人間の混雑状況をマクロに把握するためのイベントモデルの提案

木村紋子 [1], 柳澤大地 [1], 須摩悠史 [1], 西成活裕 [1,2]

[1] 東京大学 工学系研究科 航空宇宙工学専攻
[2] (独) 科学技術振興機構さきがけ

概要

本稿では、イベント会場などの人の出入りがある場所における混雑状況をマクロに把握するためのツールとしてイベントモデルを提案する。まずイベントモデルの安定性・振動性解析及び数値解の結果を示し、さらにイベントモデルの数値シミュレーションと実際のイベントにおける計測結果を比較する。

An event model for understanding macroscopic behavior of the pedestrian congestion

Ayako Kimura[1], Daichi Yanagisawa[1], Yushi Suma[1], Katsuhiro Nishinari[12]

[1] Department of Aeronautics and Astronautics, Graduate School of Engineering, The University of Tokyo
[2] Japan Science and Technology Agency, "Sakigake"

Abstract

In this paper we propose an Event Model which can describe pedestrian congestions in a macroscopic way. We show stability and oscillatory analysis and approximate solution of Event Model. We apply the model to traffic jams in an exhibition. Then we compare the simulation results and the measuring results in the exhibition.

---

1 はじめに

私たちの身の回りには渋滞があふれている。駅、空港、商業施設、イベント会場などが人でごった返しているのを見た、あるいは経験した方も多いのではないだろうか。人間の群集運動に関する研究は、古くは社会心理学などの分野で行なわれてきたが、現在では数学や物理を利用した群集運動の研究も盛んになってきいる。本研究は先に挙げたような人の出入りのあるような場所における渋滞現象に対して、空間内のマクロな滞在人数変化を把握し、分析するための手法としてイベントモデルを提案する。イベントモデルにより滞在人数のマクロな挙動を知り、人数調整あるいは渋滞の解消に役立てることが本研究の目的である。例えば、たくさんの人を集めたいようなイベントの場合（東京モーターショーなど）滞在人数をコントロールすることはイベント主催者側にとってメリットがある。今までは経験則によってこのようなコントロールを行なってきたが、数理的な裏づけがとれればイベント会場の設計、会場での整理などが客観的な根拠によって可能になる。一方で駅、空港などではラッシュ時の非常な混雑が利用者を悩ませており、渋滞解消が急務となっている。このようなことに対して、本研究の知見を利用することが期待されている。

2　イベントモデルの紹介

2.1　イベントモデルとは

イベント会場などの人の出入りがある場所の混雑状況のモデルとして、イベントモデルを提案する。人の出入りについて次のように考えてモデル化してみよう。

1. ある空間内に滞在している人数を時刻の関数として $n(t)$ とする。
2. 滞在人数 $n(t)$ の時間変化は入場者数と退場者数の差と考える。
3. 入場者は滞在人数 $n(t)$ に引き付けられて入ってくるとし、退場者は入場後、滞在時間 τ を過ぎてから出ていく。

入場者を引き付ける効果（中でどんなイベントが行なわれているか気になる効果）を α、退出させる効果（空間内にいる滞在人数のうち何割かが退出する効果）を β という係数でおくと、イベントモデルは次のような微分方程式で表すことができる。

$$\frac{dn(t)}{dt} = \alpha n(t) - \beta n(t-\tau) \qquad (1)$$

2.2　イベントモデルの解

イベントモデル (1) 式は 1 階の線形微分差分方程式であるから、解くことが可能である。[2]

ただし境界条件を、

$$n(t) = 0 (t < 0) \qquad (2)$$

とする。ここで簡単のため $\alpha = \beta$ とし、両辺をラプラス変換する。

$$N(s) = \frac{n(0)}{s}(1 - \frac{\alpha}{s}(1 - e^{-\tau s}))^{-1} \qquad (3)$$

s が十分大きいとして (3) 式を展開すると、

$$N(s) = \frac{n(0)}{s} + n(0)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha^k}{s^{k+1}}(1 - e^{-\tau s})^k \qquad (4)$$

となり、(4) 式を項別に逆ラプラス変換し

$$\begin{aligned} n(t) &= n(0) + n(0)[\alpha[t-(t-\tau)] + \\ &\quad \frac{\alpha^2}{2!}[t^2 - 2(t-\tau)^2 + (t-2\tau)^2] + \cdots] \\ &= n(0) + n(0)\sum_{i=1}^{\infty} f_i(t,\tau) \qquad (5) \end{aligned}$$

ただし、

$$f_i(t,\tau) = \mathcal{L}^{-1}[\frac{\alpha^i}{s^{i+1}}(1 - e^{-\tau s})^i] \qquad (6)$$

とする。ここで境界条件 (2) 式より、$t - k\tau < 0$ のとき $f_i(t,\tau)$ の $t - k\tau$ の項が 0 となるので、t を決めると (5) 式は有限の項からなる。つまり、$m\tau < t < (m+1)\tau$ のとき (5) 式は、

$$n(t) = n(0) + n(0)(f_1(t,\tau) + f_2(t,\tau)\cdots \quad + f_m(t,\tau)) \qquad (7)$$

となる。(5) 式を整理して、イベントモデルの解 (下記のような多階段関数) を得る。

$$m\tau < t < (m+1)\tau のとき \quad n(t) = n(0)\sum_{k=0}^{m}(\alpha\tau)^k$$
$$(m = 0, 1, 2, \cdots) \qquad (8)$$

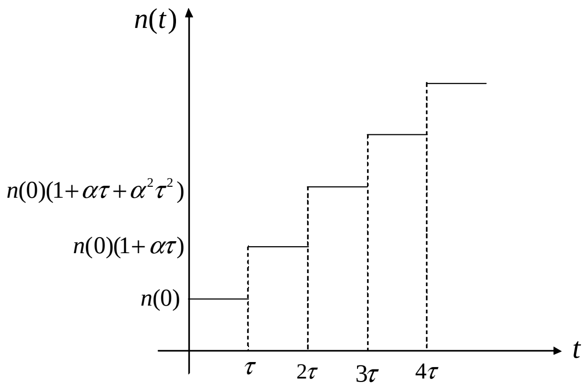

図 1: イベントモデルの解

この解は、τ が小さい場合のイベントモデルの解である。（後述）

イベントモデル (1) 式は 1 階の線形微分差分方程式であるが、差分の項（時間遅れの項）$n(t-\tau)$ が非線形性を持っていることに注意しなければならない。このことがイベントモデルの解析を難しくしている。

2.3　イベントモデルの安定性及び振動性

イベントモデルの安定性解析を行なう。イベントモデルの解として $n(t) \propto e^{(\gamma + i\omega)t}$ という解を仮定すると、滞在人数が発散しないためには $\gamma < 0$ であることが必要である。これより安定性が切り替わるのは $\gamma = 0$ のときであると考えられる。[1]

よって (1) 式に $n(t) \propto e^{i\omega t}$ を代入し、$\gamma = 0$ のときの τ_c（滞在時間の臨界値）を求める。

$$\tau_c = \begin{cases} \frac{cos^{-1}(\alpha/\beta)}{\sqrt{\beta^2-\alpha^2}} & \alpha < \beta \\ \frac{1}{\alpha} & \alpha = \beta \end{cases} \tag{9}$$

τ_c の大小、及び α、β の大小関係によってイベントモデルの安定性を議論できる。（図 2 を参照）

	$\alpha > \beta$	$\alpha = \beta$	$\alpha < \beta$
divergent	○	$\tau \geq \frac{1}{\alpha}$	$\tau > \frac{\cos^{-1}(\alpha/\beta)}{\sqrt{\beta^2-\alpha^2}}$
stable		$\tau < \frac{1}{\alpha}$	$\tau < \frac{\cos^{-1}(\alpha/\beta)}{\sqrt{\beta^2-\alpha^2}}$

図 2: イベントモデルの安定性

さらに、イベントモデルの振動性を調べる。イベントモデルに非振動解 $n(t) \propto e^{-\gamma t}$ を代入すると、非振動解を持つ条件を計算することができる。

$$\begin{cases} 0 \leq \beta\tau e^{-\alpha\tau} \leq \frac{1}{e} & \alpha < \beta \text{のとき} \\ \text{常に非振動解を持つ} & \alpha \geq \beta \text{のとき} \end{cases} \tag{10}$$

2.4 イベントモデルの数値解

前節で論じたイベントモデルの安定性を考慮して数値シュミレーションを行なう。図 3 からわかるように、安定条件を満たしているときのみ滞在人数はある値に収束しているように見える。(図 2 の安定条件と図 3 の数値解の結果が対応している) 滞在人数が無限大となり発散している場合（図 3 の左上及び中央上のグラフ）でも時間を区切って見てみれば、滞在人数が増加しすぎて人の密集による事故が起きたときなどを表しているように見える。また $\alpha < \beta$ の振動解の場合、イベントモデルの数値解は負の値をとっており、現実の混雑現象と一致しない。

数値解が振動し、$n(t) < 0$ となる場合を回避するために、次の 2 つのアイディアを挙げる。

1. イベントモデルの係数 α, β を時間変化させ、$\alpha(t), \beta(t)$ とする
2. イベントモデルの第一項を非線形項とする。つまり、$\alpha n(t) = \alpha n(t)(N_{max} - n(t))$ とする

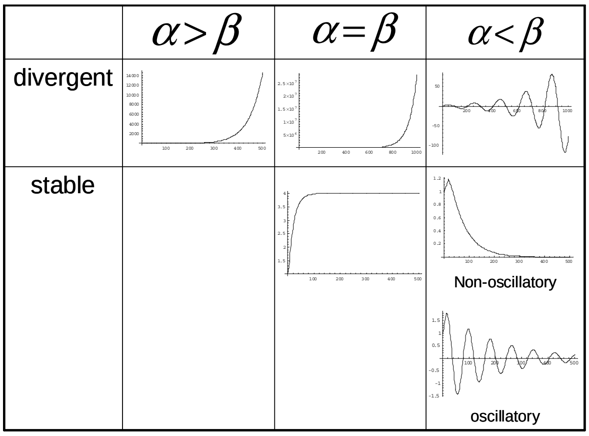

図 3: イベントモデルの典型的挙動

これらのアイディアを用いて、イベントモデルの各パラメータを適当に設定すると $n(t) < 0$ を回避するような数値解を見つけることができる。（常に回避できるわけではない。）

アイディア 1 は入退場者数を時間変化させ、より現実の混雑現象に近づけたものである。$\alpha = 0.08, \beta = 0.09, \tau = 10$ と $\alpha(t) = 0.08cos^2(t/2), \beta(t) = 0.09sin^2(t/2), \tau = 10$ の場合を図 4 に示す。

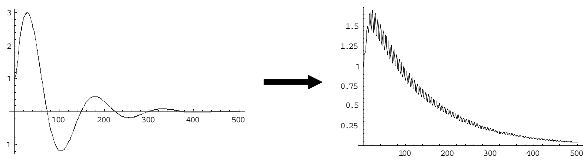

図 4: アイディア 1 の例

アイディア 2 は入場者数が会場の定員に抑制される効果を入れたものである、$\alpha = 0.02, \beta = 0.1, \tau = 45$ と $\alpha = 0.02, \beta = 0.1, \tau = 45, N_{max} = 100$ の場合を図 5 に示す。

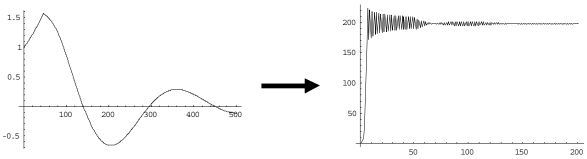

図 5: アイディア 2 の例

また、2.2 節で求めた解と本節の数値解（$\alpha = \beta$ の場合）を比較すると、τ が微小な場合はよく一致するが、τ が大きくなると誤差が大きくなる。

3　イベントモデルの具体的実測例

イベントモデルは、イベント会場や美術館など人がすすんで集まってくるような場所を想定したモデルである。

3.1　イベントブースにおける混雑

イベントモデルの検証のために、幕張メッセで行なわれた某イベント内の１ブースにおける滞在者の人数を測定した。観測環境は以下のとおりである。

1. 場所：幕張メッセ　某ブース　（24m × 24m 四方）
2. 日時：2007 年 6 月 14 日　午前 10:00〜13:00　午後 14:15〜15:15
3. 方法：ブースの周囲 6 地点から　入場者と退場者をそれぞれ計測。測定中 1 分毎に記録をとる。

観測結果は図 6、図 7 のようになった。滞在人数がイベント開始と共に増加を見せ（午前中）、午後になると一定の人数に収束しているように見える。

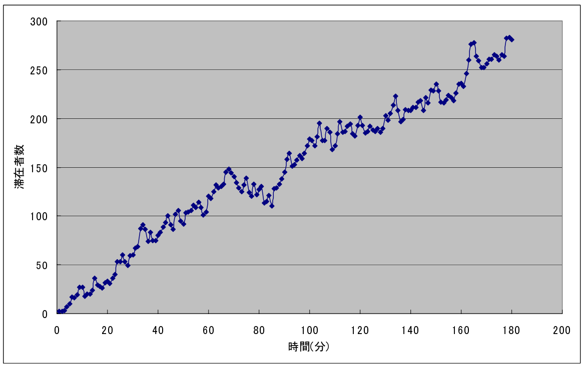

図 6: 観測結果（午前）

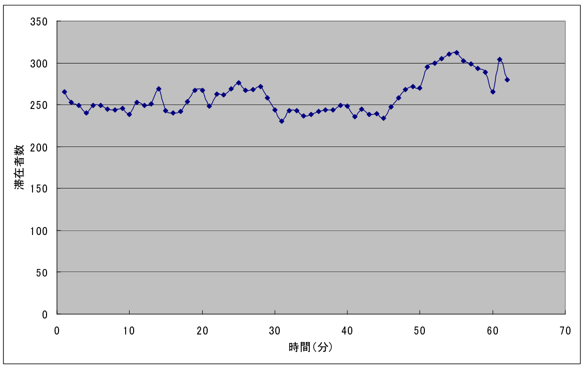

図 7: 観測結果（午後）

この結果を先ほどの数値解と比較してみると、$\alpha = \beta$ かつ $\tau_c \leq \frac{1}{\alpha}$ のときのものとよく似ている。実際に観測結果から α、β、及び τ を見積もることができ、おおよそ $\alpha = \beta = 0.075$、$\tau = 10$ となる。このときのイベントモデルの数値解は図 8 のようになる。

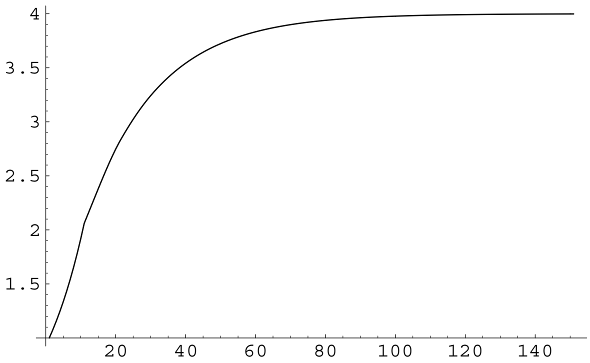

図 8: $\alpha = \beta = 0.075$、$\tau = 10$ のときの数値解

モデルと観測結果の比較から、イベントモデルは実際の混雑現象を定性的に表しており、妥当であることがわかった。ただし、観測結果と図 8 の数値解は定量的に一致していない。

4　まとめ

本研究ではイベントモデルというマクロな滞在人数を把握するためのモデルを提案した。そしてイベントモデルの解、及び安定性, 振動性について議論した。時間遅れの項を持つ微分方程式が非線形性を持ち、厳密解を求めることが難しいこと、また安定性解析の中で、係数 α, β だけでなく滞在時間 τ の臨界値 τ_c が、安定性に寄与することがわかった。次にイベントモデルの数値解を計算し、典型的な挙動の例を示した。人数が負になり現実と合わない状態を、モデルの係数の時間変化あるいは、非線形項の導入により回避可能であることを指摘した。さらに、イベントモデルを具体的な実測例と比較することにより、イベントモデルが人の混雑の様子を定性的に表すことがわかった。今後の課題としてモデルが定量的に現象を表すように、モデルを改良する、あるいは新しいアイディアを出すことが必要と思われる。

参考文献

[1] 大平徹, **ノイズと遅れの数理**, 共立出版, *2006*

[2] 池原止丈夫, **応用数学講義**, 学術図書出版社, *1964*