

# ボトルネックによる渋滞形成

只木進一\*、山元祥平†、日永田泰啓‡

## 1 序論

自動車の交通流に関する研究は、1950年代から始まり、当初は流体モデルや追従モデルの研究が行われた。直接的なコンピュータシミュレーションが可能になったことを一つの契機として、1990年代に微視的なモデルの理論的研究、シミュレーションを通じた研究が再び活発になった。ここで言う微視的なモデルとは、車両の移動を離散的な粒子移動として記述するセルオートマトンモデルや、先行車両との相対距離に応じて目標速度を設定し、そこへの加減速を記述する最適速度モデルなどである。

高速道路での渋滞を考える。渋滞発生には、明確なあるいは隠れた理由がある。交通事故や工事などにより、車線数が減る場合は、渋滞の理由が明確である。一方、渋滞には「自然渋滞」と呼ばれる渋滞がある。「自然」と呼ばれているが、なんらかのボトルネック構造が原因となっている。ボトルネック構造とは、サグ、トンネル、カーブ、合流部、景色など、交通容量を減少させる道路構造、あるいは交通容量を越えた流量が入る部分である。

本研究では、ボトルネックによる渋滞形成を対象とする。実際に高速道路では、ボトルネックのすぐ近くから渋滞は発生せず、ある程度上流から発生するとされている。また、ボトルネックの上流の渋滞発生に至る手前の流れでは、密度と流量の関係が複雑になることが知られている。

ボトルネック上流の渋滞は、Stop-and-Go (SG) 波として現れる。SG 波とは、高密度で車両がほとんど停止しているような渋滞クラスタ部と低密度で車両がほぼ自由に走行している部分とが空間的に交互に現れる波である。この密度波は上流、つまり車両の走行方向とは逆方向に伝播する。実際の高速道路では、この

ような波がボトルネックから 1km ほど離れた地点から発生するとされている。

## 2 モデルとシステム

ボトルネック上流の流れ、特に一様流から SG 波への移行を見るためにはどのような交通流モデルが必要であろうか。このような現象を取り扱うためには、密度揺らぎの成長を扱うことができるモデルが必要である。つまり、連続的に密度が扱えるモデルが必要である。

渋滞の発生は、前述のようにボトルネック構造によるものである。後述する理由により、本研究では渋滞が雑音によるという立場を採用しない。従って、追従モデルのような連続的モデルであり、雑音なく渋滞を発生できるモデルが必要である。

前述のように、本研究では、ボトルネックによる渋滞形成に関心がある。また、実際の高速道路では、サーキットのように密度 (距離あたりの車両数) を直接に調整することはできない。つまり、流入と流出のある道路にボトルネックを付けることができるようなモデルが必要である。

最適速度 (Optimal Velocity, OV) モデルは、先行車両との距離に応じた最適速度へ調整するように加減速する、追従モデルである [1, 2]。つまり、車両の速度や密度が連続的に変化するモデルである。ある車両の位置を  $x$  とすると、車両の加速は次式で与えられる。

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \alpha \left[ V(\Delta x) - \frac{dx}{dt} \right] \quad (1)$$

ここで、 $\Delta x$  は先行車両への車頭距離、 $V(\Delta x)$  は最適速度関数である。定数  $\alpha$  は、先行車両の挙動に対する遅れを定める定数であり、感応率と呼ばれる。このように、車両の挙動が位置の二階微分方程式で記述されることで、自然に車両の挙動の遅れが導入される。

最適速度関数  $V(\Delta x)$  は、一般にシグモイド関数である。車頭距離が十分に離れば、車両の持つ希望最

\*佐賀大学総合情報基盤センター

†佐賀大学工学系研究科

‡佐賀大学総合情報基盤センター

高速度で走行する。一方、車等距離が短くなれば、急速に最適速度は減少する。

最適速度関数として階段関数を使うことで、厳密解を得ることができる。一方、高速道路の追従挙動をよく記述する最適速度関数としては、次式で表されるような形が用いられる。

$$V(\Delta x) = \frac{v_{\max}}{2} \left[ \tanh \left( 2 \frac{\Delta x - d}{w} \right) + c \right] \quad (2)$$

最適速度モデルは、上述のように非常に簡潔な連立微分方程式で記述されるため、容易に一樣流の線形安定性を議論することができる [2]。一樣流における車頭距離を  $b$  とし、そのときの最適速度関数の一階微分を  $V'(b)$  とすると

$$\frac{\alpha}{2} < V'(b) \quad (3)$$

を満たす時、一樣流は不安定となり、SG 波へと転移する。

実際のシミュレーションを行う場合、流入口と流出口のある開放系でのシミュレーションや、車線変更や雑音の効果の検討が必要となる。このような場合には、最適速度モデルを時間的に離散化した結合写像型 OV (Coupled Map Optimal Velocity, CMOV) モデルが便利である [3]。本研究では、このモデルを基礎モデルとする。

最適速度モデルあるいは結合写像型最適速度モデルから、渋滞発生を次のように理解することができる。渋滞発生は、車両密度を制御パラメタとした動的相転移である。その臨界密度は式 (3) によって定められる。このことは、実験によっても確認することができる [4]。つまり、渋滞発生には、雑音は本質的でない。

しかし、実際の高速道路は周期系でないために、車両密度を直接に変化させることはできない。ボトルネックは流量を制限することを通じて、ボトルネック上流の密度を上昇させる役割を担うこととなる。

シミュレーションにおいても、開放系を扱うこととする。実際の高速道路が周期系でないことだけでなく、周期境界によって作られる構造の形成を避けることも理由の一つである。開放系のシミュレーションにおいて渋滞形成を観測するためには、ボトルネックの導入が不可欠である。同じ性能の車両が雑音なしに走行するシミュレーションでは、ボトルネックがなければ、後続の車両は先行車両に追い付くことはなく、渋滞形成は観測できない。

高速道路におけるボトルネック構造とは、トンネルやサグなどである。このようなボトルネック構造では、一般に速度の低下が流量の低下をもたらしている。本研究では、ボトルネック内で最適速度が  $rV(\Delta x)$  ( $0 < r \leq 1$ ) と低下することでボトルネックを記述することとする。ボトルネックの効果を表すパラメタ  $r$  を減速率と呼ぶこととする。

### 3 ボトルネックによる渋滞形成

シミュレーションによって得られた典型的な状況を示す (図 1)。減速率は  $r = 0.6$  である。ボトルネック内には低密度の一樣流が形成され、ボトルネックのすぐ上流には高密度の一樣流が形成されている。ボトルネックのすぐ上流の一樣流は上流にいくに従って振動し、やがて SG 波となる。

典型的な状況でのある車両 (テスト車両) の車頭距離-速度空間内での挙動を図 2 に示す。システムの左端から流入した直後は、走行と停止を繰り返す、所謂ヒステリシスループを描く。システムの下流に移動するに従って、そのヒステリシスループは小さくなり、ボトルネックのすぐ上流の一樣流中では、最適速度での走行となる。ボトルネックに入ると、ボトルネック内の最適速度での走行となる。

ボトルネック内での密度と流量の関係を図 3 に示す。ボトルネック内の最適速度関数より得られる流量曲線の頂点にシミュレーションで得られたデータが対応していることがわかる。つまり、ボトルネック内では、最大流量の一樣流となっている。

### 4 ボトルネック効果の現象論

シミュレーションの結果を用いて、ボトルネックでの減速率と渋滞形成の関係を記述する現象論を構築することができる [5]。

この現象論は、シミュレーション結果によって得られた、次の二つの仮定に基づいている。第一は、ボトルネックのすぐ上流には、その密度に対応した最適速度で流れる一樣流が形成されていることである。ボトルネックのすぐ上流での密度を  $\rho_H$  とすると、ボトルネックに流入する流量は次式で与えられる。

$$q_{IN} = \rho_H V(1/\rho_H) \quad (4)$$

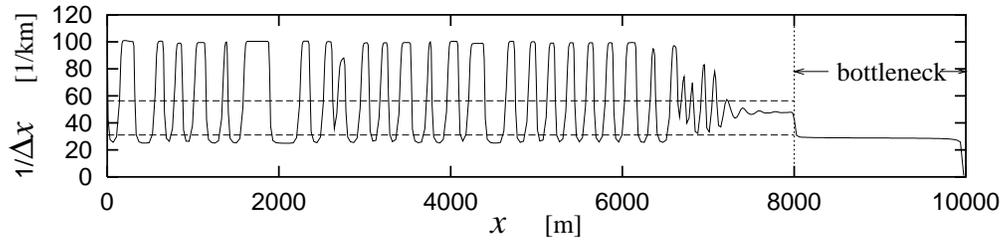


図 1: 典型的な渋滞形成の様子。横軸は車両位置、縦軸は車両密度として、各車両の先行車両への車頭距離の逆数をプロットした。減速率は  $r = 0.6$  である。破線で囲まれた部分は、ボトルネック上流において、一様流が線形不安定となる密度である。

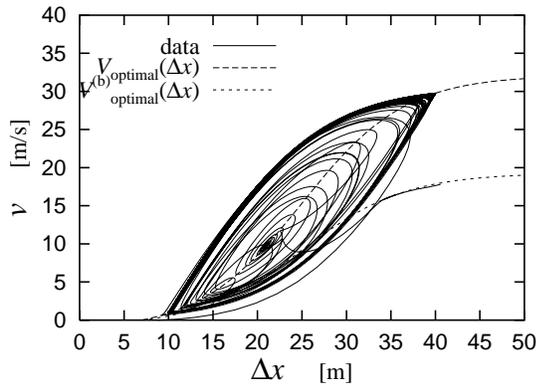


図 2: テスト車両の車頭距離-速度空間内での挙動。減速率は  $r = 0.6$  である。

第二の仮定は、ボトルネック内の流量に関するものである。ボトルネック内では、ボトルネック内の最適速度関数に対応する最大流量の一様流が形成される。ボトルネック内の密度を  $\rho_B$  とし、ボトルネック内の流量を  $q_{OUT}$  とすると、次式が得られる。

$$q_{OUT} = \max_{\rho_B} \rho_B r V(1/\rho_B) \quad (5)$$

ボトルネック内外の流量保存  $q_{IN} = q_{OUT}$  より、ボトルネックのすぐ上流の密度を減速率の関数として数値的に得ることが可能となる。

$$\rho_H = \rho_H(r) \quad (6)$$

現象論によって得られた減速率  $r$  とボトルネックのすぐ上流の密度  $\rho_H$  の関係はシミュレーション結果と非常に良い一致を示している (図 4)。  $\rho_H$  が線形不安定に対応する密度である場合に、上流に SG 波が発生する。

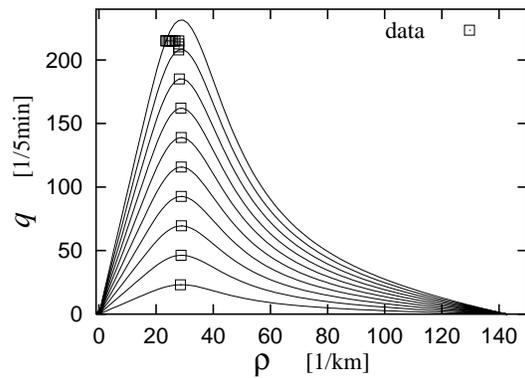


図 3: ボトルネック内での密度 (横軸) と流量 (縦軸)。曲線は最適速度関数より得られる流量を、□ はシミュレーション結果を表す。

## 5 SG 波の発生位置

実際の高速道路の渋滞発生位置は、ボトルネック開始部分から 1km ほど上流であると言われている。本研究のシミュレーションでも、ボトルネックの開始部分より上流で SG 波が発生する。SG 波の発生位置の減速率への依存性について考える。

前述のように、ボトルネックのすぐ上流に形成された一様流は、上流にいくに従って振動を始める。その振動が低密度側及び高密度側の両方の線形安定領域に達する位置をもって SG 波の発生位置と定義することとする。

SG 波と減速率  $r$  の関係を図 5 に示す。減速率の広い範囲にわたって、SG 波の発生位置が数 100m から 1km あたりにあることが分かる。ボトルネックのすぐ

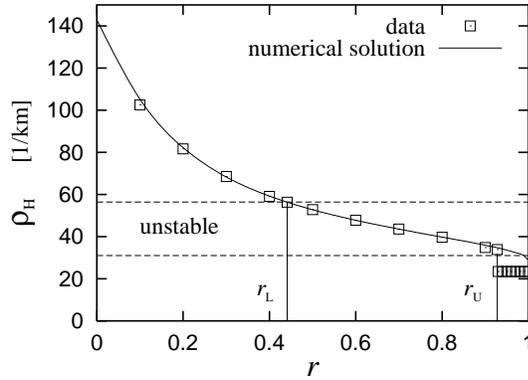


図 4: 現象論によって得られた減速率  $r$  とボトルネックのすぐ上流の密度  $\rho_H$  の関係 (曲線) 及びシミュレーション結果 ( $\square$ )。シミュレーションでは、7800m 地点で観測している。

上流の密度が線形安定領域に近付いていくと、SG 波の発生位置が上流へ移動する。

一様流の線形不安定領域は、更に移流不安定領域と絶対不安定領域に別けられる。密度揺らぎが上流のみに伝播するのが移流不安定、下流にも伝播するのが絶対不安定である。本研究で用いているパラメタでは、一様流は臨界密度を越えると移流不安定となる。

移流不安定の場合、密度揺らぎが上流に伝播する。本研究で設定しているボトルネックが定常的に一様流を生成するために、密度揺らぎの発生位置が固定されている可能性がある。

## 6 まとめと議論

ボトルネックによる渋滞形成について、結合写像型最適速度モデルを用いたシミュレーションを行った。ボトルネックは、最適速度関数を  $r$  ( $0 < r \leq 1$ ) 倍することで実装し、この  $r$  を減速率と名付けた。また、ボトルネックの直前に一様流が、ボトルネック内の最大流量の一様流ができることから、現象論を構築し、減速率と渋滞発生に関連付けを行った。ボトルネック直前の一様流の密度が線形不安定であれば、上流に SG 波が発生する。

渋滞発生の位置を観測し、広い減速率の範囲で、ボトルネック入口からほぼ 1km 程度の距離から SG 波が

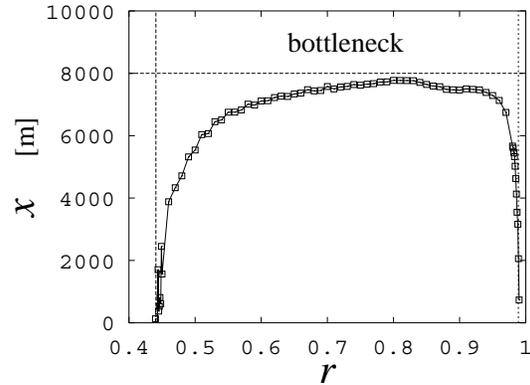


図 5: SG 波の発生位置。発生位置のばらつきを平均化するために、弱い雑音を用いている。

発生することが分かった。これは現実には観測されている場合に対応しているであろう。

渋滞発生が起こる密度は、移流不安定に相当する。ボトルネックによって一様流が生成されることにより、不安定化の位置が固定されていることが予想される。

## 参考文献

- [1] M. Bando, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, *Jpn. J. Ind. Appl. Math.* **11** (1994) 203.
- [2] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, *Phys. Rev.* **E51** (1995) 1035.
- [3] S. Tadaki, M. Kikuchi, Y. Sugiyama and S. Yukawa, *J. Phys. Soc. Japan* **67** (1998) 2270.
- [4] Y. Sugiyama, A. Nakayama, M. Fukui, K. Hasebe, M. Kikuchi, K. Nishinari, S. Tadaki and S. Yukawa, in *Traffic and Granular Flow '03* (Springer, Berlin, 2005) p.45.
- [5] S. Yamamoto, Y. Hieida and S. Tadaki, *J. Phys. Soc. Japan* **75** (2006) 114601.
- [6] N. Mitarai and H. Nakanishi, *J. Phys. Soc. Japan* **68** (1999) 2475.
- [7] N. Mitarai and H. Nakanishi, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 1766.