Swarm Oscillators -動的な非対称力の創る多粒子秩序-

田中 ダン [1,2]

[1] 福井大学 大学院工学研究科 知能システム工学専攻
[2] 科学技術振興機構 戦略的創造研究推進事業 個人型研究 さきがけ 研究員

概要

動的内部自由度を持つ粒子が、実空間に分布している系は遍在します。そこに潜む普遍的な数理機序を探求すべく、走化性リミットサイクル振動子群モデルを中心多様体縮約し、標準形モデルを導出しました。このモデルは豊富な創発構造を呈します。この豊富さは、粒子間に働く力が、粒子の内部状態に応じ動的に引力、斥力と変化する非対称力であることに起因します。

Swarm Oscillators
-multiparticle strcutures with varying asymmetric force-

Dan Tanaka[1,2]

[1] Department of Human and Artificial Intelligent Systems (HART), Graduate School of Engineering, University of Fukui
[2] Precursory Research for Embryonic Science and Technology (PRESTO), Japan Science and Technology Agency (JST)

Abstract

We propose a normal form describing a system of interacting particles. Each particle in this model exhibits internal dynamics, and there exists a nonlinear coupling between particles that depends on their internal states. We find that the model exhibits a rich variety of patterns. This richness is due to the fact that the asymmetric interaction between particles can be attractive or repulsive, depending on the internal states of the particles.

---

1 動的内部自由度を持つ粒子の集団秩序

動的内部自由度を持つ粒子が、実空間に分布している状況を考えます。例えば、非平衡下の分子群や細胞群などです。さらには、遺伝子や蛋白質の内部ネットワークを持つバクテリア、反応拡散系などにおけるブリーザー、交通流・粒子流・生体分子モーターなどのモデル (ASEP、自己駆動粒子系など) における粒子、BZ-AOT 系のようなエマルジョン中の反応性液滴、細胞性粘菌、蟻などの社会性昆虫、群れを成す魚などのネクトンや鳥、解糖反応下のイースト菌、なども挙げられるでしょう。このような系ではパターン形成のみならず、集合体の機能も創発します。例えば、哺乳類において細胞の集団運動が生体組織を作るときに重要であるという報告や、ある種の菌が集団運動することで病原性を増すという報告があります。また、単純なロボットの集合体 (Swarm-Robots、Modular-Robots) に高度な作業を担わせるという群知能の研究も盛んです。

2　普遍的数理構造へのアプローチ

このような内部状態を持つ粒子の集合体に潜む、未知の数理構造を明らかにできれば、細胞集合体の機能コントロールや、有益な物性を持つ分子集合体創成に役立つでしょう。そこで、このような系に通底する一数理構造を探求するべく、極力少ない仮定のもと、解析計算可能なミニマルモデルの一候補を模索、導出します。具体的には、走化性を示すリミットサイクル振動子の集合体に対し、振動子の超臨界 Hopf 分岐点近傍において中心多様体縮約を実行しました [1]。導出された数理モデルは、豊富な創発構造を呈します。また、このモデルはダイナミカルネットワークや流動的スピングラスと捉えることもでき、今後の発展に期待しています。

3　標準形モデル

未知の普遍的数理構造を明らかにするには、各々の系固有の事情を大胆に無視する数理モデル化が、しばしば有効です。この適切な '無視' を実現する物理・数学手法の一つが縮約です。それにはまず、縮約の元となる方程式系を提案しなければなりません。このため「動的な内部状態を持つ粒子が空間に散在し、粒子間に動的な相互作用のある系」のミニマムな設定を模索します。粒子の内部状態を記述するダイナミクスの最も単純なものの候補として、リミットサイクル振動が挙げられます。そこで、単一の粒子はなんらかのパラメータ変化で、超臨界 Hopf 分岐するとしましょう。多数の粒子が空間に分布しているとき、粒子間相互作用の最も単純な候補は、拡散場を介するものでしょう。拡散場があるとき、その勾配を感じて粒子が駆動するというのも合理的に思われます。このような駆動を走化性駆動と言います。以上を前提モデルとして、次の標準形を導出しました。

$$\dot{A}_i = A_i - (1+\mathrm{i}c)|A_i|^2 A_i + \chi \mathcal{M}(\boldsymbol{r}_i), \tag{1}$$

$$\dot{\boldsymbol{r}}_i = -\bar{A}_i \nabla \mathcal{M}(\boldsymbol{r})|_{\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_i} + c.c., \tag{2}$$

ここで A_i と $\boldsymbol{r}_i$ は各々、粒子 i の、Hopf 振動の複素振幅と位置座標です。$\bar{A}_i$ は A_i の複素共役です。$\mathcal{M}$ は粒子の感じる局所平均場で、結合関数 G とともに次で定義されます。

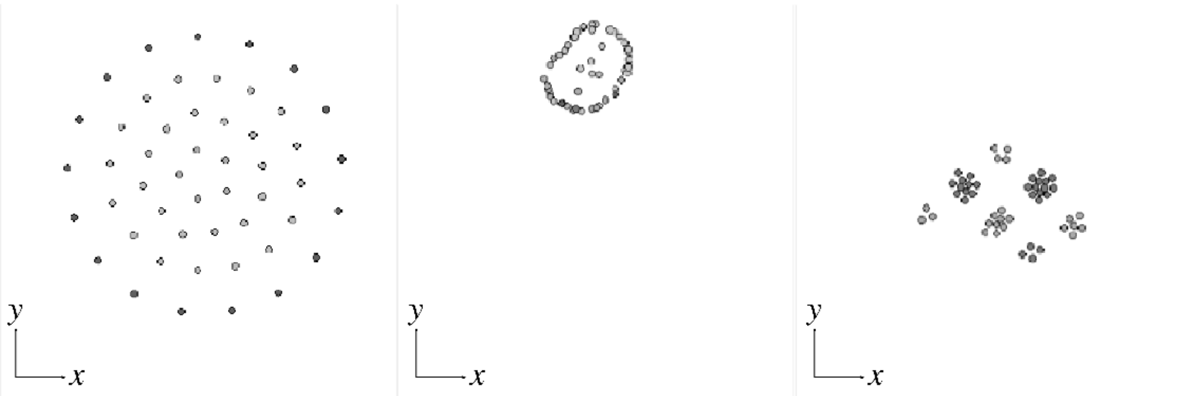

図 1: 左 '*Firework*': 周期境界二次元空間における粒子配置のスナップショット。グレイスケールは粒子の内部状態を表す。質点粒子だが、可視化のため半径を持たせて図示。位相波が同心円状に伝播する様は、花火のように見える。中 '*Membrane*': 膜状の外側粒子と膜内粒子とは時々入れ替わりつつ、粒子全体の集合形態をほぼ保持したまま動きまわる。右 '*Clustered Clusters*': 同期した粒子のクラスターが、逆位相に同期したクラスターと、さらにクラスターをなす階層構造。実効的排除体積効果の存在も伺える。他のパターンも含む動画は、参考文献 [1] のウェブページにある、References の Auxiliary Material (EPAPS) からダウンロード可能。

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}(\boldsymbol{r}) &\equiv \sum_i A_i G(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}), &(3)\\
G(\boldsymbol{r}) &\equiv \int \frac{d\boldsymbol{q}}{(2\pi)^D} \frac{b e^{\mathrm{i}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}}{\rho^2 + q^2}. &(4)
\end{aligned}
$$

D は空間次元、c は実定数、χ、b、ρ は複素定数です。このモデルを更に位相縮約すると、実効的なパラメータは実数４つであることが判ります。粒子数と系の広さも重要なパラメータです。

4　豊富な創発構造

このモデルはパラメータや空間次元によって多様なパターンを呈しますが、ここでは三例のみ紹介します。図１は、このモデルを周期境界二次元空間で数値計算して得た、粒子配置のスナップショットです。グレイスケールで粒子の内部状態を表しています。初期条件は、粒子の内部状態、位置座標ともに一様乱数です。過渡状態を経た後、パラメータによって様々な集合形態が観られます。粒子は質点ですが、図では可視化のため適当な半径を持たせて表示しています。図に観られる実効的な排除体積効果は、解析計算でも示せます [2]。

5　まとめ

結合関数 G は、粒子間距離とともに減衰振動します。この振動や、粒子の内部振動によって、粒子間相互作用は引力になったり斥力になったりします。また、二粒子間に内部状態の差があると、二粒子間に働く力は一般に作用反作用の法則を満たさず、非対称力となります。このような動的な非対称相互作用によって、多重スケール性や各種の特徴的ネットワーク形態が実現しています。より詳細な数理機序の解明は課題として残されています。

参考文献

[1] D. Tanaka, Phys. Rev. Lett. **99**, (2007) 134103.

[2] D. Tanaka, Prog. Theor. Phys. (in press).