

## 交通流から経済・社会物理へ

坂東昌子<sup>1</sup> with 中西健一・中山章宏 谷口正明

### 1. はじめに

交通流を物理の対象として、動的な考察をしたのは、おそらく寺田寅彦が最初であろう。私はこのことを故山口昌哉先生から教えてもらった。そのときの先生との議論は、今でも鮮明な記憶としてよみがえってくる。山口先生が、初めてカオスの世界に飛び込まれたのは、たしか50歳をすぎた頃だったらしい。そしてそれは、故富田和久先生との議論の中から生まれた新しい学問領域であった。人生で、新しい学問領域に新しい鉱脈を見つけ、そこに本質にせまるなにものかを発見したときの楽しさは、ほかに比べようがない。次々と先に道が見えてくる。そうした香りが、未知の領域に足を踏み入れた時の山口先生の様子を合原一幸氏の文章の中に引用されている（山口昌哉・合原一幸編集「カオス全書」「カオス入門」朝倉書店）。

山口先生自身、「50歳のときにカオスとであって、人生が変わった」とのべられている（『月刊アスキー』20.8.P334, 1996）。山口先生の心の中では、生命とカオスとが不可分な存在になっているように感じられる。そして、自由で創造的でユニークな研究活動を、現在に至るまで大いに楽しんでおられる。このことが、山口先生門下から、応用数学のみならず、たとえば脳神経科学分野などの異分野でも大活躍するような、実に多彩で魅力あふれる人材が輩出していることの背景となっているのだろう。

物理学の特徴は、どんな複雑な現象に対しても、そのエッセンスを抽出し、シンプルな自然の法則を見出すことが得意だということである。実際にこの世で起こる、見える現象はいろいろな偶然の要素が影響するから決して単純ではない。しかし、そこには偶然に影響した要因といつでもどこで普遍的に見出される要因と混在している。この本質的な要因を見つけ自然の法則としてそこにあるものを確信したとき、初めて胸にすんと落ち「わかった」と思えるのである。その意味では、みだりに「複雑系」などといってあいまいにしてしまう物理屋さん、物理学者としては私には許せないという思いがある。

物理学の対象が、物質の世界、特に単純な現象に焦点を当てていた時代を経て、私たちは上で述べた自然観・科学の心を獲得してきた。だが、物質科学の対象といえども、まだまだ複雑に見える自然現象はたくさんある。なかでも、エレメンタリーなプロセスだけではその本質が解明できない「多体系」が示す様相には目を見張るものがあつた。原子の多体系が示す、「相転移」もまさにその特徴を備えている。自発磁化・超伝導・超流動・・・、それらは、個々の粒子の性質だけからは見えてこない。これらの現象は、その昔は、「複雑系」という一言でくくられていた。しかし、この新しい現象を粒子間の相互作用によって誘起される多体系の特徴として捕らえることに成功したのは、やはり物理学者であつた。多体系のこうした特長は磁性体をはじめとする物性分野でその枠組みが整理され、より深く理解できるようになってきた。中でも私の心を捉えるのは、相転移は実はより普遍的な物理法則「対称性の自発的破れ」（実はこの言い方は好きでない。むしろ対称性が破れたわけではなく、違った形で動的なモードに転化したただけなので「対称性の転化」という言い方の方が私は当を得ていると思う。しかし、ここでは、一番よく使われるのでこの言葉で表しておく）として定式化されたことである。

物性で発見された相転移の枠組みを最初に素粒子の世界に持ち込まれたのが、南部陽一郎先生である。ちょうど私が、大学院マスター2年の頃であつた。このことを最初に私に教えてくれたのが、のちに夫になった坂東弘治であつた。同級生であつたのに、なぜ彼がこのことを知っていて私が教えてもらったのかは、今考えてみるとよくわからない。彼は、私より広い視野で物理学を展望していたのかなとも思う。そして私たちは、2人でBCSの勉強を始めたのであつた。こうした物理学のexcitingな歴史は、どういうわけか、あまり大学での授業でも教えてもらわなかつた。電磁気や古典力学といった基礎的な物理学も大切なのだが、どうしてこの面白い対象は、後回しにされるのだろう。少なくとも、熱力学を学んだ後で、ボルツマンの気体運動論による温度・圧力などの概念の解釈に、目からうろこを味わつたのは高校時代であつたはずである。それは、見方によっては大変単純で胸にすんと落ちる話であつたように思う。

話がそれたが、原子分子の多体系から、生物にまつわる「個性のあるものの多体系」にまでいくと、果たして物理学の対象になるのかならないのか、それは大変興味深い謎である。とはいえ、いきなり複雑な人間の多体系に一気に飛んでしまつては、解明できるはずのものもこの謎も解明できなくなってしまう。

<sup>1</sup> ここで紹介する経済物理学の仕事は、谷口・中山の両氏と最近はじめたもので、ごく最近では中西氏も加わって、歩みののろい形ではあるが、共同研究を開始しているのでこれらの方々も共同研究者として名前を入れておいた。

その取っ掛かりとしてこの問いに迫る題材が「交通流」ではなかろうか。交通流では、個性を持つ運転者が車を運転する。しかし、運転技術はできるだけ安定しており、いつも同じ振る舞いをするように訓練しておかないと、道路ではパニックになってしまう。そうすると、運転者は、運転免許を取るために、まず車校に通って運転技術を学ぶ。私などほぼ1年かけてやっと車の免許をとった口である。であるから個性をできるだけ殺して運転するのが習性になっている。その意味で、物理学の対象になりやすいということになる。

## 2 Workshop "Traffic Flow: A Microscopic and Macroscopic Perspective"

このワークショップは、2007年10月11-12日の2日間、ハンブルグ大学のDep.of Mathematics, Center for modeling and SimulationのProf. I.Gasser and J.Struckmeier が組織したもので、どういふわけか、私のところに招待状が来た。交通流に関しては、私は実は一度も国際会議に出たことはない。しかもここ10年ほど交通流についての仕事からは遠ざかっていたので、普段なら行く気にはなれないのだが、迷った挙句ぎりぎりになって、今回は2つの理由でいく決心をした。それは最近経済物理に我々の「OV模型」を適用する仕事を始めていたこと、私も今年で定年、最後に一度交通流研究会に出ようかと思ったからである。プログラムは脚注<sup>2</sup>にあるが、数学・物理・現場の観測者まで、さまざまな立場から議論があった。OV模型を使って安定性や更に複雑な系に適用するもの、時間遅れの計算、さらにミクロな立場から定式化しようとする試みなど実測と比べる為の工夫が多かった。

大部分は、われわれもその後議論済みという感触は無きにしても非ずの話もあったが、基本図における臨界点より少し密度の高いところ、ラムダ型のグラフからかなりのずれが見られる原因に迫ろうとする仕事には感心した。また、車の加速に対する力の導入やそこからエネルギーの算定の議論には刺激を受けた。

$$m \frac{dv_i}{dt} = F_{conv}(\Delta x_i) + F_{diss}(v_i)$$

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i$$

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$$

それは、Mahnkeの話で、当たり前だが、これからエネルギーという概念が出てくる。彼にはdissipation partも入れて式を書きかたして、エネルギーの算定に用いていた。神戸大学梅村さんたちのエネルギー算定とどこか似ている。交通流におけるエネルギー計算とエネルギー散逸の計算は、保存

量の概念を思い起こさせ興味深い。もう一つは、Welnerのreduced symmetry-adapted Poincare-mapの議論は印象に残った。これは中西・伊藤・五十嵐・坂東が前撤模型として出した話と同じなのだが、この変換がこういう名前と呼ばれるのは知らなかった。この前撤仮定を用いることによって、n個の2変数( $\Delta X_n, v_n$ )の方程式がn個の1変数( $x_n$ )の方程式になる。このマジックを使って更に新しい応用場面が広がるのだ。経済や社会への提要の際有効かもしれないと思っている。2日間のみ滞りで、すぐに帰ってきたのだが、出る話みんなOV模型(Bando modelと呼ばないでと言っても「この方が言いやすい」とか「あなたがたが使った関数のときは区別してこう呼ぶのだよ」とかいろいろ言っただけでなかなか聞いてもらえない。とにかくあれは簡単でしかもよく合うので、みんな好きな

<sup>2</sup> • Masako Bando, Aichi University : *Application of Optimal velocity Model of Traffic Flow to Ecophysics*

- H.J.C. Huijberts, Department of Engineering Queen Mary, University of London : *Analysis of a car-following model for a circular bus route*
- Eddie Wilson, Department of Engineering Mathematics, University of Bristol : *Linear and nonlinear stability properties of car-following models and their connection to empirical macroscopic traffic patterns*
- Rinaldo Colombo, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Brescia : *On Macroscopic Models for Pedestrian Flows*
- Peter Wagner, DLR, Berlin : *Comparison between microscopic and macroscopic description of traffic flow based on empirical data*
- Lorenzo Pareschi, Department of Mathematics - University of Ferrara : *Fokker-Planck asymptotics of kinetic models*
- Florian Siebel, Weilheim : *On the capacity drop at highway bottlenecks in balanced vehicular traffic for traffic flows*
- Andrea Corli, Department of Mathematics, University of Ferrara: *Non-local traffic flow models*
- Michel Rascle, Laboratoire J.A. Dieudonné, Université de Nice: *From discrete to continuum Traffic Flow Models, a few old and new remarks*
- Gabor Orosz, Mathematics Research Institute, University of Exeter : *The nonlinear dynamics of car-following models with reaction-time delay and stochasticity of drivers*
- Reinhard Mahnke, Institut für Physik, Universität Rostock : *Traffic Flow as driven and dissipative deterministic system*
- M. Treiber, Institute for Transport & Economics, TU Dresden: *Microscopic and macroscopic routes to controversial aspects of congested traffic flow: A simulation-based approach*
- Michael Herty, FB Mathematik, TU Kaiserslautern: *Modeling, simulation and analysis for traffic intersections*
- Reinhard Mahnke, Institut für Physik, Universität Rostock: *Stochastic Description of Traffic Flow*
- Bodo Werner, Department of Mathematics, Universität Hamburg: *Microscopic Car Following Traffic Model*

のだそうだ)を使う、Gasser が「Now, you have realized how your model is famous here, more than in Japan」などといって冷やかされてびっくりした。

交通流模型をマクロな立場から動的に取り扱ったという意味でこれが、多体系の動的解析に有効であるとはいえ、精密になったデータの新しい様相を説明するには不十分なこと、そもそも OV 関数の起源が単なる現象論の域を出ないことなど、まだまだ実はじっくり考えるべき問題があることを実感した。それと同時に、さらに幅広い多体系での動的なメカニズムを解析するのにどれだけ有効か、最近経済物理学を手がけてみて、さらに、深く考える必要を感じている今日この頃である。中西・五十嵐・伊藤<sup>ii</sup>の前轍模型をすすめた戸田格子との対応など、保存系のもつ様相にもまだ十分健闘しきれていない面があることを感じている。

### 3. 経済物理学へのアプローチ

交通流では、基本量は、velocity ( $v$ ), density ( $\rho$ ), flow ( $Q$ ) である。このうち、定常流に限れば  $Q=v\rho$  という関係があるから基本的には、このうち2つである。ミクロの立場から、最も物理的に注目すべきなのは ( $v, \rho$ ) 空間での振る舞いとして表される。我々はこれを  $v$  と  $\Delta x$  (車間距離) という2変数とした。ここの空間を相空間と呼ぶことにすると、OV 模型は、この2つの量の間の運動方程式である。OV 関数は、この2変数の間の関係として表される (図1の漫画を見せたらハンブルグでは喜ばれた。但し日本語があったのに気がつかず質問された!)。重要なことは、OV 関数を境にして「加速領域」と「減速領域」にデータポイントが分かれることである (図2)。経済学では、いまだどの量が物理量としてふさわしいか明らかでない。我々の見つけたのは、GDP (国内総生産) の年変化量  $\Delta GDP$  と景況判断指数 (DI: Diffusion Index) がこれにあたるのではないかとこの仮説である。この2つの各年のデータをプロットすると、適当な ODI 関数を定義すると、ほぼ景気上昇と景気下降領域に別れることがわかる。これをもって動的景気循環模型を考えてみようというのが今回の論文である。

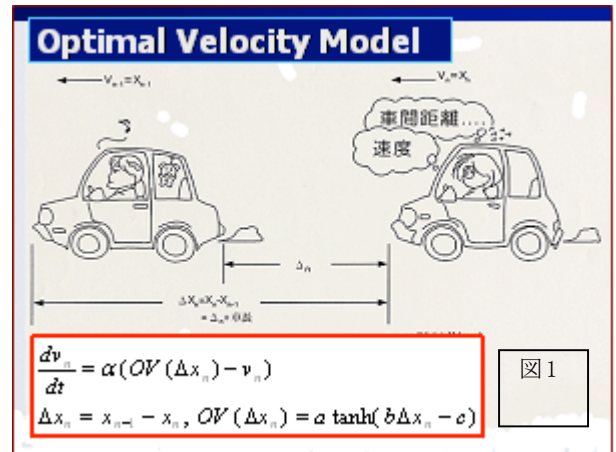


図1

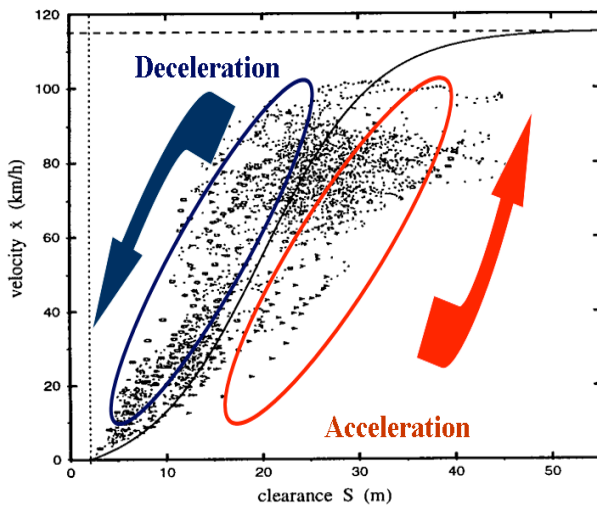


図2 交通流の( $v, \Delta x$ )プロット

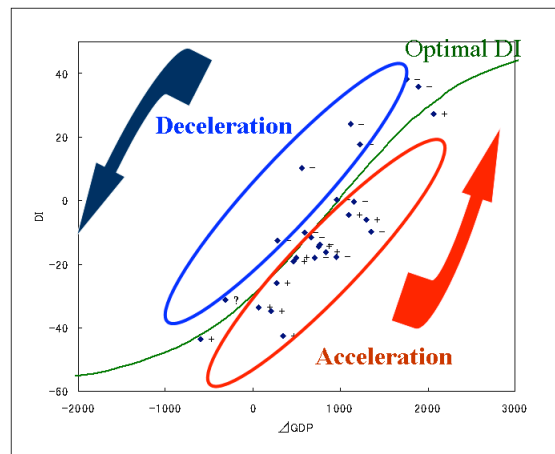


図3 経済の(DI,  $\Delta GDI$ )プロット

生産量は景況指数 (DI) がよければ増産に転じるし、悪ければ抑えられる。この傾向をうまく取り入れた模型になっているといえよう。このような動的模型での予測値がどうなるかなど、興味深い結果が得られた。詳しくは論文を参照されたい<sup>iii</sup>。しかし、まだまだ問題は多い。リミットサイクルも導出できていない。さらに、前轍仮定による厳密解の検討、保存量の導出等、現在、仕事を続行中である。

### 4. 社会物理学へ

物理学が宇宙や生物などの対象にも関わりだした歴史は、そんなに古いものではない。日本では、湯川先生が、物理学の対象をひろげ、未知の分野を開拓する精神の象徴として、基礎物理学研究所が設立されたのだと思う。決して狭い対象に閉じなかつた研究所の精神は今も生きているだろうか。

それはともかくとして、湯川先生は、人間の多体系の問題、社会科学は専門外として社会学者にゆだねられたように思える。ところが、もっとスケールの大きな物理学者は存在していたようである。ちなみに、社会物理学という概念は、1835年に、ケトレによって提唱されているらしい。ケトレといえば、統計学の大御所であるが「社会物理学」という著書があるという（実は残念ながらこの本を見つけることはできないのだが）。そこで、社会現象をマイクロな立場からどのように、定式化しているかを、A Micro-Social Theory ではどのように取り扱っているかを概観することにしよう<sup>iv</sup>。

まず Building block は、goods (生産物; G) Interest (持ち株: R) であるが、これをすべて金額に換算してそれを指標とすることにしよう。大切なのは、ここで、production function、 $P(R)$  を定義することである。通常これは標準化されているので、次のような性質を持つ。通常は増加関数であるから OV 関数のような形が想定されよう。

$$P(R = 0) = 0, P_{\max} = 1$$

そうすると方程式は

$$G(R) = \nu P(R) - R, \text{ with } \nu : \text{parameter}$$

となる。この式を基本にして論じる。この式を多体系のどの段階で用いるかということによって多少のバラエティがあるが、基本はこの式なので、最も投資効果があるのは、 $P(R)$  のとり方によって違うが、とにかく常識の振る舞いを調べればよいということになる。 $P(R)$  は、いろいろな形がとられて詳細に議論されているが、物理サイドから見ると、それよりももう少し動的な考察が欲しいという気がする。付け加えておくと、この  $G$  としては例えば投票行動・世論の動き等にも使えるので必ずしも経済活動だけが取り扱われているわけではない。すべてこうした形で「指標化」した量を導入することによって、社会のマクロな集団運動が起こる現象を分析しようという方向である。この方向自体は意味があるし、多体系をいきなり「個体」にまで突入しないでグループ分けして分析し、それらの集合体として多体系全体の集団的振る舞いを出そうとしているのは、多体系の階層構造にも関係して大変興味深い。ここに物理学の「動的な」運動方程式を持ち込むのはそんなに難しくないだろう。経済現象で成功しつつある ODI 模型は、ここにはすぐに適用できることは明らかである。問題は、どのような観測量を、どのように指標化し、この枠組みに乗せていくかということであろう。そのために最も有効な手段は、「phase diagram」を書いてみることである。ここにはその集団現象に特有の「原因」と「結果」に当たる量が登場し、さらにいえば、その運動方程式は、個体の反応における「慣性力」をきちんと取り入れられているので、時間遅れはもちろん、集団現象特有の「相転移」が再現できるということになっていることは明らかである。今後、膨大な領域でこのような手法が有効ではないか、と考えられる。

## 5. 謝辞

交通流シンポジウムは、いわば、物理と工学を埋める新しいスタイルの研究会である。発足当初、交通流における渋滞形成のメカニズムを見つけたとあって喜んでいた物理屋さんたちは、シンポジウムで、工学系の方々から、「それでなんの役に立つのですか」と聞かれて、びっくりした経験がある。学会も分野別目的別に分かれているので、その間を埋める広大な領域が、まだまだ空白のまま残されている。20世紀を通じて、物質科学・生命科学・宇宙科学、そしてその応用としての工学医学など、各々の個別科学の深化にとって目を見張る成果を挙げた科学技術は、今、21世紀、それらの点をつなぐ広大な領域の解明に向かっており、点が線になり、そして更に面となり、より高い次元（ひょっとしたら異次元にまで・・・??）、新しい領域へとその翼を広げていくであろう。

物理の基礎的理論と社会での応用という分野の人達がともに議論をする機会の少ないのが日本の欠陥である。福井さんの旗振りで始まった交通流シンポも TGF01 を含め 14年間毎年よく続いてきたものである。それを引き継いだ杉山さんをはじめとする皆様のご尽力のおかげであろう。この機会に新たな方向を探り、新たな学問の新しい息吹を持ち込みたいものである。

このシンポジウムはずっとサボっていた私だが（いつか途中で参加したら、「天照大神が岩屋からでてきた」と福井さんに冷やかされたことを思い出す）、杉山さんから何か話しをといわれ、お詫びの気持ちもかね、今回、話させていただく機会を得たことは、感謝に耐えない。ここに、努力くださった皆様にお礼を申し上げたいと思う。

<sup>i</sup> Kaito Umemura, Kuniyoshi Ebina, Energy Dissipation Burst on the Traffic Congestion. <http://arxiv.org/abs/physics/0611145>

<sup>ii</sup> Nakanishi, K., Itoh, K., Igarashi, Y. and Bando, M.: Solvable Optimal Velocity Models and Asymptotic Trajectory, PR E 55, 6519, 1997; Nakanishi, K.: Multibunch Solutions of Differential-Difference Equation for Traffic Flow, PR E 62, p.3349, 2000; Igarashi, Y., Itoh, K. and Nakanishi, K.: Toda Lattice Solutions of Differential-Difference Equations for Dissipative Systems, JPSJ 68, 791 1999; Igarashi, Y., Itoh, K., Nakanishi, K., Ogura, K. and Yokokawa, K.: Quasisolitons in Dissipative Systems and Exactly Solvable Lattice Models, PRL 83, 718, 1999

<sup>iii</sup> Masa-aki Taniguchi, Masako Bando, Akihiro Nakayama, "Economic Fluctuations Based on Optimal Diffusion Index Model" Published: November 26, 2007, J. Phys. Soc. Jpn., Vol.76, No.12, p.124003 <http://jpsj.ipap.jp/link?JPSJ/76/124003>

<sup>iv</sup> Gerald Marwell and Pamela Oliver: "The Critical Mass in collective Action- A Micro-Social Theory", Cambridge University Press