

多相交通流モデルの渋滞転移

○長井亮一、長谷隆（静岡大工）

Phase Transitions of Multi-phase Traffic Model

NAGAI Ryoichi and NAGATANI Takashi

Department of Mechanical Engineering, Shizuoka University, Hamamatsu 432-8561, Japan

Abstract

We investigate the jammed states and phase transitions of traffic in the optimal velocity model with the optimal velocity function of multi-stage. The dynamic state of real traffic is too complex to explain with the conventional optimal velocity model. We use the multi-stage velocity function to take into account the gear changes, and study the traffic state by use of numerical simulations. The neutral stability line and coexisting curve have some local maxima in phase diagram. The traffic states change by the complex jamming transition. We find that the traffic states have different characteristics from the conventional optimal velocity model.

Key Words : Traffic Flow, Optimal Velocity Model, Jamming Transition, Multi-phase Flow

1. はじめに

自動車交通流について、これまで多くの研究が行われてきた¹⁻⁵⁾。交通流は互いに干渉する車の多体問題であり、中でも交通渋滞の発生は典型的な動的相転移現象である。これらの研究は微視的ならびに巨視的な立場から行われており、代表的なものとして追従モデル(最適速度モデル)、セルオートマトンモデル、流体力学モデル等が挙げられる。

最適速度モデルにおける最適速度関数は単調増加で、車間距離が無限に大きくなったとき最大速度に達する様な関数である必要がある。従来の研究では主に変曲点を1つ持つ1段階の最適速度関数を用いられてきた。この最適速度関数は交通流の基本的な渋滞波現象を再現する。しかし実際の交通流においては、渋滞が発生するような密度領域では従来のような2相の最適速度関数で説明することが難しい複雑な交通状態が現れる。例えばボトルネックの上流では、流れが不安定領域に存在しながら安定状態を保つ同期交通¹⁻⁵⁾と呼ばれる交通流が発生する。同期交通現象は様々なモデルによって説明が試みられているが、未だに解明されていない。同期交通モデルを説明するものとして、近年 Kerner らにより3相流モデル³⁾が提案されている。

本論文はこれらの実際の交通流を説明する新しい最適速度モデルを提案する。このモデルは実際に車に作用する力を考慮して、最適速度関数について複数の変曲点を持った多段階の最適速度関数とする。最適速度が多段階で変化することを考慮した場合に渋滞現象がどのように変化するかについては、詳細な研究はなされていない。多相最適速度モデルにより同期交通などの実際の交通流におけるより複雑な渋滞現象を記述することができると期待される。本論文では多段階最適速度関数を用いた最適速度自動車交通流の特性を把握するため、数値シミュレーションを行うことにより、渋滞波の発生と、

それによって得られる相転移現象や交通流量の変化について詳細に検討する。

2. 最適速度モデルの理論解析

ここでは、本論文で用いる最適速度モデル⁹⁾とその理論解析について説明する。最適速度モデルは車 i について以下のように表される。

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = a \left\{ V(\Delta x_i) - \frac{dx_i}{dt} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $V(\Delta x_i)$ は最適速度、 $x_i(t)$ は時間 t における車 i の位置、 $\Delta x_i(t) (= x_{i+1}(t) - x_i(t))$ は時間 t における車 i の車間距離、 a は感度であり、交通状態が変化したときに車が最適速度 $V(\Delta x_i)$ に達するまでの遅れ時間 τ の逆数である。一般に最適速度は、車間距離 Δx_i が単調増加で、無限に大きくなったとき最大速度に達する様な関数である必要がある。まず、従来用いられてきた最適速度関数について示す。

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{\max}}{2} \left[\tanh \left\{ \frac{1}{2} (\Delta x_i - x_c) \right\} + \tanh \left(\frac{1}{2} x_c \right) \right] \quad (2)$$

このとき v_{\max} は車の最大速度であり、 x_c は安全距離である。

一般に、ドライバーはアクセル、ブレーキ、ギア等を操作することにより車をコントロールする。車の運動方程式は以下のように表される。

$$m \frac{d^2 x_i}{dt^2} + \gamma \frac{dx_i}{dt} = F(\Delta x_i) \quad (3)$$

ここで m は車の質量、 γ は車の摩擦係数、 $F(\Delta x_i)$ は車に作用する力である。この式を変形すると以下のように表される。

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = \frac{\gamma}{m} \left(\frac{F(\Delta x_i)}{\gamma} - \frac{dx_i}{dt} \right) \quad (4)$$

これを最適速度モデルに対応させると、感度 $a = \gamma/m$ 、最適速度関数 $V(\Delta x_i) = F(\Delta x_i)/\gamma$ となり、最適速度関数が車に作用する力を摩擦係数で割ったものに相当していることがわかる。加速時にはMT車やAT車はギアチェンジの影響により、また減速時にはエンジンブレーキ、フットブレーキを併用するため、 $F(\Delta x_i)/\gamma$ は Δx_i に対して複雑な関数となる。本研究では上記の一般的な車両力学を考慮し、これらの効果を取り入れた複数の変曲点を持つ最適速度関数に拡張する。本論文では以下の多段最適速度関数について検討する。

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{\max}}{4} \{ \tanh(\Delta x_i - x_{c1}) + \tanh(x_{c1}) + \tanh(\Delta x_i - x_{c2}) + \tanh(x_{c2}) \} \quad (5)$$

式(2)は従来の研究で用いられた1段階で速度が増加する最適速度関数であり、式(5)は関数の最大勾配の大きさが式(2)とほぼ同じとした2段階で速度が増加する最適速度関数である。式(2)、(5)の最適速度関数を図1に表す。このとき最大速度は各最適速度関数について等しく $v_{\max} = 6.0$ であり、安全距離は式(2)において $x_c = 6.0$ 、式(5)において $x_{c1} = 4.0$ 、 $x_{c2} = 8.0$ 、式(6)において $x_{c1} = 3.0$ 、 $x_{c2} = 6.0$ 、 $x_{c3} = 9.0$ である。式(2)、(5)の最適速度関数から得られる中立安定曲線を、横軸を車間距離、縦軸を感度として図2に表す。式(5)の中立安定曲線は、式(2)の場合に比べてピークを2つ持つ。また、式(2)、(5)の最適速度関数から得られる理論流量を図3に表す。式(5)から得られる理論流量は中立安定曲線と同様に2つのピークを持つことがわかる。

3. 数値シミュレーション

ここでは、数値シミュレーションについて説明する。初期条件を以下のように設定する。長さ $L=1000$ 程度の1車線道路を考え、等間隔に N 台の車を配置する。このときの各車間の距離は $\Delta x_0 = L/N$ となる。車の速度は初期車間距離に対応した最適速度関数 $V(\Delta x_0)$ とする。さらに1台の車の初期速度をわずかに変化させることにより、交通流にわずかな擾乱を与える。また境界条件として道路の両端を周期境界とする。以上のような初期条件で並べられた各車について、式(5)における最適速度関数を用いて式(1)を4次のRunge・Kutta法により $\Delta t = 1/128$ 刻みに解く。本研究においては感度 a と初期車間距離 Δx_0 を変化させてシミュレーションを行い、 $t = 6000 \sim 20000$ 程度まで計算を行い、このとき交通状態がどのように変化するか検討する。

感度が図2の式(5)から得られる中立安定曲線の

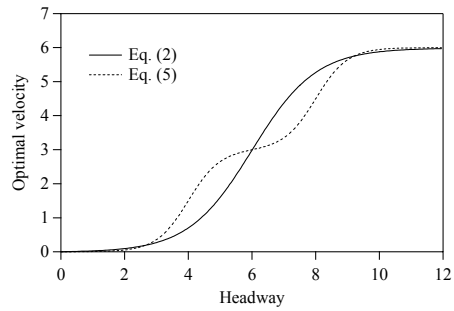


図1 最適速度関数

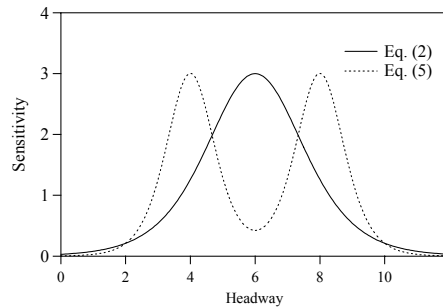


図2 式(2)、(5)から得られる中立安定曲線

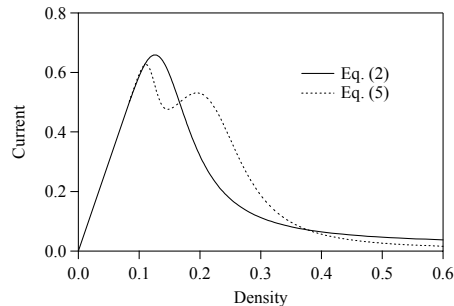


図3 式(2)、(5)から得られる理論流量

ピークより高い $a > 3.0$ の場合、初期車間距離に関わらず交通流は一様であり、車の速度は常に最適速度関数に沿う。 $a < 3.0$ では車間距離によっては交通流に渋滞波が発生する。図4に感度(a) $a = 2.0$ 、(b) $a = 1.2$ 、(c) $a = 1.0$ 、の場合の各車に対する車間距離 Δx_i を示す。このときの初期車間距離を、図2で得られる中立安定曲線の外側の $\Delta x_0 = 2.0, 6.0, 10.0$ 、内側の $\Delta x_0 = 4.0, 8.0$ とする。 $\Delta x_0 = 2.0, 6.0, 10.0$ を細線、 $\Delta x_0 = 4.0$ を実線、 $\Delta x_0 = 8.0$ を破線で表す。これらを見ると $\Delta x_0 = 2.0, 6.0, 10.0$ の場合は車間距離や速度が一定であるのに対し、 $\Delta x_0 = 4.0, 8.0$ の場合は2つの車間距離と速度に別れていることがわかる。これは実線の場合は交通流が不安定となって渋滞波が発生していることを示している。また(b)では分かれた車間距離のうち $\Delta x_0 = 4.0$ の大きい側と $\Delta x_0 = 8.0$ の小さい側の車間距離が重なっており、(c)では別れた $\Delta x_0 = 4.0$ と $\Delta x_0 = 8.0$ の車間距離が同じ値となっている。図4のように2つに別れたこれらの車間距離を図2で示した中立安定曲線と共に図5に示す。丸印が $\Delta x_0 =$

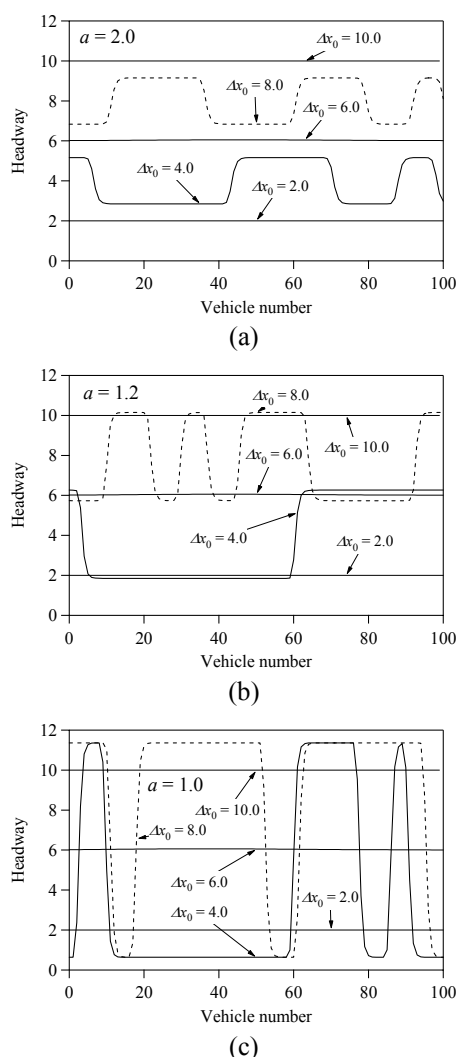


図4 最適速度関数 (式(5)) に対する車間距離

8.0 から得た車間距離であり、×印が $\Delta x_0 = 4.0$ から得た車間距離である。感度 $a > 3.0$ では交通流は Δx_0 に関わらず安定であるが、 $a < 3.0$ のとき、交通流は Δx_0 が中立安定曲線の内側において不安定となり、丸印や×印の車間距離に別れる。 $a = 1.3$ 以下から丸印と×印は交差し、 $a = 1.1$ より感度が下がると丸印と×印は一致する。

図6に単位時間に道路上の1点を通る車の台数から得られる平均流量(基本図)を理論流量曲線と共に示す。これを見ると一致しない領域が2つ発生している。より感度の低い(c)ではそのずれはより大きいことがわかる。

ここではこれらの渋滞現象について詳細に検討する。図7にこれまで示された $\Delta x_0 = 4.0$ と $\Delta x_0 = 8.0$ における渋滞波を、横軸を車間距離、縦軸を速度として最適速度関数とともに示す。このとき感度は(a) $a = 2.0$ 、(b) $a = 1.2$ 、(c) $a = 1.0$ である。車が有限の感度を持つことにより遅れて加減速を行うため、これらの図のようなリミットサイクルと呼ばれる環

となる。車は反時計回りに最適速度関数上にある2つの車間距離の間を移動する。(a)では2つの環は離れ、(b)では一部が重なり、(c)では一致する様子が分かる。これらのリミットサイクルを流量曲線(基本図)に図3の理論流量曲線と共に示すと図8のようになる。このときそれぞれの感度は図7と同じである。ここでは車は理論流量曲線から離れて時計回りに瞬間的な流量 $v_i/\Delta x_i$ を変化させていることがわかる。

4. 結言

実際に車に作用する力を考慮した複数の変曲点を持つ多段階最適速度モデルを提案した。その特性について理論的、数値的に検討し、多段階最適速度関数を用いた交通流モデルの特性を明らかにした。実際の交通流においては、渋滞が発生するような密度領域では従来のような単純な最適速度関数で説明することが難しい現象が発生する。本論文で提案した多段階最適速度関数を用いることにより、それらの解明の一助とすることができると期待される。

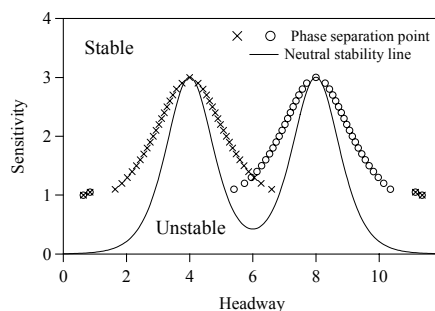


図5 最適速度関数 (式(5)) に対する相図

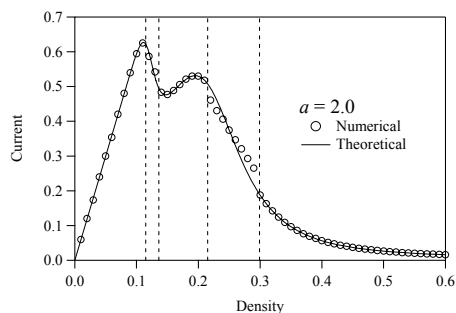
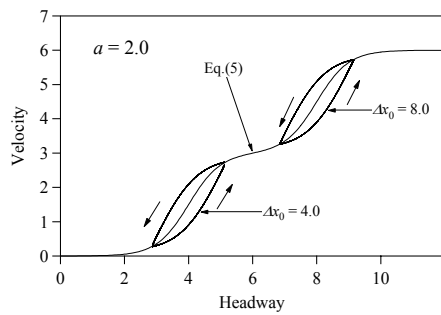


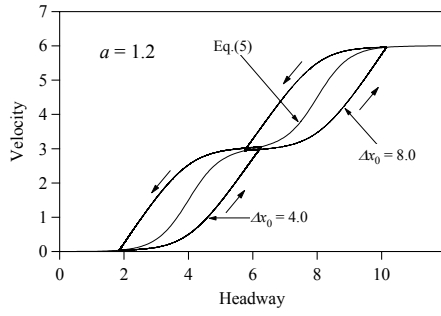
図6 最適速度関数 (式(5)) に対する相図

参考文献

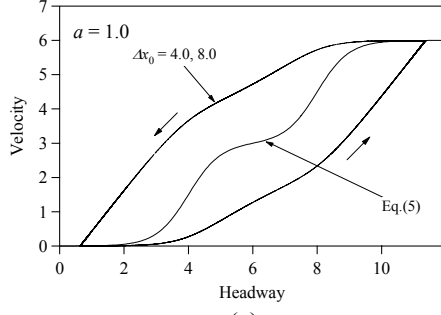
- 1) Nagatani, T.: The physics of traffic jam, Rep. Prog. Phys. 65 (2002) 1331-1386.
- 2) Helbing, D.: Traffic and related self-driven many-particle systems, Rev. Mod. Phys. 73 (2001) 1067-1141.
- 3) Kerner, B. S.: *The Physics of Traffic* (Springer 2004). Heidelberg, 2000.



(a)

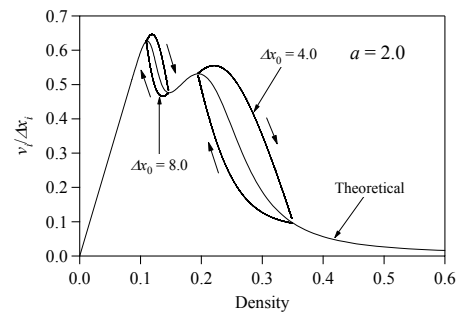


(b)

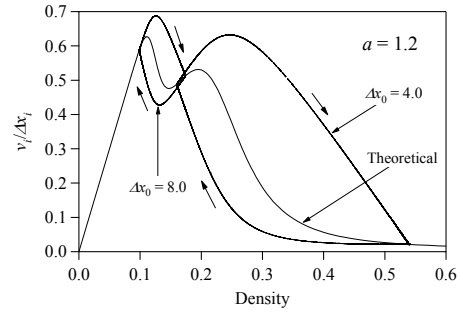


(c)

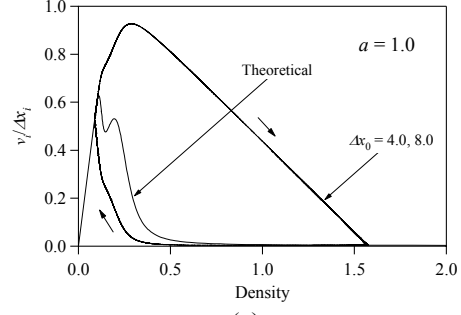
図7 最適速度関数(式(5))に対する車間距離に対する速度



(a)



(b)



(c)

図8 最適速度関数(式(5))に対する瞬間的な流量

- 4) Helbing, D., Herrmann, H. J., Schreckenberg, M., Wolf, D. E. (Eds.) *Traffic and Granular Flow '99*, Springer,
- 5) Chowdhury, D., Santen, L., Schadschneider, A.: Statistical physics of vehicular traffic and some related systems, *Phys. Rep.* 329 (2000) 199-329.
- 6) Nagatani, T.: Multiple jamming transitions in traffic flow, *Physica A*, 290 (2001) 501-511.
- 7) Bando, M., Hasebe, K., Nakayama, A., Shibata, A., Sugiyama, Y.: Dynamic model of traffic congestion and numerical simulation, *Phys. Rev. E* 51 (1995) 1035-1042.
- 8) Bando, M., Hasebe, K., Nakayama, A., Shibata, A., and Sugiyama, Y.: Structure Stability of Congestion in Traffic Dynamics, *Japan J. Indust. Appl. Math.* Vol.11, 1994, p.203-223
- 9) Yukawa, S. & Kikuchi, M.: Coupled-map modeling of one-dimensional traffic flow, *J. Phys. Soc. Japan*, 64 (1994) 35-38.
- 10) Sasoh, A. & Ohara, T.: Shock wave relation containing lane change source term for two-lane traffic flow, *J. Phys. Soc. Japan*, 71 (2002) 2339-2347.
- 11) Nishinari, K., Fukui M., and Schadschneider A., A stochastic cellular automaton model for traffic flow with multiple metastable states, *J. Phys. A*, 71 (2002) 2339-2347.
- 12) 佐宗章弘: 交通流における圧縮性流体力学, *ながれ*, 第22巻 (2003) 117-122.
- 13) 杉山雄規: 交通流の物理, *ながれ*, 第22巻 (2003) 95-108.