

2次元OV模型による生物集団の群集形成

中山章宏（岐阜経済大学）、杉山雄規（名古屋大学大学院情報科学研究科）

要旨

我々は2次元最適速度模型に基づいて、生物の集団運動に適用できる力学模型を提案する。この模型の性質を数値実験で調べ、模型のパラメタや生物の密度を変えることにより、いろいろなパターンの集団が形成されることがわかった。

1 はじめに

交通流や歩行者流を始めとして、それに類似する系には興味深い現象があり、それらの性質を明らかにするために多くの研究がなされてきた [1, 2, 3]。最適速度 (OV) 模型は1次元交通流の力学模型であり、交通流の性質、特に渋滞形成をうまく説明できる模型である [4]。この模型では、渋滞は一種の相転移であるという考え方で理解できる。そこで、同じアイデアが他の系に対しても適用できるかもしれないという期待がある。しかし、同じように面白い現象を示す、歩行者流や他の生物体の運動 [5, 6, 7] は本質的に2次元の系である。それらに適用するために我々はOV模型を2次元模型に拡張した [8]。拡張された2次元模型には2つのタイプが存在する。一つは斥力相互作用を持つ模型で、これは歩行者流の模型として適用可能である。もう一つは引力相互作用を持つ模型で、これが生物の集団運動に適用できると考えられる。

生物の集団運動に関しては、これまでにいろいろな立場から多くの模型が提案されてきた。有名なものでは "Boids" [9]、魚の群れ模型 [10, 11]、さらに、物理的な立場からの模型 [12, 5, 6, 7] などである。この論文では、2次元OV模型の性質を包括的に調べるために、引力と斥力両方の相互作用を含むように模型を修正し、一つのパラメタで調整できるようにする。但し、この模型では両方の相互作用がOV関数という一つの形にまとめられているため、模型の形そのものは単純なままである。我々はこの模型の集団運動の性質を明らかにするために、広い範囲にわたってパラメタや条件を変えた数値実験を行なった。

2 模型

ここで考える2次元OV模型は [13]

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{x}_n(t) = a \left\{ \sum_k \mathbf{F}(\Delta \mathbf{x}_{kn}) - \frac{d}{dt} \mathbf{x}_n(t) \right\}, \quad (1)$$

$$\mathbf{F}(\Delta \mathbf{x}_{kn}) = \mathbf{n}_{kn} \left(\frac{1 + \cos \theta}{2} \right) \left(\frac{\tanh 4(\Delta x_{kn} - 1) + c}{2} \right), \quad (2)$$

という形のものである。ここで、 $\Delta \mathbf{x}_{kn} = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_n$ 、 $\mathbf{n}_{kn} = \Delta \mathbf{x}_{kn} / \Delta x_{kn}$ 、 $\Delta x_{kn} = |\Delta \mathbf{x}_{kn}|$ である。太字は2次元 vector を表わす。 θ は $\Delta \mathbf{x}_{kn}$ と \mathbf{v}_n の間の角度である (\mathbf{v}_n は n 番目の生物の速度 ($d\mathbf{x}_n/dt$) である)。 $\sum_k \mathbf{F}(\Delta \mathbf{x}_{kn})$ が元々のOV模型のOV関数に対応

するものであり、総和は n 番目の生物の周りの一定の範囲内にいる、他の生物についてとる。パラメタ a は感応度と呼ばれているもので、反応の大きさを表わす。

\tanh 関数のパラメタの数値は簡単になるように取ったもので、その値自身には意味はない。相互作用の形はパラメタ c を変えることで調整できる。 $c = 1$ の場合は引力のみ、 $-1 < c < 1$ の場合は引力と斥力の両方が存在する。さらに、良く知られているように、生物は自己推進力がなければ動くことができないため、ここでも v_n に比例する項を OV 関数に付け加えておく。以下の数値実験ではこの項の係数を 0.75 と取っておく。すなわち、 $\sum_k \mathbf{F} \rightarrow \sum_k \mathbf{F} + 0.75 \mathbf{v}_n / |\mathbf{v}_n|$ という変更になる。

3 シミュレーション

数値実験は a と c のいろいろな値に対して行なった。系のサイズは計算の都合上 26×15 に固定してあるが、サイズ依存性は小さいことは確かである。各シミュレーションでは、十分な緩和時間の後で起きている群れの数を調べる。この数から、群れの平均サイズ（群れに属するメンバーの数）が計算できる。ここで、「群れ」とは、その群れのメンバーは少なくとも1つの他のメンバーの相互作用の働く範囲内に入っており、かつそれと同じ方向に動いているものからなるもの、と定義する。この「同じ方向」とは速度の内積が正になることである。

以下では2つの場合について結果を示す。

(a) 模型 1: $\Delta x_{kn} < 2.0$ の範囲のすべての生物と相互作用する。

(b) 模型 2: $\Delta x_{kn} < 2.0$ の範囲の生物のうち、最近接のものだけ相互作用する。ただし、ここでは周囲を6つの扇型（6という数自身は重要ではない）に分け、各扇型の中から最近接のものを1つずつ選ぶというものである。

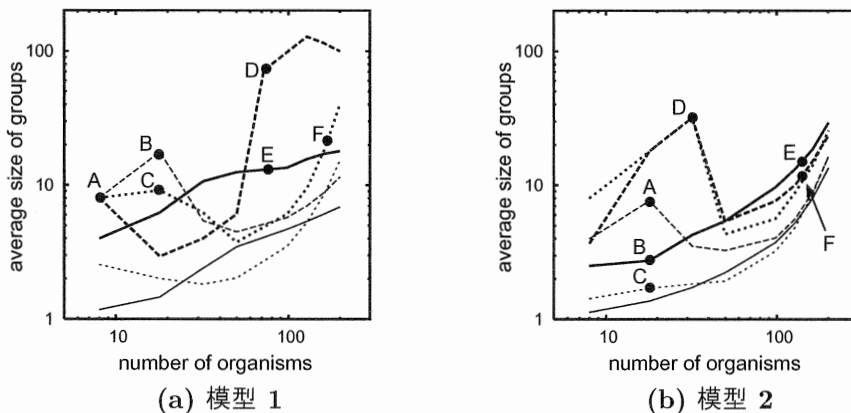


Figure 1: 群れの平均サイズ: 太実線は $c = 1.0, a = 3.0$ 、細実線は $c = 1.0, a = 1.0$ 、太破線は $c = 0.0, a = 3.0$ 、細破線は $c = 0.0, a = 1.0$ 、太点線は $c = -0.5, a = 3.0$ 、細点線は $c = -0.5, a = 1.0$ を表わす。

(a) 模型 1

図1が平均サイズをプロットしたものである。図1(a)の点(A), (B), (D)では、群れが一つだけ形成されているが、形はそれぞれ異なる。図1(a)の点(A)-(F)での典型的な群れの形を図2(a)-(f)に示す。図2(a), (b), (e)での群れは似ている。三角格子構造は $c = -0.5$ の場合にだけ現れる ((c) 参照)。これらの群れの安定性は弱く、他の生物との相互作用によって容易に壊れる。一方、(d) と (f) の場合は完全に異なっている。この群れは移動せず、より安定である。特に、(d) の場合は一度中に入った生物は抜け出すこ

とができない。これらの群れの形はパラメタの変化とともに互いに連続的に移りあうように見える。両者の間に何らかの相転移があるかどうかは不明である。

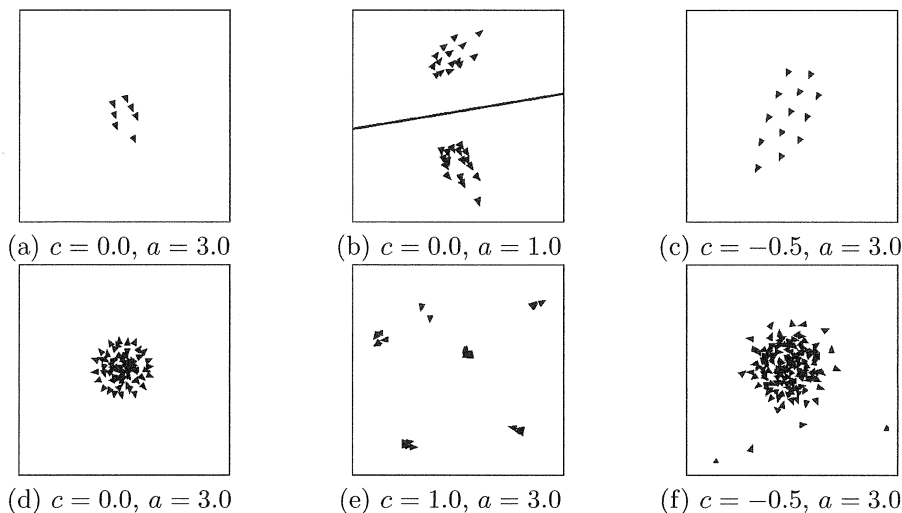


Figure 2: 典型的な群れの形：各図 (a)–(f) が図 1(a) の点 (A)–(F) に対応する。

(b) 模型 2

上と同様に、図 1(b) の点 (A)–(F) が図 3(a)–(f) に対応する。図 1(b) の点 (D) で群れが一つだけ形成されている。これは高い感応度、低密度の場合である。この群れは比較的安定ではあるが、他の群れとの衝突で壊れるため、密度が上がっても群れのサイズは大きくなることできない。この場合は、群れの形は大きく 2 つに分けられる。一つは

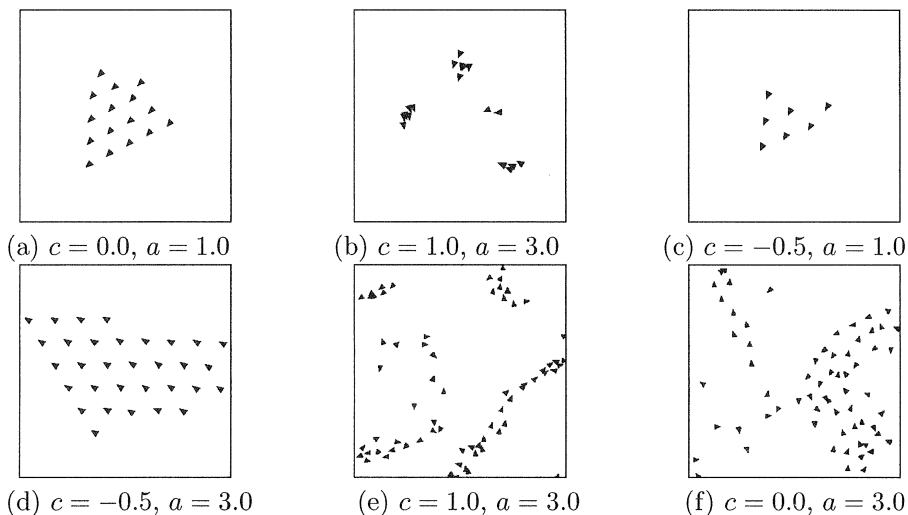


Figure 3: 典型的な群れの形：各図 (a)–(f) が図 1(b) の点 (A)–(F) に対応する。

(A), (C), (D), (F) で斥力が存在する場合、もう一つは (B), (E) で斥力がない場合である。前者では各群れが三角格子構造を示す (図 3(a), (c), (d), (f) 参照)。生物間の距離は $F(\Delta \mathbf{x}_{kn}) = 0$ によって簡単に見積もることができる。これらの場合の群れの安定性

は、1次元OV模型と同様に理解することができる。安定条件は感応度とOV関数の微分(この距離での)によってあたえられる。すなわち、OV関数を固定すれば、感応度が大きいほど安定、小さいと不安定となる。後者では((b)と(e)の場合)、群れは小さくなり、図2(e)と同じような性質を示す。この両者も連続的に移り変わるように見える。

4 まとめ

ここでは引力と斥力を統一的に取り込んだ2次元最適速度模型の性質を調べ、数値実験により、いろいろな形の群れができることを確認した。さらに、この模型で形成される群れは、一般に弱い安定性を示すことがわかった。また、異なった形の群れの間に明白な転移点を見出すことはできなかつた。安定性の解析や異なった相があるのかどうかを確認することは、今後の課題として残されている。

また、この模型にはいくつかの任意性が残っている。一つは相互作用の範囲で、これを変更しても生物の運動自身はあまり変化しないが、最終的にできる群れの形はかなり変わる。もう一つは自己推進力である。ここでは適当な値を取ったが、これを変えた時に振舞がどうかかわるかも調べなければならない問題である。

References

- [1] *Workshop on Traffic and Granular Flow '97*, edited by M. Schreckenberg and D. E. Wolf (Springer-Verlag, Singapore, 1998).
- [2] *Traffic and Granular Flow '99*, edited by D. Helbing, H. J. Herrmann, M. Schreckenberg, and D. E. Wolf (Springer-Verlag, Berlin, 2000).
- [3] *Traffic and Granular Flow '01*, edited by M. Fukui, Y. Sugiyama, M. Schreckenberg, and D. E. Wolf (Springer-Verlag, Berlin, 2003).
- [4] M. Bando *et al.*, *Phys. Rev. E* **51**, 1035 (1995).
- [5] T. Vicsek *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1226 (1995).
- [6] A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and T. Vicsek, *Phys. Rev. E* **54**, 1791 (1996).
- [7] T. Vicsek, A. Czirók, and D. Helbing, in *Traffic and Granular Flow '99*, edited by D. Helbing, H. J. Herrmann, M. Schreckenberg, and D. E. Wolf (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2000), pp. 147–159.
- [8] A. Nakayama, K. Hasebe, and Y. Sugiyama, in *Traffic and Granular Flow '01*, edited by M. Fukui, Y. Sugiyama, M. Schreckenberg, and D. E. Wolf (Springer-Verlag, Berlin, 2003), pp. 127–140.
- [9] C. W. Reynolds, *Computer Graphics* **21**, 25 (1987).
- [10] N. Sannomiya and K. Matsuda, *IEEE Trans. on Systems Man Cybernetics* **SMC-14**, 157 (1984).
- [11] H.-S. Niwa, *J. theor. Biol.* **171**, 123 (1994).
- [12] N. Shimoyama *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3870 (1996).
- [13] A. Nakayama and Y. Sugiyama, in *MODELING OF COMPLEX SYSTEMS: Seventh Granada Lectures*, edited by P. L. Garrido and J. Marro (American Institute of Physics, ADDRESS, 2003), pp. 107–110.