

蟻の集団運動と渋滞現象

龍谷大学 理工学部 西成 活裕¹

1 はじめに

渋滞は車や人だけでなく様々な現象で見られる。例えば粉粒体の流れ、荷電粒子の閉じ込め問題、魚や蟻などの集団行動などである。これらに共通することは、すべて排除体積を持った多粒子系の運動とみなせる、という事である。そして、運動の詳細に関わらず高密度ではいわゆる渋滞が発生し、一般的に流量が減少する。さらに低密度では運動の詳細に応じて様々なパターンが発生し、従来のニュートン力学では見られない多体系の振る舞いを見せる [1, 2]。これは粒子自体が自発的に動ける「自己駆動」粒子である場合に最も顕著であり、例えば生物は他者への追従挙動や渋滞回避行動など複雑な動きをするため、マクロに興味深いパターンを示すようになる。

さて、このような現象を考える上でよく用いられるものがセルオートマトン (CA) である。これは空間をセル分けて各セルに状態を設定し、ルールを決めて状態を毎時間更新してゆくものである。そしてルールは粒子の運動の詳細から定めてゆく。今回の研究では、蟻の集団運動に焦点を当て、フェロモンを導入したモデルの解析やモデルの拡張などについて考えてゆく。

2 蟻の CA モデルについて

まず蟻の集団行動を交通流としてとらえ、その流量密度特性を詳細に考察してゆこう。蟻の動きの基本になるモデルは以下の通りである。蟻同士はフェロモンを用いてお互いのコミュニケーションを実現している。このフェロモンの効果を取り入れるため、最近我々は新たな変数を導入した 2 変数確率セルオートマトンモデルを提案した [3, 4]。それは以下の通りである。簡単のため蟻は 1 次元の道を 1 方向のみに進むとする。まず、空間をセルに分け、各々のセルをラベル i ($i = 1, 2, \dots, L$) で番号付けする。そして、蟻とフェロモン用の変数として、 S_i 、及び σ_i を用意する。蟻は常にフェロモンを通路に残していくが、フェロモンはある時間が経過すれば自然に蒸発する。蟻はフェロモンの方向に惹きつけられるので、フェロモンがある場合と無い場合では前に進む場合の「進みやすさ」が変わると考えられる。以上を加味して、蟻の運動とフェロモンの状態更新を分けて以下のように 2 つのステージに分けてモデル化する。

ステージ 1

蟻がある時刻 t にセル i にいたとする ($S_i(t) = 1$)。もしも前に蟻がいるならば ($S_{i+1}(t) = 1$)、セル i の蟻は動かない (排他原理)。そして、前に蟻がいないときは、前に進もうとするが、フェロモンの有る無しに応じて進むホップ確率 p が以下のように変わる。

$$p = \begin{cases} Q & \text{if } \sigma_{i+1}(t) = 1, \\ q & \text{if } \sigma_{i+1}(t) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

¹E-mail: knishi@rins.ryukoku.ac.jp

このように2種類の確率 q, Q を導入し、フェロモンがある方が動きやすいので一般に $q < Q$ とおける。この確率で蟻を前に動かすのがステージ1である。

ステージ2

次にステージ1で蟻がいるセルはすべてフェロモンを生成する。つまりもし $S_i(t+1) = 1$ ならば $\sigma_i(t+1) = 1$ とする。また、蟻がいないセルのフェロモンは確率 f で蒸発するとする。すなわち、もし $S_i(t+1) = 0$ かつ $\sigma_i(t) = 1$ ならば確率 f で $\sigma_i(t+1) = 0$ とする。

3 ゼロレンジ過程

次にゼロレンジ過程と言われる確率過程を用いてこのモデルの解析を進めよう [5]。これは、前にホップする確率がギャップサイズに関係して決まる、というモデルである。フェロモンの蒸発現象により、ギャップサイズでホップの確率が決まるのはこのモデルに合っていると考えられる。まず、ギャップサイズが x となる確率を $p(x)$ 、このときのホップ確率を $u(x)$ とおくと、平均速度は

$$v = \sum_{x=1}^{L-M} u(x)p(x) \quad (2)$$

となる。ただし、 L はシステムサイズ、 M は蟻の総数で、系の密度は M/L となる。そして、今回のモデルの場合、

$$u(x) = q + (Q - q)g(x), \quad (3)$$

$$p(x) = h(x) \frac{Z(L-x-1, M-1)}{Z(L, M)}. \quad (4)$$

と書くことが出来る。ただし、簡単のため $g(x) = (1-f)^{x/q}$ とする。また、

$$h(x) = \begin{cases} 1 - u(1) & \text{for } x = 0 \\ \frac{1 - u(1)}{1 - u(x)} \prod_{y=1}^x \frac{1 - u(y)}{u(y)} & \text{for } x > 0 \end{cases} \quad (5)$$

と書くことが出来る。そして、分配関数 Z は次の漸化式より決定することができる。

$$Z(L, M) = \sum_{x=0}^{L-M} Z(L-x-1, M-1)h(x), \quad (6)$$

ただし、境界条件は $Z(x, 1) = h(x-1)$ と $Z(x, x) = h(0)$ で与えられる。以上の結果を用いれば流量密度図を描くことが出来て、図1が理論曲線とシミュレーション結果の比較である。理論曲線は非対称の流量密度図をほぼきちんと再現していることが分かる。

4 開放系と相図

次に開放系での相図を考えよう。これまでは周期系における定常状態を考えていたが、左端から確率 α で蟻が流入し、右端から確率 β で流出するとしよう [6]。このとき、流入と流出のバランス

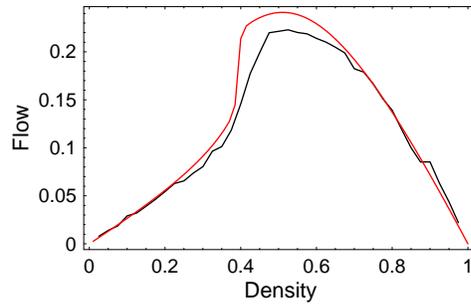


図 1: ゼロレンジ過程による流量密度の理論曲線とシミュレーション結果。折れ線がシミュレーション。パラメータは $Q = 0.75, q = 0.25, f = 0.005$ 、そしてシステムサイズは $L = 200$ 。

により、図 2 (a) に示すように系がパラメータに依存して異なる相を示す。相は全部で 3 つあり、低密度相、高密度相と最大流量相である。この蟻のモデルは $f = 0$ または $f = 1$ の時に厳密に解ける ASEP (非対称単純排除過程) になるが、相図はこのとき確かに厳密解と一致している。そして新しい点はフェロモン蒸発率の導入により最大流量相が始まる臨界確率が単調に変化することである。その臨界確率と蒸発率の関係を図 2 (b) に示してある。

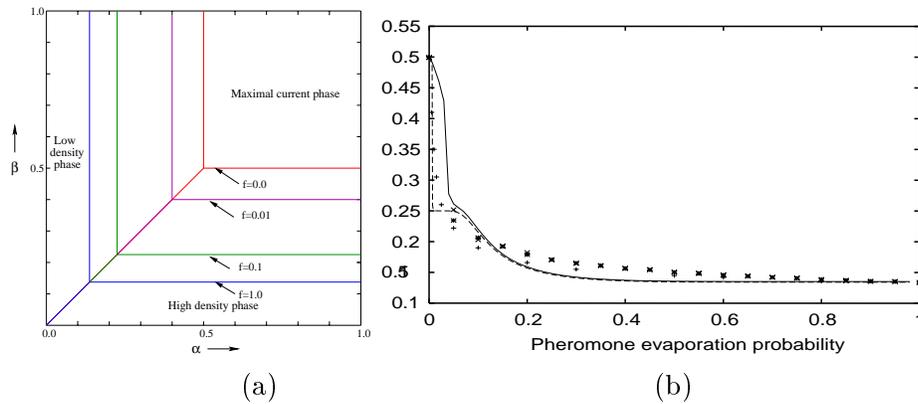


図 2: 開放系における相図 (a) と臨界確率の蒸発率依存性 (b)。蒸発率を変えると臨界点が移動することが分かる。(b) で点は数値計算、曲線はゼロレンジ過程による近似的な理論計算結果。

5 双方向流モデルへの拡張

蟻は巣から餌を取りに行き、同じルートで再び餌を担いで巣に戻る。この事をモデルに取り入れるため、以上のモデルを双方向流へ拡張する [7]。行きと帰りの 2 レーンを考え、フェロモンは両レーンで共通とする。また、蟻同士の「すれ違いにくさ」を表すため新たに確率 K を導入し、対向する蟻が自分の前にいたときは確率 K でお互い進むとする (図 3 (a))。それ以外のルールは 1 レーンの基本モデルと同じである。図 3 (b) が $q < K < Q$ の場合の基本図である。その形状が台形状になっていることから、交通流のボトルネックと同じ効果が現れていることが分かる。こ

のボトルネックは $f = 0$ と $f = 1$ に顕著に現れているが、その物理的解釈は異なる。 $f = 0$ の時は対向蟻がいない場合 Q でホップできるのに対し、対向蟻がボトルネックとなる。しかし $f = 1$ の時は対向蟻による加速効果で K でホップできるのに対し、対向蟻のいない自由蟻がそれより低い q でホップするため、自由蟻自身がボトルネックになっているのである。

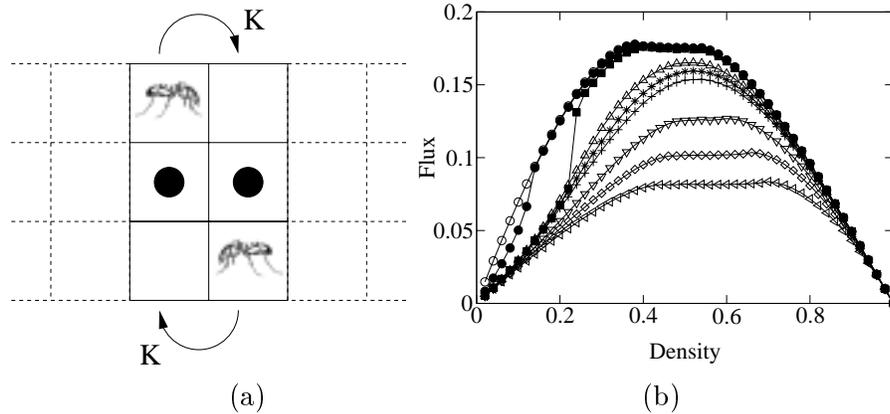


図 3: 双方向流モデル (a) と基本図 (b) パラメータは $Q = 0.75$, $q = 0.25$, $K = 0.5$ である。またシンボル $\circ, \bullet, \blacksquare, \triangle, *, +, \nabla, \diamond, <$ は $f = 0, 0.0005, 0.005, 0.05, 0.075, 0.10, 0.25, 0.5, 1$ の場合に対応している。

参考文献

- [1] A. Schadschneider, A. Kirchner and K. Nishinari, Appl. Bio. Biomech., Vol.1 (2003) p.11.
- [2] D. Chowdhury, K.Nishinari and A. Schadschneider, Phase Transitions, Vol. 77 (2004) p.601.
- [3] D. Chowdhury, V. Guttal, K. Nishinari and A. Schadschneider, J.Phys.A:Math.Gen., Vol. 35 (2002) p.L573.
- [4] K. Nishinari, D. Chowdhury and A. Schadschneider, Phys. Rev. E, Vol. 67 (2003) p.036120.
- [5] K.Nishinari, A.Schadschneider and D.Chowdhury, Lecture Notes in Computer Science, Vol.3305, p.192 (Springer-Verlag, Heidelberg 2004).
- [6] A. Kunwar, A. John, K. Nishinari, A. Schadschneider and D. Chowdhury, to be published in J. Phys. Soc. Jpn..
- [7] J. Alexander, A. Schadschneider, D. Chowdhury and K.Nishinari J. Theo. Biology., Vol 231 (2004) p.279.