

最適 DI 模型に基づいた景気循環

谷口正明¹, 中山章宏², 坂東昌子¹

¹ 愛知大学

² 名城大学理工学部

概要

私達は、景気循環を説明するために、経済成長 (ΔG) と日銀の景況判断指数 (DI) についての力学的な模型を提案する。この模型は、交通流の OV 模型に類似した方程式によって記述される。この模型で $a = 2$ のときには保存系となり、保存量が存在する。これは、力学系の全エネルギーに対応するものである。また、この模型では、景気変動の周期は 5 年 ~ 8 年程度となり、Juglar サイクルの周期 (約 7 年 ~ 10 年) を再現する。

Business Cycle based on Optimal DI Model

Masa-aki Taniguchi¹, Akihiro Nakayama², and Masako Bando¹

¹ Aichi University, Miyoshicho, Aichi 461-8641, Japan.

² Meijo University, Nagoya 468-8502, Japan.

Abstract

We propose a dynamic model for the economic growth (ΔG) and the diffusion index (DI) in order to explain the business cycle. This model is described by equations analogous to the optimal velocity model in traffic flow. In the model there exists a conserved quantity, which corresponds to the total energy in a dynamical system. We found that the business cycle with the period 5 ~ 8 years is favorably reproduced, since the model predicts a periodic motion in the conservative system.

1 Introduction

実質 GDP [1] はマクロ経済で最も重要な量のうちのひとつである。実質 GDP は長期的には増加関数であるが、局所的には景気の変動をあらわす振動をともなっている。当年の GDP から前年の GDP を引く ($\Delta GDP(i) = GDP(i) - GDP(i-1)$) とこの振動のみに注目することができる。これは過去 1 年間の GDP の伸びであるから、私達はこの量を「経済成長」と呼ぶことにする。図 1 に示されているように $\Delta GDP(i)$ は好景気と不景気の繰り返しである。私達はこれを景気循環と呼ぶ。

景気循環は、周期によって以下のように分類されている: Kitchin サイクル (3 ~ 5 年), Juglar サイクル (7 ~ 10 年), Kuznets サイクル (15 ~ 25

年), Kondratieff サイクル (45 ~ 60 年)。このうち、単に景気循環という時には Juglar サイクルを指す事が多く、これを主循環と呼ぶ場合がある。

景気循環の原因は、経済の外的な要因あるいは内的な要因で説明されている。内的な要因で景気循環を説明する模型はこれまでにいくつか提案されてきた [4, 5, 6, 7]。彼らの目的は、景気循環の原因を力学的に明らかにすることである。例えば、非線形模型では景気変動を "limit cycle" の言葉で理解しようとしている。私達は、景気循環を内的要因で説明するために交通流の模型に類似した新しい模型 [2, 3] を提案する。

私達は、経済成長 ΔG に加えて、もう一つ力学的な変数を導入する。それは日本銀行が発表してい

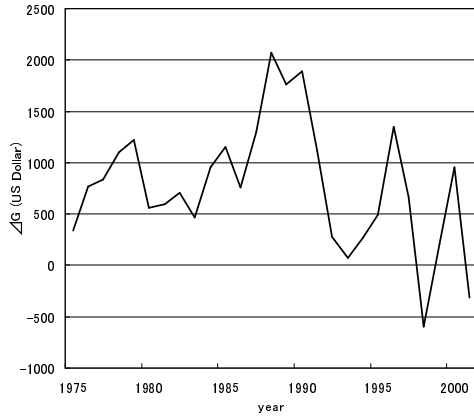


図 1: 日本の GDP の変化 $\Delta G(i)$ の時間依存性 .
($i = 1975, 1976, \dots, 2001$)

る景況判断指数 DI である . これは , 金融機関を除いた資本金 2 千万円以上の民間企業のうちから約 1 万社に収益を中心とした全般的な業況をアンケート調査した結果である . すなわち , これらの企業に現在の景況を聞き「良い」「さほど良くない」「悪い」という 3 つの選択肢の中から 1 つを回答してもらい , 「良い」から「悪い」を引いた割合である . これにより , 日本企業全体の景況感を知ることができる . 日銀の景況判断指数 DI は , 本来 ΔG とは別の変数であるが , 全体的な傾向はよく似ている (図 2) . 実際 , ΔG と DI の相関係数を計算すると 0.85 となり , 両者の間には強い相関があることがわかる .

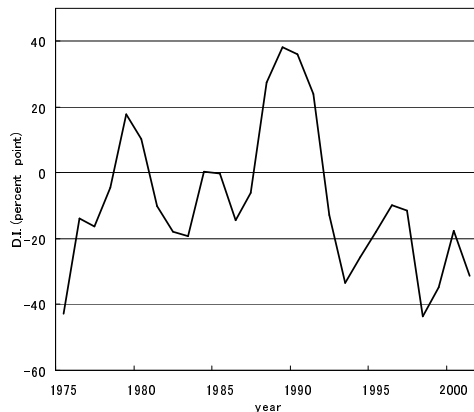


図 2: 日銀の景況判断指数 $DI(i)$ の時間依存性 .
($i = 1975, 1976, \dots, 2001$)

さらに , 相空間 $(\Delta G, DI)$ では $(\Delta G(i), DI(i))$ の軌跡は反時計回りに動く . これは , 交通流の車間距

離と速度 $(\Delta x, v)$ の軌跡と同様である .

景況判断指数 DI は各企業の経営者が抱く景況感の平均である . 各企業の経営者は , 景況感が良ければさらに生産を拡大しようとするし , 逆に , 景況感が悪ければ生産を縮小しようとする . ただし , 生産の拡大・縮小は各人の景況感のみに依存しているだけでなく , 同時に社会全体の経済の動きにも関連しているはずである . 従って , 経済成長 ΔG に依存する最適 DI というものが存在し , それよりも DI が小さい場合には , 生産を拡大しようとするし , 逆に最適 DI よりも大きい場合には生産を縮小しようとする . これが景気変動を動かす牽引力となっている . 実際 , DI の変化を “+” と “-” で表し , 各データに対応付けると図 3 のようになり , 両者を分ける曲線として最適 DI 曲線を定義することができる .

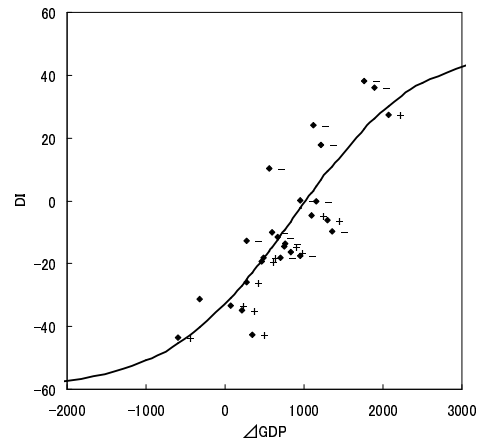


図 3: 最適 DI 関数 , “加速” 領域 , “減速” 領域 . それぞれの点は $(\Delta G(i), DI(i))$ のデータをあらわす . また , “+” や “-” は $DI(i)$ の変化が正であるか負であるかを表している . また , 実線は最適 DI 関数を表している .

私達は , 最適 DI として以下の形を仮定する .

$$ODI(\Delta G) = A + B \tanh(C(\Delta G - D)), \quad (1)$$

ここで A, B, C, D はある定数で , 次の値である :
 $A = -5, B = 55.3, C = 6.28 \times 10^4, D = 880.$

2 最適 DI 模型

私達は , 景気循環を内的要因で説明するために , OV 模型 [8] に類似した新しい模型 [2, 3] を提案する .

$$DI(i+1) - DI(i) = a(ODI(\Delta G(i)) - DI(i)) \quad (2)$$

$$\Delta_2 G(i+1) = bDI(i+1) + c, \quad (3)$$

ここで a, b, c はある定数であり, $\Delta G(i+1) = G(i+1) - G(i)$, $\Delta_2 G(i+1) = (\Delta G(i+1) + \Delta G(i))/2$ である. 式 (2) は, DI が最適 DI よりも小さいと DI が増える方向に動き, DI が最適 DI よりも大きいと DI が減る傾向であるということを定式化した. また, 式 (3) は, 現象論的に $\Delta_2 G(i)$ と $DI(i)$ の相関係数が 0.94 と極めて高いため, これらは一次関数であると仮定した. 実データに対する線形フィットにより, $b = 23.6$, $c = 969$ が得られる.

式 (2) と式 (3) から DI を消去すると, 次の式が得られる.

$$\begin{aligned} & \Delta G(i+1) + a\Delta G(i) + (a-1)\Delta G(i-1) \\ & = 2abODI(\Delta G(i)) + 2ac. \end{aligned} \quad (4)$$

この方程式は, 力学変数 $\Delta G(i)$ だけであらわされている. 従って, 今後 $\Delta G(i)$ の代わりに $x(i)$ と書くことにする. この方程式 (4) を数値的に解くと, 以下の事がわかる.

- (1) $a < 2$: $x(i)$ の振る舞いは, 初期条件によらず時間が経つと固定点に収束する.
- (2) $a = 2$: $x(i)$ は周期的な振る舞いをみせる.
- (3) $a > 2$: 初期条件によらず, $x(i)$ は時間が経つと発散する.

上記のうち (2) の場合のみが経済の周期的な変動を再現するので, この場合が景気循環を記述する候補となる. このため, 今後 $a = 2$ とする. この場合に, 式 (4) を連続化すると, 以下のような微分方程式になる.

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = 4[bODI(x(t)) - x(t) + c] \quad (5)$$

これは 2 階微分方程式なので, 運動方程式だとみなすことができる. そして, 右辺は "力" であり, $x(t)$ のみで書けている.

このモデルでは $a = 2$ の場合は保存系であり, 保存量 (全エネルギー) を定義することができる.

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + V(x), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} V(x) & = - \int 4[bODI(x) - x + c] dx, \\ & = -4\beta \log(\cosh(C(x-D))) + 2(x-\gamma)^2 \quad (7) \end{aligned}$$

ここで, $V(x)$ はポテンシャルエネルギーであり, パラメータを次のように再定義した: $\beta \equiv bB/C$, $\gamma \equiv bA + c$. これらのパラメータの値は $\beta = 2.08$, $\gamma = 0.851$, $C = 0.628$, $D = 0.880$ である.

3 数値計算の結果

ここではこのモデルの数値計算の結果を紹介する.

まず, ポテンシャルエネルギーは, 図 4 で表わされる. 最小値近傍では, 調和振動子的な振る舞いであるが, 遠方では最小値に対して左右対称ではない.

GDP の実データからエネルギーを計算すると, 図 4 (a) 1974 年の場合 (b) 1979 年の場合の様に異なるエネルギーを持っていることがわかる. なお, 1974 年とは, 日本で第一次オイルショックが起こった年である. 私達のモデルは保存系であり, 全エネルギーは保存する. しかし, 実際の経済では, 1974 年のように経済の大変動を伴う場合には, 何らかの外力が働き, エネルギーが持ち上げられるということを意味している.

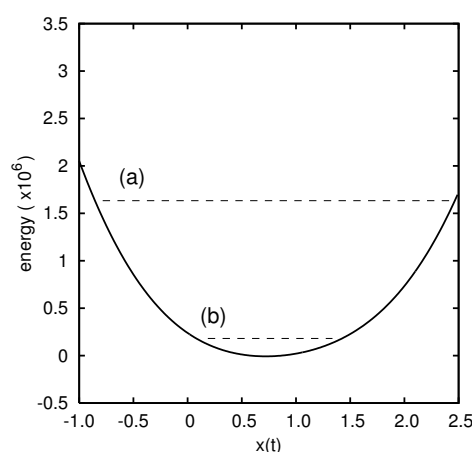


図 4: ポテンシャルエネルギーは図の実線である (Eq. (7)). 2 つの波線は, それぞれ (a) 1974 (b) 1979 の GDP の実データから得られたエネルギーである.

また, 相空間での $(x(t), DI(t))$ の軌跡は, 図 5 のように楕円形となる. ただし, 高エネルギーの場合には, 楕円の半径がより大きくなる. そして, 初期値によって振幅と周期が異なり (a) 1974 年の実データを初期値に選んだ場合には周期は約 5.5 年程度, (b) 1979 年の実データを初期値とした場合には, 周期は約 6.5 年程度となる. ちなみに, 1961 年から 2000 年までの実データを初期値とすると, およそ 5 ~ 8 年程度の周期となる事がわかる. これは, ジュグラーの周期 (約 7 年 ~ 10 年) をほぼ再現している.

次は, 実際の GDP データを用いてそれぞれの年の全エネルギーを計算する. 実際のデータから日本経済の全エネルギーを計算すると, いくつかの点を

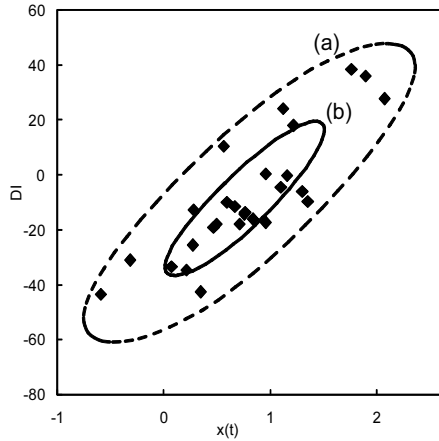


図 5: $(x(t), DI(t))$ の軌跡．破線と実線は，それぞれ (a) 1974 (破線) (b) 1979 (実線) を初期値に選んだ時の軌跡をあらわしている．ダイヤモンドマークは実データである．

除いて概ね一定である (図 6)．ただし，1974 年と 1998 年に鋭いピークが現れている．そして，1968 年と 1988 年にはなだらかなピークがある．これら 4 つのピークの位置は，日本経済の大変動の時期と一致する．1974 年のピークは「第一次オイルショック」であり，1998 年のピークは「平成大不況」のあった年である．また，1968 年と 1988 年のなだらかなピークは，それぞれ「いざなぎ景気」と「バブル経済」に対応している．このように，日本経済のエネルギーを見てみると，景気の大規模な拡大期には比較的なだらかなピークになり，大不況の際には鋭いピークになっている．

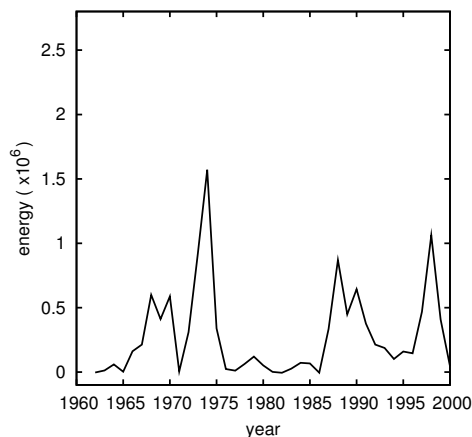


図 6: 実際の GDP データから計算された全エネルギー

表 1: 日本経済の大変動期

years	経済イベント
1965-70	いざなぎ景気
1974	第一次オイルショック
1979	第二次オイルショック
1986-91	バブル経済
1997-98	平成大不況

私達の模型は保存系であるので，エネルギーは保存しているはずである．しかし，経済の大変動期には，エネルギーは一定ではなくピークができています．私達の模型の範囲では，このような景気の大変動期には，外部から力が加わっているというより他はない．逆に言うと，私達が定義した経済の全エネルギーは，経済状況の大変動を知るインデックスになっていると言える．

参考文献

- [1] World Bank: *World Development Indicators 2003*. (World Bank Office of the Publisher, 2003).
- [2] M. Taniguchi, M. Bando, and A. Nakayama: *J. Phys. Soc. Jpn.* **76** (2007) 124003.
- [3] M. Taniguchi, M. Bando, and A. Nakayama: To be published in *J. Phys. Soc. Jpn.* **77** (2008).
- [4] P.A. Samuelson: *Foundations of Economic Analysis*. (Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1947).
- [5] J.R. Hicks: *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle* (Oxford University Press, Oxford, 1950).
- [6] K. Inada and H. Uzawa: *Economical Development and Fluctuations* (Iwanami, 1972) [in japanese].
- [7] L. Arnold: *Business Cycle Theory* (Oxford University Press, Oxford, 2002).
- [8] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama: *Phys. Rev.* **E51** (1995) 1035.