道路交通ネットワークの準動的均衡モデル

中山晶一朗[1]

[1] 金沢大学 環境デザイン学系

概要

交通ネットワークの状況は一日の中で大きく変化するため，従来までの静的な均衡配分による交通量配分は十分ではないことが多い．この問題に対応するために，これまでに時間帯別配分モデルが提案されている．しかし，既存の時間帯別モデルでは，時間帯間での交通量の扱いに問題があるものが多い．本研究では，リンク上の交通量が次の時間帯に残留することによって，交通ネットワーク上で混雑の時間・空間移動を記述することが可能な時間帯別配分モデルを提案する．

A Semi-Dynamic Equilibrium Model for Transportation Networks

Shoichiro Nakayama[1]

[1] School of Environmental Design, Kanazawa University

Abstract

Traffic condition in most cities varies significantly within a day, in which static traffic assignment model may not be able to sufficiently represent time-varying congestion phenomena in transport network analysis. Different semi-dynamic traffic assignment models have been proposed in the past to tackle this pitfall. However, most of the models still face the serious problem of space-time propagation of the traffic flow and congestion. In this study, we propose the model which can model space-time propagation of the traffic congestion. In the proposed model, the traffic volume on a certain link will be carried over to the next time period representing the propagation of the congestion from one period to another.

1. はじめに

実務において，交通均衡モデルにより，日単位の交通量配分が行われるようになっている．配分とは，調査等で得られたあるノードから別のノードへのノード間やあるゾーンからゾーンへのゾーン間の交通移動量（Origin-Destination 交通量; OD 交通量）がどの経路を流れるのかを考えることであり, OD 交通量を配分して，経路交通量やリンク交通量を求めるものである．この日単位の配分は，一日の交通量が定常状態であると仮定し，一日の平均的な交通量を求めるもので，日配分とも呼ばれている．

朝夕のピーク時間帯や日中・夜間の間では，交通量や交通流の移動の方向性などは大きく異なる．したがって，交通ネットワークフローの現況再現や交通政策評価のためには，一日を通した交通状態をまとめて 1 つのネットワークフローで表現する日配分では十分とは言えないことが多いのが現状であろう．

これまでにも一日の中で時々刻々と変化するネットワークフローを動的に取り扱うことが可能な動的利用者均衡や動的利用者最適，交通流シミュレーションなどが開発されている．しかし，それらのモデルの現実ネットワークへの適用には大きな問題がある．まず，詳細な動的な OD 交通量データの入手可能性をあげることができる．さらに，計算負荷・計算時間も問題になる．後者については，近年の著しい計算機の発達により，大都市圏の詳細なネットワークでない限り，適用可能のことが多いようにも思われる．しかし，時々刻々と変化するフローを再現できるモデルに見合った OD 交通量データの入手は難しいことが多いのではないだろうか．ETC 搭載車両の割合が多い高速道路や十分な数のプローブカーのデータが得られる場合などを除くと，現実の OD データの入手可能状況としては，一時間単位の OD データを入手するのが限界のことも多いと思われる．このような精度の粗い OD データしか入手できない場合，1 分や 5 分単位の動的な配分やシミュレーションは詳細過ぎるとも思える．有効数字や有効桁の考え方に見られるように, OD データの粗い精度に見合ったモデルを使用する方が合理的であり，現実ネットワークへの適用には，時間帯別配分モデルなどがむしろ適切な場合も多いと考えられる．時間帯

別配分モデルは，実務でも定着した（静的な日配分の）均衡モデルを拡張したものであり，実務においても，比較的容易に用いることも可能であると思われる．

準動的配分モデルでは，一日をいくつかの時間帯に分け，各時間帯で配分を行うものである．ただし，各時間帯で目的地に到着することが出来なかった交通量は次の時間帯に残留することにより，時間帯間のフローのダイナミクスを取り扱っている．このように時間帯間ではダイナミクスの記述が可能であるため，本研究では，時間帯別配分モデルを準動的配分モデル（semi-dynamic assignment model）と呼ぶことにする．

本研究では，各リンクごとに，そのリンクでの残留交通量を求め，次の時間帯に残留させる準動的配分モデルの定式化を行う．これにより，これまでの定式化された準動的配分モデル [1, 2, 3] の問題点である混雑の空間移動の再現が可能となる．また，静的配分ではなく，準動的配分であるため，混雑の時間変化も再現することができる．本研究では，残留交通量を適切に扱い，混雑の空間移動を記述できる準動的配分モデルのための新たな準動的均衡の提案が本研究の目的である．そして，それに基づいたモデル構築を行う．

2. 本モデルの位置づけ

交通ネットワークの分析において，どのようなモデルや手法を用いるべきかは目的や入手できるデータ，求められる精度などにより異なってくる．

再現できるフロー・ダイナミクスの詳細さ（詳細性）・計算量や計算時間の大きさ（計算負荷）・モデルの透明性の観点から，本研究のモデルおよび既存モデルの位置付けを**表-1**にまとめる．なお，透明性とは，同じデータセットに対して誰が計算しても同じ結果が出るのかやモデルがブラックボックス的になっていないのかなどをあわせて考えたものである．交通シミュレーションに関しては，様々なものが開発されているため，一般論として述べている．

一般ネットワークへの適用を考えると，既存準動的配分 [1,2,3] が扱うよりも詳細なモデルが必要な場合，交通流シミュレーションに頼らざるを得ない．ただし，透明性の点で問題がある場合もあり，また，既存の交通流シミュレーションでは，非常に精度の高い動的なODデータが必要となることが多い．既存準動的モデルと交通流シミュレーションの中間に位置するのが，本研究のモデルである．したがって，本モデルは必ずしも細かな離散時間帯に適用することを想定しているとは限らず，30分や1時間程度の比較的長い時間の取り扱いを想定している．この30分や1時間程度の平均的な（もしくは代表的な）交通状況を再現することを目的としている．菊池・赤松 [4]

表-1 各モデルの特性

	詳細性 [a]	計算負荷	透明性 [b]
静的モデル	×	◎	○
既存準動的モデル [1),2),4)]	△	◎	○
本モデル	○	○	○
動的均衡モデル（DUE）	◎ [c]	— [d]	○
交通シミュレーション	◎ [c]	○	△

a: 取り扱うことの出来る時間の細かさやフローダイナミクスの詳細さなど
b: 解の一意性やモデルがブラックボックスになっていないかなど
c: 詳細なODデータを用いた場合
d: 一般ネットワークのための計算法は確立されているとは言えない

も位置付けとしては，本モデルと同様と考えられるが，以降で述べるように計算量やモデル特性の面で本モデルよりもより詳細な交通現象の記述が可能である．

3. 仮定・前提条件

準動的配分モデルは，基本的に一日を複数の時間帯に分割し，各時間帯内では静的に配分を行う．時間帯間では，各時間帯内で目的地に到達することが出来なかった交通が次の時間帯に持ち越される．前章でも述べたが，この次の時間帯に持ち越された交通量が残留交通量である．時間帯 $t\ (\in T)$ でリンク ij に流入する交通量を x_{ijt} とする．ここで，T は時間帯の集合である．また，ノードを意味する i 及び j を用いて，リンクを ij と表現する．N はネットワーク内のノードの集合である（$i, j \in N$）．リンクの集合を A とし，$ij \in A$ という表記を用いる．時間帯 t でリンク ij を通過できなかった，つまり，その時間帯にリンク ij に流入したものの，その時間帯内で次のリンク（リンク jk ）に流入できなった交通量を y_{ijt} とする．

本研究での前提や仮定条件は，以下の通りである．

1. 一日をある一定の長さの複数の時間帯に分割
2. 時間帯内では各状態は一定（もしくは一様）
   - 旅行時間は一定
   - 個々の道路利用者を区別せず，平均的な状況を取り扱う
3. 時間帯内でリンクを通過できなかったリンク流入交通量は次の時間帯へ残留
4. リンクに流入した交通量は流入した時間帯またはその次の時間帯に当該リンクから流出
5. リンクの旅行時間はそのリンク（のみ）の流入交通量の関数
6. リンク旅行時間関数は連続（で微分可能）かつ狭義単調で，定義域に対して常に正の値をとる
7. リンク上の残留交通量は次の時間帯では，そのリンクの終点ノード（次のリンクの始点ノード）からの発生交通量として扱う
8. 次の時間帯への残留交通量はリンクの流入交通量の連続（で微分可能）かつ狭義単調増加な関

数で表され，定義域に対して常に非負で，流入交通量を超えないとする

9. 出発地と目的地が決まった交通量のミクロ的な主体であるドライバーは合理的であり，旅行時間が最小となる経路を選択しようとする

なお，時間帯の長さは，1 分や 5 分などの短いものではなく，30 分や 1 時間の比較的長い時間を想定している．

本研究では，残留交通量 y_{ijt} は x_{ijt} の関数であるとし，$y_{ijt} = g_{ij}(x_{ijt})$ とする．仮定8で述べたように，$g_{ij}(x_{ijt})$ は連続かつ狭義単調増加な関数で，定義域に対して，$0 \le g_{ij}(x_{ijt}) \le x_{ijt}$ $(\forall ij \in A, \forall t \in T)$ となる．また，$\lim_{x \to +0} g_{ij}(x)/x = 0$ $(\forall ij \in A)$ とする．流入交通量のうち残留交通量になる比率は流入交通量が小さくなるほど小さくなるのが自然であり，極限としては $g_{ij}(x)/x = 0$ が成り立つとする．

時間帯 t でリンク ij に流入した交通量のうち，時間帯 t 内で通過した（流出した）交通量を z_{ijt} とすると（以降，z_{ijt} を簡単のため流出交通量と表現することがあるが，時間帯 t でリンク ij に流入した交通量のうち時間帯 t で流出した交通量とする），流入した交通量はその時間帯に流出するか，残留するかのいずれがとなるため，

$$x_{ijt} = y_{ijt} + z_{ijt} \tag{1}$$

であり，$z_{ijt} = x_{ijt} - g_{ij}(x_{ijt})$ から，z_{ijt} も x_{ijt} の関数となる．この z_{ijt} も定義域に対して，$0 \le z_{ijt} \le x_{ijt}$ $(\forall ij \in A, \forall t \in T)$ となり，x_{ijt} の連続で狭義単調な関数として表すことができる．

仮定2に関連して，リンク流入した道路利用者（交通量）は区別されることなく，目的地や残留交通量であったのかなどで区別することなく，平等に扱われるものとする．これを受け，任意の ij, n, t において以下の式が成立するものとする．

$$\frac{x_{ijnt}}{z_{ijnt}} = \frac{x_{ijt}}{z_{ijt}} \tag{2}$$

ここで，x_{ijnt} は目的地 n に向かうリンク ij への流入交通量，z_{ijnt} は目的地 n に向かうリンク ij の流出交通量である．

4. 定式化

時間帯 t に，ノード i を通過し，ノード n へ向かう交通量及びノード i から発生し，ノード n へ向かう交通量は，リンク ij が最小旅行時間経路上にあれば，リンク ij を通ることになる（合理的なドライバーはリンク ij を通行し得る）．ノード i から目的地であるノード n への最小旅行時間 τ_{int} がリンク ij の旅行時間 c_{ijt} とノード j からノード n までの最小旅行時間 τ_{jnt} との和に等しければ，リンク ij はノード i とノード n 間の最小旅行時間経路上にあるため，リンク ij 上にノード n へ向かう交通量が存在し得る．よって，$x_{ijt} > 0$ ならば，$c_{ijt} + \tau_{jnt} - \tau_{int} = 0$ が成立し，$c_{ijt} + \tau_{jnt} - \tau_{int} > 0$ ならば，$x_{ijt} = 0$ となる．

前章で述べた仮定（仮定4）により，時間帯 t にリンク ij に流入した交通量は，時間帯 t もしくは時間帯 $t+1$ にそのリンクを流出する．したがって，最小旅行時間は単に時間帯 t 内のみで考えればよいとは限らない．そこで，本研究では，時間帯 t で流入した交通量のうち，その時間帯内でリンク ij を流出し，ノード n に向かう（流出）交通量 z_{ijnt} については，ノード j と目的ノード n 間の最小旅行時間を τ_{jnt} とし，時間帯 t から次の時間帯に残留する交通量 $x_{ijnt} - z_{ijnt}$ の最小旅行時間は，その残留交通量がノード j を出るのが次の時間帯 $t+1$ であるため，τ_{jnt+1} とする．時間帯内では各状態は一定と仮定しており（前章での仮定2），それに基づき，残留交通量と時間帯内で流出した交通量を別個に取り扱うことはせず，最小旅行時間を計算する際には，これらの重み付き平均として求めることにする．つまり，その時間帯の流入交通量の最小旅行時間はある1つの値のみを用い，それは流出交通量と残留交通量の各最小旅行時間の重み付き平均とする．本研究では，時間帯 t にリンク ij に流入した交通量に関して，ノード j からノード n への最小旅行時間 μ_{ijnt} を以下のように定義する:

$$\mu_{ijnt} \equiv \begin{cases} \dfrac{z_{ijnt}}{x_{ijnt}}\tau_{jnt} + \left(1 - \dfrac{z_{ijnt}}{x_{ijnt}}\right)\tau_{jnt+1} & if\ x_{ijnt} > 0 \\ \tau_{jnt} & if\ x_{ijnt} = 0 \end{cases} \tag{3}$$

上式の z_{ijnt}/x_{ijnt} $(= z_{ijt}/x_{ijt})$ は時間帯内にリンク ij を通過する交通量（流出交通量）の割合，$1 - z_{ijnt}/x_{ijnt}$ は残留交通量の割合である．ここで，式 (2) で示したように，$z_{ijnt}/x_{ijnt} = z_{ijt}/x_{ijt}$ が成立している．時間帯内に通過する交通量のノード j から目的地であるノード n までの最小旅行時間を τ_{jnt} とし，残留交通量のそれは τ_{jnt+1} であるため，内分をとったものが上の式である．また，これはリンク ij の交通量に関して定義されるものであるため，μ_{ijnt} には添え字 i が含まれている．

この μ_{ijnt} を用いることが，菊池・赤松 [4] の定式化と大きく異なる点である．本稿では紙面の都合上省略するが，この仮定により，解の一意性が保証される．

本研究では，リンク流入交通量 x_{ijnt} が任意のリンク・目的地ノード・時間帯 $(\forall (i, j) \in A_{-n}, n \in D, t \in T)$ において，

$$\begin{aligned} c_{ijt} + \mu_{ijnt} - \tau_{int} = 0 \quad if\ x_{ijnt} > 0 \\ c_{ijt} + \mu_{ijnt} - \tau_{int} \ge 0 \quad if\ x_{ijnt} = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

が成り立つように配分を行う．ただし，A_{-n} は始点が n 以外リンクの集合であり，D は目的地ノード集合である．

配分を考える上で，フロー保存条件が必要である．ノード i に関して，ノードに流入する交通量と流出する目

的地別の交通量は等しくなければならない．フロー保存条件を考えるにあたり，以下の3種類の変数 $u_{int}, v_{int}, q_{int}$ を定義する．

$$u_{int} = \sum_{j \in N_i^{out}} x_{ijnt} \tag{5}$$

$$v_{int} = \sum_{k \in N_i^{in}} z_{kint} \tag{6}$$

$$q_{int} = d_{int} + \sum_{k \in N_i^{in}} (x_{kint-1} - z_{kint-1}) \tag{7}$$

ここで，N_i^{out} はノード i から流出するリンクの終点ノードの集合，N_i^{in} はノード i に流入するリンクの始点ノードの集合であり，d_{int} は時間帯 t に発生するノード i から n へ向かうのOD交通量（交通需要）である．また，$x_{jn0} - z_{ijn0} = 0$ ($\forall(i, j) \in A_{-n}, n \in D$) である（一番最初の時間帯へ持ち越される残留交通量はない）．u_{int} はノード i を始点とする各リンクの流入交通量の和であり，ノード i から流出する交通量の和である．v_{int} はノード i を終点とする各リンクの流出交通量の和であり，ノード i へ流入する交通量の和である．式 (7) の右辺の第二項の $x_{kint-1} - z_{kint-1} = y_{kint-1}$ はノード i に流入するリンク上での前の時間帯からの残留交通量であり，残留交通量は（次の時間帯では）OD交通量と同様に扱われることとしている．なお，d_{int} はOD交通量であるため，与件である．この (7) は仮定7によるものである．式 (5) から (7) を用いると，フロー保存条件は，

$$u_{int} = q_{int} + v_{int} \quad \forall i \in N_{-n}, n \in D, t \in T \tag{8}$$

と書くことが出来る．ここで，N_{-n} は n 以外のノード集合であり，目的地であるノード n では，ノード n が目的地である交通量は全て吸収される．

以上より，本配分は，$\forall(i, j) \in A_{-n}, n \in D, t \in T$ において，次式が成立する相補性問題として定式化できる．

$$\begin{aligned} & x_{ijnt}\left(c_{ijt} + \mu_{ijnt} - \tau_{int}\right) = 0 \\ & x_{ijnt} \geq 0,\ c_{ijt} + \mu_{ijnt} - \tau_{int} \geq 0 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} & \tau_{int}\left(u_{int} - q_{int} - v_{int}\right) = 0 \\ & \tau_{int} \geq 0,\ u_{int} - q_{int} - v_{int} \geq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

動的配分や時間帯別配分では，最小旅行時間の定義はいくつか存在する．ある一時点での各リンクの旅行時間の和である現在時間での最小旅行時間と各車両が実際に経験する最小旅行時間（その車両が最小旅行時間経路を走行した場合）である．本研究では，式 (3) からも分かるようにその時間帯のリンク旅行時間の和としての最小旅行時間ではなく，その時間帯だけでなく，その次（及びそれ以降）の時間帯のリンク旅行時間時間も考慮した最小旅行時間を考える．

5. 計算アルゴリズム

相補性問題に関しては，いくつもの解法が開発されている．本稿では，2乗Fischer-Burmeister関数（2乗FB関数）[5] を用いた再定式化による最適化問題を通常の最適化アルゴリズムによって解く方法を用いることにする．これを行うために，まず，以下のように関数 $\phi_{ijnt}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$，$\varphi_{ijnt}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$ を定義する．

$$\begin{aligned} \phi_{ijnt}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau}) = {} & x_{ijnt} + c_{ijt} + \mu_{ijnt} - \tau_{int} \\ & - \sqrt{x_{ijnt}^{\ 2} + \left(c_{ijt} + \mu_{ijnt} - \tau_{int}\right)^2} \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{int}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau}) = {} & \tau_{int} + u_{int} - q_{int} - v_{int} \\ & - \sqrt{\tau_{int}^{\ 2} + \left(u_{int} - q_{int} - v_{int}\right)^2} \end{aligned} \tag{12}$$

ここで，$\mathbf{x}$, $\boldsymbol{\tau}$ は各々 x_{ijnt}, τ_{int} を要素として持つベクトルである．

上記の関数を用いた以下の $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$ を定義する．

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau}) = \frac{1}{2} \sum_{i \in N_{-n}} \sum_{n \in D} \sum_{t \in T} \left[\varphi_{int}^{\ 2} + \sum_{j \in N_i^{out}} \phi_{ijnt}^{\ 2} \right] \tag{13}$$

$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$ は明らかに $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau}) \geq 0$ である．また，式 (9) 及び (10) で表される相補性問題の解と $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau}) = 0$ の解は等価となる [5]．よって，制約なしの $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$ の最小化問題を準ニュートン法などの通常の最適化アルゴリズムにより解くことによって配分の解を得ることが出来る．

本稿では紙面の都合上省略するが，本準動的均衡配分モデルの解は一意である．関数 $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$ の性質が十分には明らかになっていないため，$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau})$ に局所解が存在する可能性は現時点では捨てきれない．よって，通常の最適化アルゴリズムを用いると局所解に陥る可能性もある．しかしながら，$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau}) > 0$ の時の収束した計算解は局所解等であり，初期値などを変更し，再計算の必要がある．つまり，局所解が仮に存在しても計算解が局所解か，本来求めるべき解かを容易に判断することが出来る．

連絡先

郵便番号 920-1192 金沢市角間町　金沢大学大学院自然科学研究科社会基盤工学専攻環境デザイン学系
TEL: +81-(0)76-234-4614, FAX: +81-(0)76-234-4644
E-MAIL: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp

参考文献

[1] 藤田素弘，松井寛，溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集，No. 389/IV-8, pp. 111-119, 1988.
[2] 宮城俊彦，牧村和彦：時間帯別交通配分手法に関する研究，交通工学，Vol. 26, No. 2, pp. 17-28, 1991.
[3] 赤松隆，牧野幸雄，高橋栄行：時間帯別 OD 需要とリンクでの渋滞を内生化した準動的交通配分，土木計画学研究・論文集，No. 15, pp. 535-545, 1998.
[4] 菊池志郎，赤松隆：リンクの流入・流出交通量を内生化した時間帯別交通均衡配分に関する基礎的研究，土木計画学研究・論文集，No. 24, pp. 577-585, 2006.
[5] 例えば，福島雅夫：非線形最適化の基礎，朝倉書店，東京，2001.