

# ボトルネック上流の高密度一様流:流量保存による現象論

山元 祥平, 日永田 泰啓†, 只木 進一†

佐賀大学工学系研究科

† 佐賀大学学術情報処理センター

## 1 概要

ボトルネックとして車両速度を制限する区間を下流にもつ系の交通流を考える。ボトルネックのすぐ上流に形成される流れは、高密度かつ低速であり、その速度は車頭距離に対応した最適速度であることがシミュレーションから得られる。この一様流が線形不安定である時、密度の揺らぎが上流にいくに従って成長し、ボトルネックから離れた上流に渋滞流が発生する。ボトルネック内には一様流が発生し、その流量は最大流量に相当することもシミュレーションから得られる。これら2つの知見に、ボトルネック内とボトルネック直前との流量保存則を用いることで現象論を構築することができる。この現象論より、ボトルネックによる速度制限とボトルネック直前に発生する高密度流の車両密度の関係を導く事が可能となり、渋滞発生の可能性を予想することができる。

## 2 結合写像型最適速度モデル

交通流のモデルとして、最適速度モデルの時間分散版である結合写像型最適速度モデルを用いる [1]。このモデルにおいて、各車両は離散時間  $\Delta t$  ごとに位置  $x$  と速度  $v$  を更新する。車両の状態更新規則を示す。

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v(t) \Delta t \quad (1)$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \alpha (V_{\text{optimal}}(\Delta x) - v(t)) \Delta t \quad (2)$$

$$V_{\text{optimal}}(\Delta x) = \frac{v_{\text{max}}}{2} \left[ \tanh \left( 2 \frac{\Delta x - d}{w} \right) + c \right] \quad (3)$$

ここで、 $\Delta x$  は前の車両との車間距離、 $v_{\text{max}}$  は車両の最高速度、そして  $\alpha$  は車両の感受率である。 $V_{\text{optimal}}(\Delta x)$  は最適速度関数であり、車間距離に応じた最適速度を定める。 $v_{\text{max}}$  及びその他  $d, w, c$  はパラメタであり、その値は現実の高速道路の観測から定める事が出来る [2]。

長さ  $L=10000$ (m) の一車線開放系において、系の下流に  $L_B=2000$ (m) のボトルネックを設置する (図 1)。ボトルネック区間では最高速度関数を

$$V_{\text{optimal}}^{(b)}(\Delta x) = p V_{\text{optimal}}(\Delta x), \quad p \in (0, 1) \quad (4)$$

に置き換える。

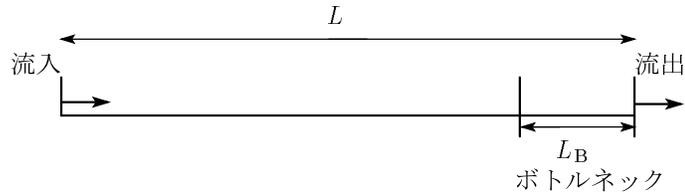


図 1: 系の概観

### 3 形成された交通流の様子

図 2 は、シミュレーション結果生じた典型的な車の流れを示す。横軸は車両位置、縦軸は車両密度である。車両密度は、各車両の車頭距離  $\Delta x$  の逆数である。ボトルネック内には低密度な一様流が発生する。ボトルネック直前には、低速かつ高密度な一様流が発生する。ここで、各車両は車頭距離で定まる最適速度で走行している (図中 (a) 領域)。この高密度流から密度の揺らぎが発生し (図中 (b) 領域)、その上流に 'stop-and-go' と呼ばれる、車両の停止と走行が繰り返し現われる波状の渋滞流が発生する (図中 (c) 領域)。図 2 の横線 (1) と (2) に囲まれた密度領域は、ボトルネック外の最適速度一様流が線形不安定となる密度を示している [3]。

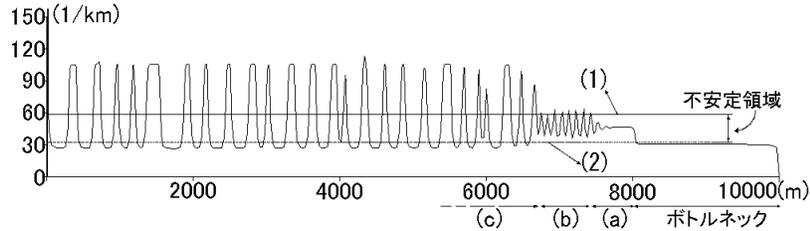


図 2:  $p = 0.7$  で形成された車の流れについて、車両位置と車両密度をプロットしたもの。横軸が車両位置、縦軸が車両密度である。

ボトルネックの強度  $p$  に対する変化は次のようになる (図 3)。

- $p < p_L \simeq 0.4$  : 速度制限が非常に強い場合、ボトルネック直前の高密度流は、最適速度関数の高密度側の安定領域に入る。このため、高密度流内の密度揺らぎは成長しない。
- $p_L < p < p_H \simeq 0.93$  : 図 2 に示した典型的な挙動が現われる。ボトルネック直前の高密度流の密度は、最適速度関数の線形不安定領域に対応し、密度揺らぎは上流に行くに従って成長する。その結果、ボトルネックから離れた上流に渋滞流が発生する。やがて高密度流の密度が不安定領域に入ると、高密度流から密度揺らぎが成長し、渋滞流が発生する。
- $p_H < p$  : 速度制限が非常に弱い場合、ボトルネック直前の高密度流は、最適速度関数の低密度側の安定領域に入る。このため、ボトルネック上流に渋滞流は発生しない。

### 4 シミュレーション結果からの現象論の構築

図 4 に、ボトルネック内の車両密度を  $\rho_B$  とボトルネック強度  $p$  の関係を示す。ボトルネック強度が非常に弱い場合を除いて ( $p < p_H$ )、ボトルネック強度によらずボトルネック内の車両密度  $\rho_B$

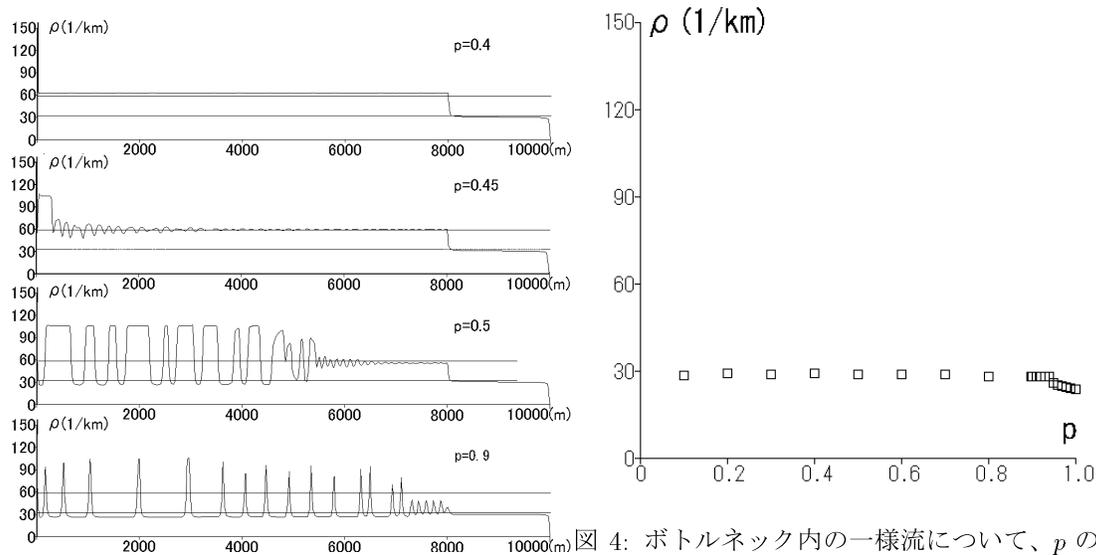


図 3: 図 2 の図表において  $p$  を変えていった場合の流れの推移

図 4: ボトルネック内の一様流について、 $p$  の値を変化させて密度の変化をプロットしたもの。速度制限が極めて緩い場合を除き、密度が一定である事がわかる。

が一定であることが分かる。図 5 は、ボトルネック内での最適速度関数を使った、密度に対応した流量曲線に、上述のシミュレーションで得られたボトルネック内の車両密度  $\rho_B$  を重ねた図である。流量曲線は

$$q = \rho V_{\text{optimal}}^{(b)} \left( \frac{1}{\rho} \right) \quad (5)$$

で与えられる。この図より、ボトルネック内の車両密度  $\rho_B$  は、ボトルネック内の最大流量に対応している事が分かる。

$$\rho_B = \operatorname{argmax}_{\rho} \rho V_{\text{optimal}}^{(b)} \left( \frac{1}{\rho} \right) \quad (6)$$

また、各車両の先行車両への車頭距離と速度を計測した典型的な結果を図 6 に示す。上流では渋滞に対応した hysteresis loop を描く。車両がボトルネックに近づくに従ってループは次第に小さくなり、ボトルネック直前では車頭距離  $\Delta x$  で定められる最適速度  $V_{\text{optimal}}(\Delta x)$  で車両が走行していることが分かる。

上述したボトルネック内部と直前での挙動と、ボトルネック内部と直前での流量保存則より以下の関係式を得る事が出来る。

$$\rho_B V_{\text{optimal}}^{(b)} \left( \frac{1}{\rho_B} \right) = \rho_H V_{\text{optimal}} \left( \frac{1}{\rho_H} \right) \quad (7)$$

ここで  $\rho_H$  はボトルネック直前での車両密度である。ボトルネック内の最適速度関数にはボトルネック強度  $p$  が含まれている。従って式 (7) を解くことで、ボトルネック強度  $p$  に対するボトルネック直前の車両密度  $\rho_H$  を得ることができる。この車両密度  $\rho_H$  が最適速度関数の線形不安定領域にはいる場合、ボトルネックから離れた上流に渋滞流が発生する。

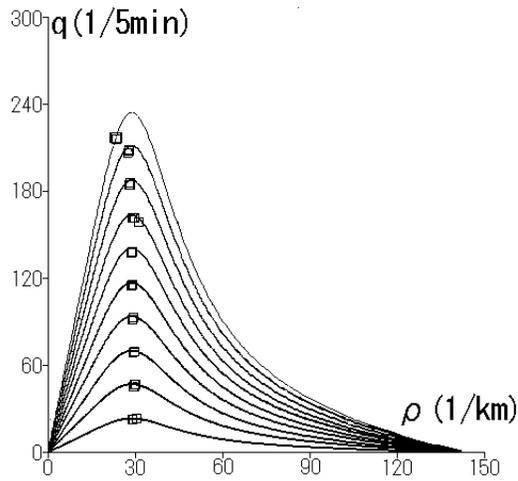


図 5: 図 4 に、ボトルネック内で減速された一様流の曲線をそれぞれ加えたもの。極めて速度制限が緩い場合を除いて、ボトルネック内では必ず流量最大となっている事が分かる。

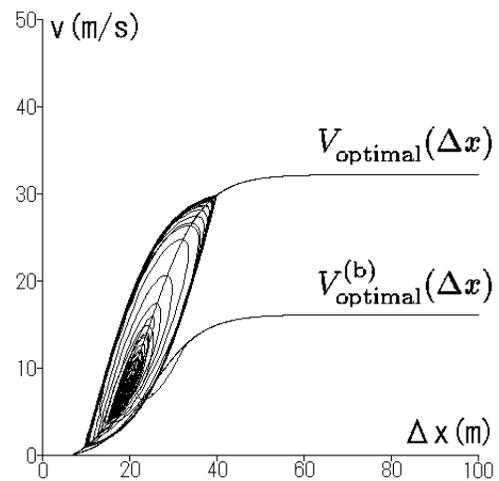


図 6: 各車両の先行車両への車頭距離と速度を計測した結果。上流では hysteresis loop を描くが、ボトルネックに近づくに従って次第にループが小さくなる。

## 5 まとめ

今回、速度制限の程度に関わらず、ボトルネック内の流量が常に最大流量を取るという性質、およびボトルネック直前の高密度流が車頭距離に対応した最適速度で走行する流れであることに、流量保存則を適用してボトルネック上流の高密度流の車両密度を定量的に得る事が出来た。今後はこの議論を発展させて、ボトルネック入口から stop-and-go の渋滞流が発生するまでの距離 (図 2 の (a) と (b) を合わせた距離) を導出したい。また、ボトルネック内で流量が最大流量を取るように調整が働いている事についても、その原理について調べていく。

## 参考文献

- [1] S. Tadaki, M. Kikuchi, Y. Sugiyama and S. Yukawa: J. Phys. Soc. Jpn. **67** (1998) 2270.
- [2] M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama: J. Phys. I France **5** (1995) 1389.
- [3] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata Y. Sugiyama: Phys. Rev. E **51** (1995) 1035..