

確率 CA モデルとその相図について 道路における車の入出率と交通量

龍谷大学 理工学部 酒井 聡士，西成 活裕
中日本自動車短大 福井 稔

1 はじめに

交通渋滞は今や誰もが経験をしたことのある社会問題の一つであるといえる．その交通渋滞によって引き起こされる社会的な損失は，全国で年間約 12 兆円¹にもなるといわれている．

そこで，そのような損害をなくすべく様々な分野で交通流の解析が行われてきた．そのような流れの中で，位置や時間を離散化してセル表示する Cellular Automaton (CA) を用いたモデルによって研究がなされてきたのである [1]．

本研究では，1 次元の交通流 CA モデルについて開放系境界条件の下でシミュレーションをした．そして，車がセルに入る確率を α ，車がセルから出て行く確率を β とおき，これらをそれぞれ変化させて Flow- α - β 図を作成した．この図を用い，最新のモデルが持つ特性を調べた．

2 交通流 CA モデルについて

まず，交通流の解析に用いられている 1 次元 CA モデルについて挙げる [2]．すべての交通流 CA モデルの原点ともいえる Rule-184 モデル，そのモデルから速度を $V_{\max} \geq 1$ と拡張した Fukui-Ishibashi (FI) モデル [3]，ランダムブレーキ効果を取り入れ，確率 p で車がブレーキをかけたとした Nagel-Schreckenberg (NS) モデル [4]，慣性の効果を取り入れた Slow-Start (SlS) モデル [5]，見通しを $S \geq 1$ と拡張した Quick-Start (QS) モデルがある．また，ひとつ前のセルに車がいなければ，確率 p でひとつ前のセルへ移動する ASEP (Asymmetric Simple Exclusion Process: 非対称単純排他過程) がある．ただし，加速を 1 ずつとした FI モデルを modified FI (mFI) モデルと呼ぶ．

次に，西成，福井，Schadschneider によって最近

(2004 年 2 月) 発表された FI, QS, SIS の各モデルを統合したモデルについて述べる．そのモデルの名称がはっきりしていないため，本稿では Nishinari-Fukui-Schadschneider (NFS) モデルと呼ぶ．その時間発展方程式は，時刻 t における j 番目の車の速度を $v_j^{(0)}$ とおき，次の時刻までのステップを 5 つに分けて次のように書かれている [6]．ただし， x_j^t は j 番目の車の時刻 t における位置， V_{\max} は車の最高速度， S は車の見通しである ($S = 1$ or 2) ．

1. 加速

$$v_j^{(1)} = \min \{V_{\max}, v_j^{(0)} + 1\}. \quad (1)$$

2. 慣性の効果

$$v_j^{(2)} = \min \{v_j^{(1)}, x_{j+S}^{t-1} - x_j^{t-1} - S\}. \quad (2)$$

3. ほかの車による減速

$$v_j^{(3)} = \min \{v_j^{(2)}, x_{j+S}^t - x_j^t - S\}. \quad (3)$$

4. 衝突の回避

$$v_j^{(4)} = \min \{v_j^{(3)}, x_{j+1}^t - x_j^t - 1 + v_{j+1}^{(3)}\}. \quad (4)$$

5. 車を動かす

$$x_j^{t+1} = x_j^t + v_j^{(4)}. \quad (5)$$

次に，ランダムブレーキ，慣性の効果への確率，見通しへの確率を導入したい．モデルを分けるために，先ほどの NFS モデルを Deterministic-NFS (D-NFS) モデル，確率を導入したモデルを Stochastic-NFS (S-NFS) と呼ぶことにする．ランダムブレーキについては，その効果がない確率 p ($1-p$ がランダムブレーキの効果がある確率) を導入²し，式 (4) の後に確率 $1-p$ で速度を 1 減らす，すなわち

$$v_j^{(4)} \leftarrow v_j^{(4)} - 1 \quad (6)$$

²ASEP との整合性を保つため，NS モデルで用いられる p とは意味を逆にとっていることに注意．

¹国土交通省道路局の調査より．

を行うようにする。慣性の効果については、確率 q を導入し、確率 $1-q$ で式 (2) を飛ばすようにする。見通し効果については、確率 r を導入し、確率 r で $S = 2$ 、確率 $1-r$ で $S = 1$ となるようにする ($0.0 \leq p, q, r \leq 1.0$)。

ここまで、交通流解析に用いられる交通流 CA モデルについて簡単に説明した。最後に、それらの関係についてまとめる。実は、モデルに含まれるパラメータを変化させることで、他のモデルと同じになることがある。その関係を、図 1 に示す。

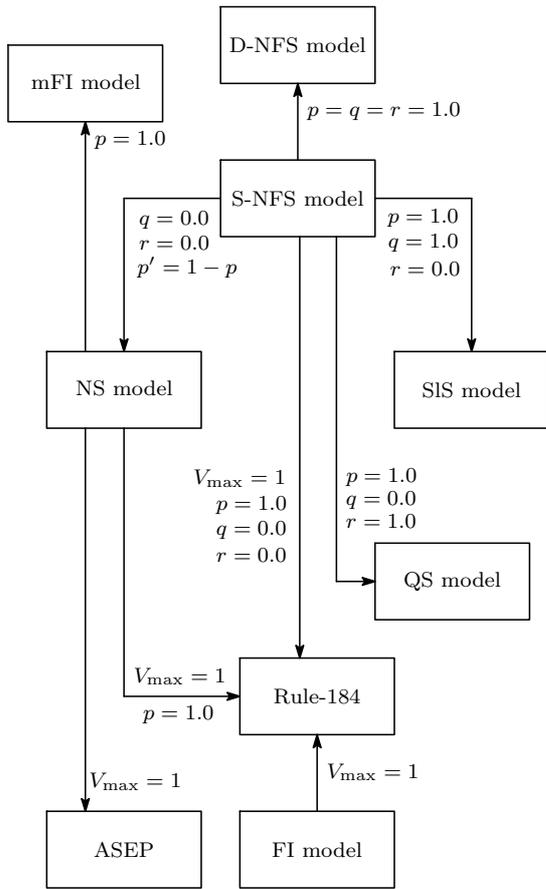


図 1. 各モデルの関係図。 V_{\max} は車の最高速度、 p, q, r はそれぞれランダムブレーキ効果のない状態、慣性の効果のある状態、見通し効果の起こる確率である。また、 p' は NS モデルで用いられるランダムブレーキ効果の確率である。

3 Flow- α - β 図

Flow- α - β 図(相図)は、開放系境界条件の下でシミュレーションすることによって得ることができる。図 2 のように、車がセルの左端から入る確率を α 、セルの右端から出て行く確率を β とする ($0.0 \leq \alpha, \beta \leq 1.0$)。この

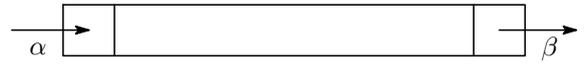


図 2. 開放系境界条件における確率 α, β

α と β を変化させ、定常状態における流量 (flow) がどのように変化するかを知りたい。ASEP の Flow- α - β 図は図 3 のようになり、非渋滞層 (low density phase)、渋滞層 (high density phase)、高流量域 (maximal current phase) の 3 状態が現れることがわかっている。その 3 状態の境目となる点のことを臨界点 (記号: $C = (C_\alpha, C_\beta)$) と呼ぶ。なお、ASEP においては、理論的に α, β に対称性があるため、 $C_\alpha = C_\beta$ になる。また、その臨界点が p によって変化することが知られていて、その関係式は

$$C_\alpha = 1 - \sqrt{1-p} \quad (7)$$

と表される [7]。

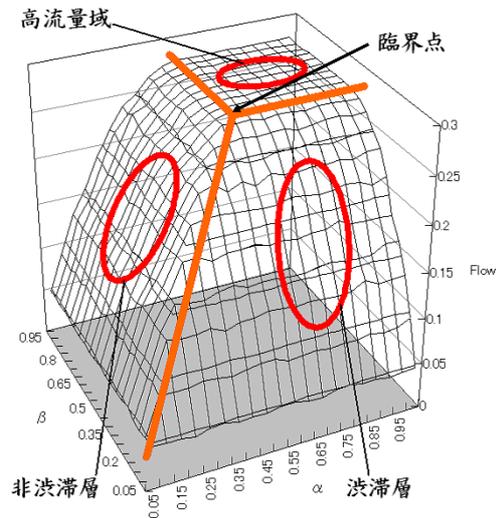


図 3. ASEP の Flow- α - β 図の例。車がひとつ前のセルへ移動する確率 $p = 0.80$ のとき。

本研究では、以下のようにして S-NFS モデルの Flow- α - β 図をとった。

- 境界条件
 - 左端に車がいなければ、そこに確率 α で最高速度 V_{\max} の車をおく。
 - 車の位置が次の時刻にはセルの右端を越えるとき、確率 β で車をセルより外す。
 - 見通し S 台先の車がセル内にいないとき、車がいる見通しまで S の値を下げる。

- シミュレーション方法

- セル数 $L = 600$
- 計算時間 $T_{\max} = 20000$

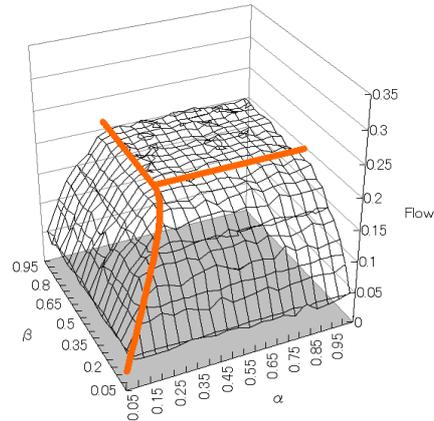
- 計算方法

- 流量計算セル i : $\frac{L}{3} < i < \frac{2L}{3}$
- 流量計算時間 t : $18001 < t \leq 20000$
- α, β をそれぞれ 0.05 から 1.00 まで 0.05 ずつ変化させ、それぞれにおける平均流量（時間平均）を計算する。

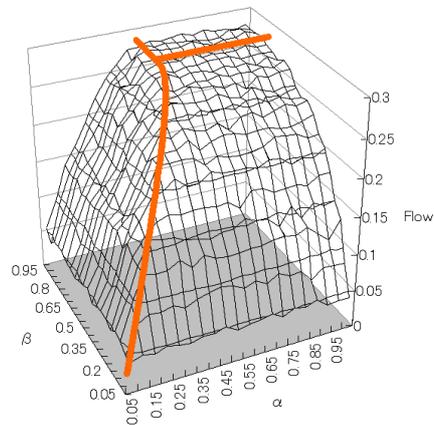
その計算結果は次のようになる。S-NFS モデルにおいて慣性の効果の確率を $q = 1.0$ 、見通し効果の起こる確率を $r = 1.0$ と固定し、ランダムブレーキ効果のない確率 p を変化させてみる。その結果、臨界点の値 (C_α, C_β) は ASEP のそれと異なり、 $C_\alpha \neq C_\beta$ となることが明らかになった（図 4）。

4 ASEP との比較

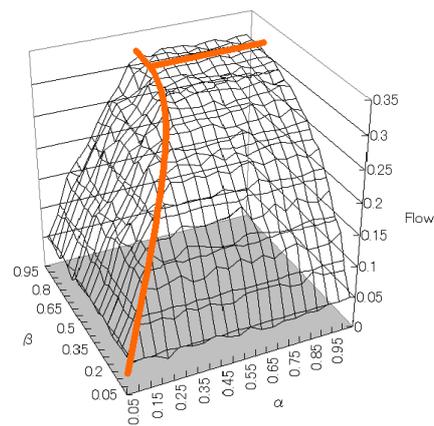
図 5 は、ASEP における臨界点の理論値と、S-NFS モデルにおける臨界点を比較したものである。 $q = 0.0$ 、 $r = 0.0$ のときは、ASEP と同じになるため、その C_α 、 C_β は理論値と一致した。しかし $q = 1.0$ 、 $r = 1.0$ のときは C_α の値が ASEP のそれよりも低くなっている。また、 C_β の値は逆に高くなる。結果として、 $C_\alpha \neq C_\beta$ となっていることがわかる。この効果は、 $q = 1.0$ 、 $r = 0.5$ のときよりも $q = 0.5$ 、 $r = 1.0$ のときのほうが強い。これより、S-NFS モデルの C - p 図には C_α 、 C_β の非同一性が表れ、慣性の効果よりも見通し効果による方が影響を受けることがわかった。



$p = 0.6$ のとき .
 $(C_\alpha, C_\beta) = (0.35, 0.50)$

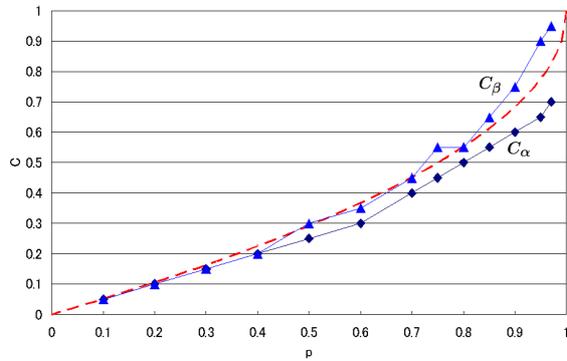


$p = 0.8$ のとき .
 $(C_\alpha, C_\beta) = (0.50, 0.85)$

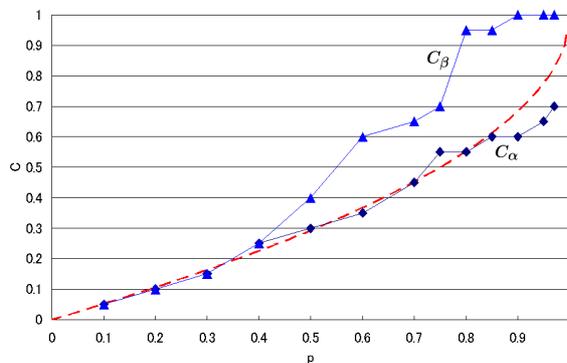


$p = 0.9$ のとき .
 $(C_\alpha, C_\beta) = (0.50, 0.90)$

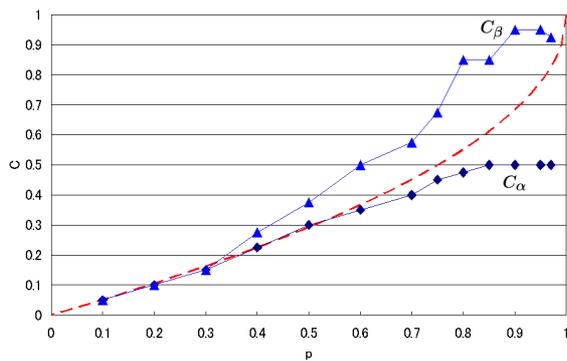
図 4. S-NFS モデルの Flow- α - β 図の例。パラメータを $V_{\max} = 1$ 、 $q = 1.0$ 、 $r = 1.0$ とした。



$q = 1.0, r = 0.5$



$q = 0.5, r = 1.0$



$q = 1.0, r = 1.0$

図 5. S-NFS モデルにおける臨界点と p の関係．パラメータは $V_{\max} = 1$ ．破線は ASEP の理論値， \diamond は臨界点における C_α の値， \triangle はその C_β の値である．

ASEP においては， α と β に対称性を見ることができ．したがって，時空図において車を 1，車のいないセルを 0 として表し，0/1 反転表示してみると 1 は右から左へ進んでいるように見える．つまり車のいないセルは，車の動きとは同じルールで，車とは向きを逆に進んでいるように見えるのである．しかし， $C_\alpha \neq C_\beta$ となる S-NFS モデルにおいては，この様子が見られなかった．つまり，スロースタート効果，見通しの効果を与えることによって，そもそも α と β の対称性が崩れているのである [8]．

参考文献

- [1] S. Wolfram, “*Theory and Applications of Cellular Automata*”, World Scientific, Singapore, 1986.
- [2] D. Showdhury, L. Santen, and A. Schadschneider, *Physics Reports*, Vol. 329, pp. 199–329, 2000.
- [3] M. Fukui and Y. Ishibashi, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 65, No. 6, pp. 1868–1870, 1996.
- [4] M. Schreckenberg, A. Schadschneider, K. Nagel, and N. Ito, *Phys. Rev. E*, Vol. 51, No. 4, pp. 2939–2949, 1995.
- [5] M. Takayasu and H. Takayasu, *Fractals*, Vol. 1, No. 4, pp. 860–866, 1993.
- [6] K. Nishinari, M. Fukui, and A. Schadschneider, *J. Physics. A*, Vol. 37, pp. 3101–3110, 2004.
- [7] N. Rajewsky, L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg, *J. Stat. Phys.*, Vol. 92, pp. 151–194, 1998.
- [8] 酒井聡士「交通流における新しい確率セルオートマトンモデルと渋滞相転移」, 2004 年度龍谷大学理工学部卒業論文．