等を示した。この定量的な側面については論文 [7] を参照いただきたい。しかしながら自由表面近くでの運動で見たように“粉体中の泳ぎ”のより興味深い様相については手つかずの課題も多い。講演にあたっては、泳ぎの方向の制御方法や粉体粒子のモデルに回転の自由度と接線方向の相互作用を取り入れた場合について等、より挑戦的で興味深い点についても紹介、議論する予定である。

参考文献

[1] R. D. Maladen *et al.*, Science **325** (2009) 314.