2次元最適速度モデルを用いた迷路の経路探索

大島吉雄 [1], 杉山雄規 [1]

[1] 名古屋大学 情報科学研究科 複雑系科学専攻

概要

自己駆動粒子系の数理的モデルである 2 次元最適速度モデルは、二つのコントロールパラメータと粒子数によって様々な群れのパターンを形成する。本研究では、その中でも特に最近接相互作用を持つ追従型挙動モデルに注目し、その引力効果で簡単な迷路探索のシミュレーションを行った。

Finding the route of a maze using the two-dimensional optimal velocity model

Yoshio Oshima[1], Yuki sugiyama[1]

[1] Department of Complex Systems Science Graduate School of Information Science Nagoya University

Abstract

The two-dimensional optimal velocity model, which is presented as a mathematical model for self-driven particles, can reproduce a big variety of patterns in group formation as phase transition physics, by changing only two control parameters and the number of particles. We perform simulations for finding the route of a simple maze using the model of the nearest neighbor interaction with attractive force.

1 はじめに

自己駆動粒子とは、周囲に存在する粒子との相互作用に従って自らが動く粒子である。このような粒子から成る非平衡多体系において生ずる現象として、特徴的な巨視的パターンの形成が挙げられる。例として、交通流、避難者流、生物集団の運動などがある。またミクロな構成分子の集団が呈するマクロ現象の興味深い例として、近年、脳のような情報処理機関を持たない粘菌などの生物集団の運動が、集団全体の運動の結果として迷路の最適経路問題を解くといった実験結果が報告されている [1]。この実験から得られる興味深い特徴は、粘菌は迷路全体の構造についての情報を持っていないにもかかわらず、栄養分を輸送するために原形質が流動し、迷路の入り口と出口を結ぶ経路が複数ある中で、最短経路のネットワークを形成する点である。では、多体粒子系において、ミクロな局所的相互作用しか持たない粒子の集団運動全体の振舞いから、巨視的な情報が必要な迷路などの最適経路の解を得ることが出来るであろうか。本研究では、追従挙動を持つ自己駆動粒子系を用いてマクロな集団運動により、このような問題を解くことを考える。まずは入り口と出口を結ぶ経路が一つである場合の迷路問題の解を見出すことを試みた。

2 2次元最適速度モデル

自己駆動粒子集団のパターン形成の研究に使われている、2 次元最適速度モデルを考える。1 次元の最適速度モデルは、粒子が前方粒子に追従する効果を持つことから主に交通流の解析に用いられている。このモデルを高次元化することにより、粒子の追従挙動と排除効果の二つの効果を取り入れることが出

来、多粒子系の振る舞いを多様にすることができる。2 次元最適速度モデルを次式 (1) で与える。

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}_i^2(t)}{\mathrm{d}t^2} = a\left(\sum_j \boldsymbol{F}(\Delta\boldsymbol{x}_{ij}(t)) - \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}_i(t)}{\mathrm{d}t}\right) \qquad (1)$$

ここで $\boldsymbol{x}_i$ は i 番目の点粒子の位置ベクトル、$\Delta\boldsymbol{x}_{ij} = \boldsymbol{x}_j - \boldsymbol{x}_i$ は二つの粒子の変位、a は感応度を示す定数、$\boldsymbol{F}(\Delta x_{ij})$ は最適速度関数で、他の粒子との間隔に応じた最適な速度を与える関数である。方程式から、粒子は他の粒子との間隔に応じた最適速度と現在の速度を比較し、感応度 a の重みをつけて加速度を制御することが読み取れる。最適速度関数は一般的に次式 (2) のような関数形が考えられる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}(\Delta\boldsymbol{x}_{ij}) &= f(r_{ij})(1+\cos\theta)\boldsymbol{n}_{ij} \\ f(r_{ij}) &= \alpha(\tanh\beta(r_{ij}-d)+c) \end{aligned} \qquad (2)$$

ここで、r_{ij} は粒子間の距離、θ は粒子の進行方向に対する他の粒子の位置方向の角度、$\boldsymbol{n}$ はその方向の単位ベクトルである。また、ある半径 R 内にある粒子とのみ相互作用するとし（$r_{ij} > R,\ f(r_{ij}) = 0$）、相互作用の大きさは 2 つの粒子間の距離による。さらに $(1+\cos\theta)$ の項により、粒子の進行方向に位置する他の粒子から主に影響を受ける。最適速度関数は次のような性質を要求される。　間隔についての単調増加関数である。　粒子間隔がある程度大きくなれば最適速度が定数となる。これらの性質は交通流をはじめとし、粉体流、生物集団の運動などの多くの自然現象に見られ、(2) 式は最適速度関数の典型的なものとして考えられる。

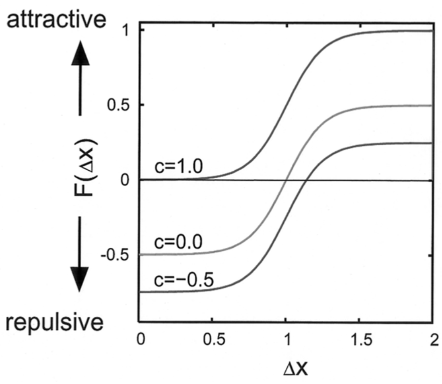

図 1: 最適速度関数のパラメータ c 依存

ここで、c は粒子間の距離に応じた相互作用の性質を制御するパラメータである。図 1 にパラメータ c を変化させた時の最適速度関数を示す。$c = 0.0$ の場合、粒子間隔が小さくなると（$\Delta x < 1.0$）斥力（排除効果）が働き、大きくなると（$\Delta x > 1.0$）引力（追従効果）が働く。1 次元系では、粒子間距離が大きいときに加速する「追従挙動」と近づいたときに減速する「排除挙動」は相互作用としては反対符号に過ぎない。しかし、2 次元以上の空間ではそれ以上の意味を持つ。粒子が近寄った場合には別の方向へ運動できるからである。このように高次元化によって様々な挙動のバリエーションが生じる。

3　2 次元最適速度モデルで現れるパターン

今回使うモデルでは、各方向ごとに最近接に位置する粒子との相互作用を設定する。空間の大きさは一定とし、周期境界条件を設ける。半径 R を固定し、感応度 a、粒子数 N、パラメータ c を変えた場合の、緩和後に安定挙動する群れのパターンの例を以下に示す。

図 2 は、$c = 0.0$ で、$0.5R$ 内では斥力、$0.5R < r < R$ では引力を持つ場合の結果である。粒子はランダムに運動しているが、わずかな背景速度を外場として入れると運動の向きがそろい、大きなサイズの群れを作る。

図 3、図 4 は $c = 1.0$ で、R 内の全ての距離で引力（追従効果）を持つ場合の結果である。粒子はストリング状の群れを作り、蛇行しながら前方の粒子に追従する運動を示す。感応度を大きくすると、粒子の追従効果が強まり、それに応じて安定な群れを形成する。また一定のシステムサイズに対して粒子数を増やしていくと、次第にストリングを形成する粒子の密度が高くなる。

これらのシミュレーションの結果から、2 次元最適速度モデルから形成された群れは、外部からの粒子の散乱に対しては容易に壊れるが、群れの構成メンバーを入れ替えすぐに群れを作り直すという柔軟な安定性を持つことが分かる [2]。以上の知識を踏まえ、図 4 のようなパターンを示す追従的挙動モデル（$c = 1.0$）を選び、迷路の探索に応用する。

4　簡単な迷路探索への応用

以上を踏まえて、自己駆動粒子系を迷路探索へ応用する。図 5 のような迷路を設定する。初期条件として、粒子を迷路中にランダムに配置し、全ての粒

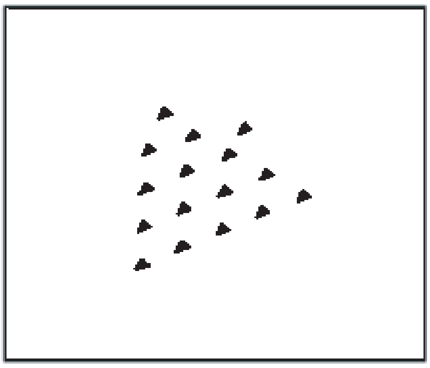

図 2: $c = 0.0, a = 3.0, N = 32$ での緩和後の粒子集団の一つの運動

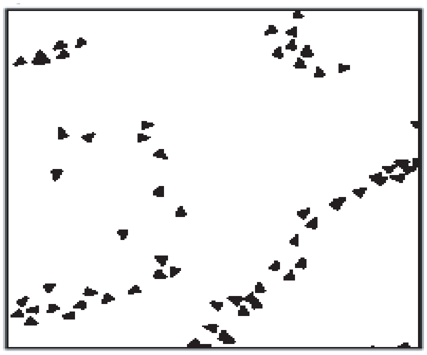

図 3: $c = 1.0, a = 3.0, N = 128$ での緩和後の粒子集団の運動

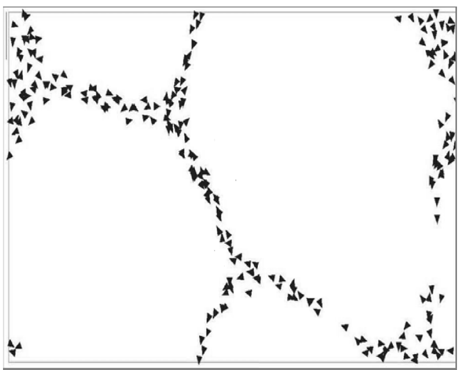

図 4: $c = 1.0, a = 9.0, N = 242$ での緩和後の粒子集団の運動

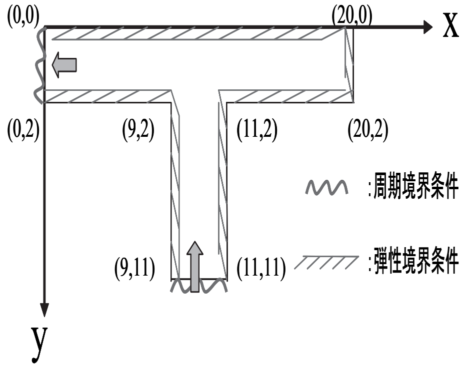

図 5: 迷路の設定。壁や行き止まりには弾性境界条件、入り口と出口には周期境界条件を設け、図の矢印の方向の外場を与える。

子に一定速度をランダムな方向へ与える。このような初期条件で、様々にコントロールパラメータを変え、シミュレーションを行った。

例として $c = 1.0$、$a = 10.0$、$N = 72$ に設定して行ったシミュレーションの、始状態と緩和状態の様子を図 6、図 7 に示す。

シミュレーションの初期段階では、粒子は近接に位置する他の粒子に追従し、いくつかのクラスターを形成し運動する。行き止まり近傍の粒子は、壁に跳ね返りながら自身の進行方向に位置している近接の粒子に追従し運動をする。そして、徐々に迷路の入り口と出口を安定に周回するストリング状の粒子集団に合流していく様子を確認できた。この粒子集団の振舞いに、各コントロールパラメータが演じる役割を以下に示す。

1) 感応度 a：群れの形成速度と群れの安定性に寄与している。a が大きいと、粒子はすばやく群れを形成し、迷路の入り口と出口を周回する状態を形成する。また、その安定性は強い。a がある程度小さい場合、群れの形成速度は遅いが一時的に周回状態は出来る。しかし必ずしもその状態の安定性は保たれない。a が極端に小さいと入り口と出口を周回する安定状態を形成しない。

2) 粒子数 N：迷路の面積に対して、粒子が入り口と出口を周回する安定状態を形成する最適な粒子数が存在する。ある程度粒子数が多いと、ストリング内の粒子の密度が高まり追従挙動が

強くなる。しかし粒子数が多すぎると、迷路内で粒子の排除面積が働くことにより行き止まり方面にも粒子が満たされ、周回状態は形成されない。また粒子数が少なすぎても、安定状態は形成されない。

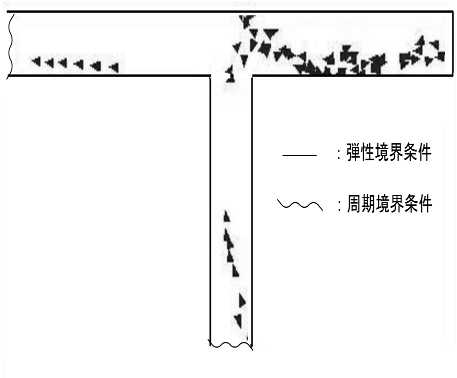

図 6: 始状態、時間ステップ $t = 10$ での迷路内での粒子の様子

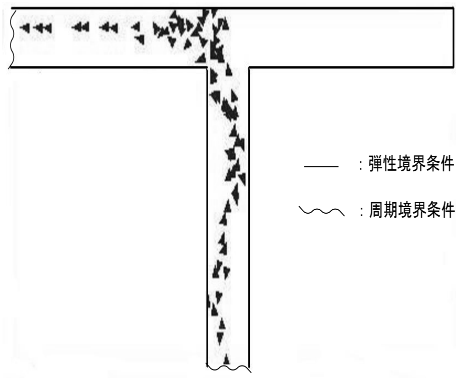

図 7: 緩和状態、時間ステップ $t = 4000$ での迷路内での粒子の様子

5 まとめ

追従挙動を示す 2 次元最適速度モデルを用いた迷路探索のシミュレーションでは、感応度 a、粒子数 N、引力・斥力を制御するパラメータ c を適切に選ぶことにより迷路の入り口と出口の結ぶ経路を見出すことが分かった。最近接する粒子との局所相互作用による追従効果のみで、その集団運動の結果、マクロ現象として簡単な迷路について最適解を求めることができた。一般には、粒子間の局所的相互作用の性質に結果が大きく影響するように思われる。このシミュレーション結果は、火事のとき煙で周囲がよく見えない場合、人々が単に前方の人について行くという場合の避難者流の振舞いとも考えられる。今後は、複雑な経路を持つ迷路や、入り口と出口を結ぶ経路が複数ある場合について、最適経路の解が得られるかどうかを試みる必要がある。

参考文献

[1] A. Tero, R. Kobayashi and T. Nakagaki, J. Theor. Biol. **244**, (2007) 533.

[2] Y. Sugiyama, A. Nakayama and E. Yamada, in Traffic and Granular Flow ’05, edited by A. Schadschneider, T. Poeschel, R. Kuehne, M. schreckenberg, and D.E.Wolf, (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2007), pp.277-282.

[3] A. Nakayama, K. Hasebe and Y. Sugiyama, Phys. Rev. E **77** (2008) 016105.

[4] T. Nakagaki, M. Iima, T. Ueda, Y. Nishiura, T. Saigusa, A. Tero, R. Kobayashi and K. Showalter, Phys. Rev. PRL **99** (2007) 068104.

[5] A. Nakayama, K. Hasebe and Y. Sugiyama, Phys. Rev. E **71** (2005) 036121.

[6] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. shibata, and Y. Sugiyama, Phys. Rev. E **51** (1995) 1035.