拡張 Lagrange 表現型の CA 交通流モデルにおける準安定流

龍谷大学･理工学部　西成 活成　　中日本自動車短大　福井 稔
Colegne 大･理論物理学研　Andreas Schadschneider

1　はじめに

最近まで、多くのＣＡモデルによって交通流の研究がされてきた。西成･高橋 [1,2]は、超離散の方法[3]を使って、交通流を表すバーガース方程式をルール 184ＣＡモデルに変換できること示し、連続方程式のもっている物理的モデルを離散モデルで表す道を開いた。バーガース方程式[4]は、

$$v_t = 2\,v\,v_x + v_{xx} \tag{1}$$

超離散法によって、バーガースＣＡ（ＢＣＡ）[2]

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \min(U_{j-1}^t, L - U_j^t) - \min(U_j^t, L - U_{j+1}^t) \tag{2}$$

に変換される。ここで、U_j^t は、時間 t に j セルに存在する車の数である。 L＝１の場合は、ＢＣＡはルール 184 そのものになる。

所で、このＢＣＡは、交通流を Euler 表現[2]で表したものである。他のもう一つの表現は、Lagrange 表現であり、交通流の追従モデルで使われている表現である。BCA の Lagrange 表現[5]は、

$$\boldsymbol{x}_i^{t+1} = \boldsymbol{x}_i^t + \min(V_{max},\ \boldsymbol{x}_{i+S}^t - \boldsymbol{x}_i^t - S) \tag{3}$$

である。　ここで、x_i^t は i 番目の車の時刻 t における位置を表し、$V_{max}=S=L$ である。式（３）は、流体力学でよく知られている Euler-Langrange（EL）変換の離散版[6]ともいえる EL 変換によって、（２）式から導き出される。式（３）が持っている物理的モデルとしての最大の特徴は、予測パラメータ S と車の最大速度 V_{max} を含んでいる点である。予測パラメータ S は、運転者が S 台前の車の行動を見ながら運転するという、現実の運転行動の１つをモデルとして自然に取り入れていることである。

ここでは、この Lagrange 表現の BCA に、もう一つの重要なモデル slow-to-start（S1S）効果を加えたモデルをつくり、その流れの基本図、準安定分技の出現とその安定性を議論する。

2　拡張 Lagrange 表現型の BCA 交通流モデル

速度 V=1 の S1S 効果[7]を取り入れたモデルの Lagrange 表現[5]は、

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \min(1 \ , \ x_{i+1}^t - x_i^t - 1 \ , \ x_{i+1}^{t-1} - x_i^{t-1} - 1) \qquad (4)$$

と表わされる。これは、車の速度は、現在の車間距離だけでなく、過去の車間距離にも依存するとしている。即ち、車の慣性効果を取り入れている。

両式(3),(4)を結合して、予想効果、S1S 効果を含む BCA に拡張すれば、S=2 の場合は、次のルール[11]従って進む。

1 Acceleration

$$v_i^{(1)} = V_{max} \qquad \text{Fukui-Ishibashi model} \qquad (5a)$$

$$v_i^{(1)} = \min(V_{max}\ , \ v_i^{(0)} + 1) \qquad \text{Deterministic Nagel-Schreckenberg model} \qquad (5b)$$

2 Slow-to-start

$$vi^{(2)} = \min(v_i^{(1)} \ , \ x_{i+2}^{t-1} - x_i^{t-1} - 2) \qquad (6)$$

3 Deccelaration due to other cars

$$vi^{(3)} = \min(v_i^{(2)} \ , \ x_{i+2}^t - x_i^t - 2) \qquad (7)$$

4 Avoidance of collision

$$vi^{(4)} = \min(vi^{(3)} \ , \ x_{i+1}^t - x_i^t - 1 + v_{i+1}^{(3)}) \qquad (8)$$

5 Car movement

$$x_i^{t+1} = x_i^t + Vi^{(4)} \qquad (9)$$

式(8)は、i 番車が i+1 番車を追い越しや、衝突を防ぐ条件である。(5a)は、素早い加速(FI モデル)を表し、(5b)式は、緩やかな加速（決定論的 NS モデル）を表している。一般的 S の場合の式を書けば、

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \min(Vi^t \ , \min(x_{i+k}^t - x_i^t - k + V_{i+k}^t)) \qquad (10)$$

$$Vi^t = \min(V_{max}, \ x_{i+S}^{t-1} - x_i^{t-1} - S \ , \ x_{i+S}^t - x_i^t - S \ , \ x_i^t - x_i^{t-1} - 1) \qquad (11)$$

3 交通流基本図における準安定分技と安定性

次に、最高速度 V_{max}=5, S=2 の場合の基本図を、ＦＩモデル[9]とＮＳ(決定論的)モデル[10]について調べてみよう。臨界車両濃度(ρ= 1/6)以下では、車流は両モデルで、自由流となり、それ以上臨界濃度付近で、流量は複雑な時間変動をする。また、多くの準安定分技を示す。図１，２に両モデルについてシミュレーションを行い、時間的平均した交通流量を示した。交通流基本図について、時間的平均の上では、ＦＩモデルとＮＳ(決定論的)モデルの両モデルについて、大きな差異はない。図中の○は時間的に変動しない交通流を示し、●は時間変動する流れの平均値を示している。実線は存在可能性のある流れの基本図の模式図である。図中、最高点 P_0 は、(ρ, flow) = (2/7,10/7) で車の配列は (･･･11000001100000･･･) であり、分技上の点は、それぞれ P_A (･･･11000010100000･･･), P_B(･･･11000100100000･･･), P_C(･･･11001000100000･･･), P_D(･･･11100000100000･･･), P_E (･･･11110000000000･･･) である。これらの点は、不安定で、摂動を与えられると、下

の分技へ移っていく。また、各準安定分技の高濃度終点は、Q_A (2/6,4/3)（・・・110000110000・・・）,Q_B(2/5,6/5)（・・・1100011000・・・）, Q_C (2/4, 1)（・・・11001100・・・）,Q_D(2/3,2/3)（・・・110110・・・）であり、それぞれ，直線 P_0 Q_E 上にある。

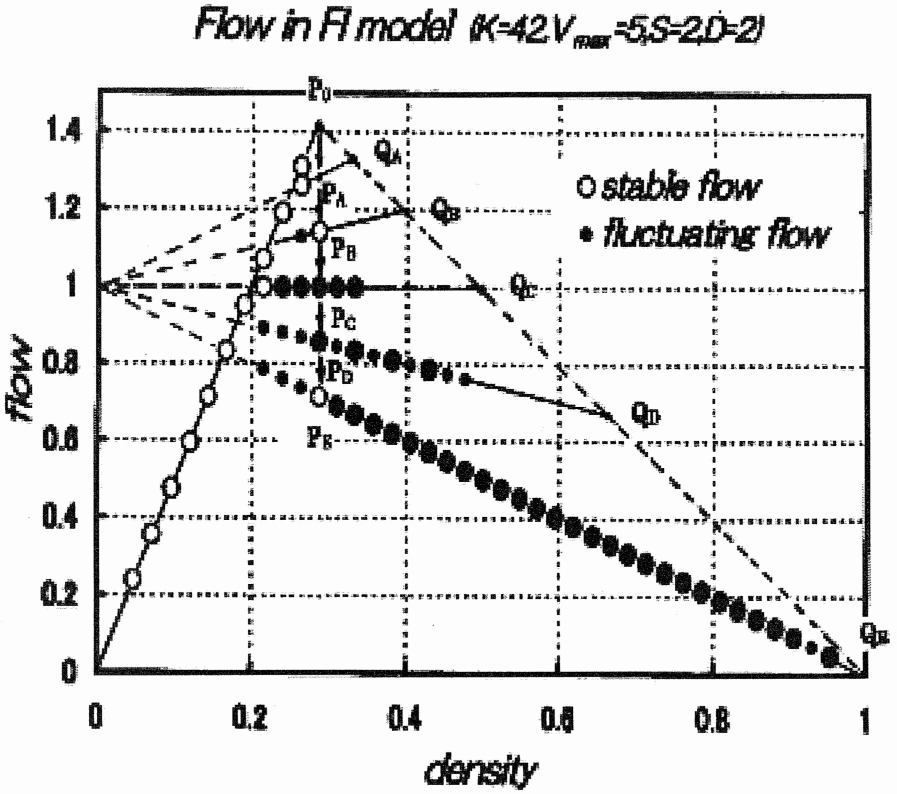
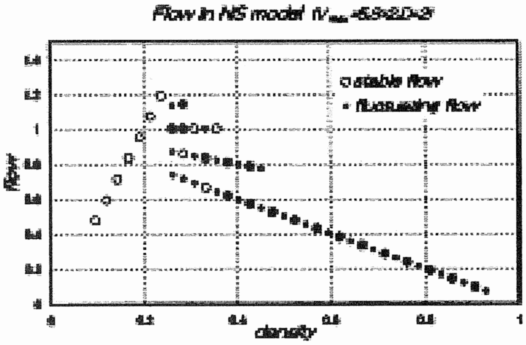


図 1



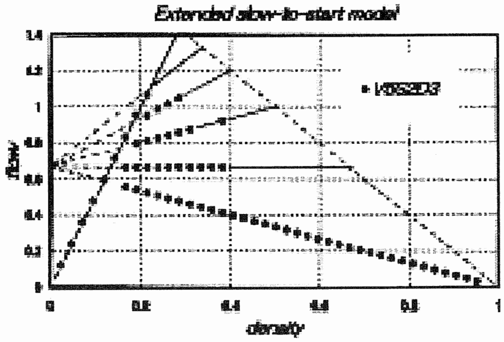


図 2

図 3

4 slow-to-start モデルの拡張と準安定状態の存在

slow-to-start モデルを含んだ拡張 LagrangeBCA モデルでは、準安定分技が存在する。V_{max}＝5、S=2 の場合は、基底状態を含めると 5 本の分技が見られた。ここでは、新パラメ

ーター D を導入して slow-to-start モデルを拡張する。現在から D 時間遡って過去の車間距離を全て参照して、次の速度を決めるとする。D=1 の場合は、現在の車間距離のみを参照すること（Non-slow-to-start）を意味し、前節までのモデルは D=2 の場合にあたる。色々の D、V_{max}、S について、シミュレーションをおこなった。図３に、$V_{max}=5$、$S=2$、$D=3$ の場合の基本図を示す。この場合も、全部で５本の分技が存在することがわかった。基本図について、自由流に対応する直線の式は、$flow = V_{max} \cdot \rho$ で表され、渋滞流については、

$$flow = \frac{S}{D}(1-\rho) + \left(\frac{D-1}{D}\right) n\rho \qquad (n = 0, 1, 2, \cdots V_{max}-1) \qquad (12)$$

で表される事が分かった。$n=0$ は、基底渋滞状態に対応して、準安定状態分技は、$V_{max}-1$ 本あることがわかった。 また、分技は、（0 , S/D ）点に向って収束するように見えることも、式は示している。 S の効果は、前方を見通すことは効率良い交通の流れを保証すること表している。 更に強調すべきことは、準安定状態分技は，$D \geqq 2$ でないと存在しないこと、即ち、*準安定状態分技は* slow-to-start *効果によって生まれる* ことを示している。 現在、Lagrange 表現の BCA 交通流モデルについては、NS(確率論的)モデル[11]、速度依存性のある S パラメーターモデル、確率的 S パラメーターモデル、２車線モデルなどの研究が進行中である。

参考文献

[1] K.Nishinari, D.Takahashi, J.Phys. A31(1998) 5439.

[2] K.Nishinari, D.Takahashi, J.Phys. A32(1999) 93.

[3] T.Tokihiro, D.Takahashi, J.Matsukidaira, J.Satsuma, Phys. Rev. Lett. 76 (1996) 3247.

[4] T.Musya and H.Higuchi J. Phys. Soc. Jpn. 17(1978) 811

[5] K.Nishinari J. Phys. A 34(2001) 10727.

[6] J.Matsukidaira and K.Nishinari, Phys. Rev. Lett. 90(2003) 088701

[7] M.Takayasu, H.Takayasu, Fractals. 1(1993) 860.

[8] K.Nishinari, D.Takahashi, J.Phys. A33(2000) 7709.

[9] M.Fukui, Y.Ishibashi, J.Phys. Soc. Jpn.65(1996) 1868.

[10] K.Nagel, M. Schreckenberg, J. Phys. I France 2 (1992) 2221.

[11] K..Nishinari, M.Fukui and A.Schadschneider, J.Phys.A (2003)