

リップルの断面波形

信州大学理学部

肥田 昌樹、村越 直美、本田 勝也

概要

西森・大内の砂丘モデルをベースに、水路による1方向流の実験から観測した砂の運動の特徴を盛り込んだアルゴリズムに改良し、実験と同様な非対称な波形を再現することに成功したので報告する。

1 はじめに

一言に砂丘と言っても、砂の量、風の強さ、風向きの変化など、様々な環境の違いにより異なった形状の砂丘が形成されることが知られている。比較的砂が少ない土地で、定常的な風が一方から吹き続ける場合には、バルハン砂丘と呼ばれる三日月型の砂丘が作られる。また、同じ一方からの風でも砂の量が豊富な土地では、横列砂丘と呼ばれる、非対称な波形を持った砂丘が作られる。その他にも、様々な形状の砂丘が観測されている。

砂丘の運動をシミュレートするにあたり、砂粒と風の運動をモデル化する必要がある。しかし、物理法則にしたがって忠実にモデル化することは非常に困難である。というのは、風の運動は流体の運動を記述する偏微分方程式により表される。また、砂粒の運動は粒子の数だけの連立微分方程式により表される。この二つの方程式をコンピュータで計算させることは相性がよくないということが知られている。さらに、無数にある砂丘の砂粒の運動を一つ一つ計算することも不可能である。そして、静止している砂の層の運動は、粉流体の運動であり、非常に複雑な振る舞いをするということが知られている。

そこで、このような物理的な法則は考えず、実験で観測した砂粒の運動の特徴からできる限り簡単なモデルを作り、シミュレーションを行った。

2 砂の運動形態と特徴

砂丘の運動のモデル化は、西森・大内 [1][2] のモデルをベースに、水路による1方向流の実験から観測した砂粒の運動の特徴を盛り込んだ。

まず、風により運動し始めた砂粒の運動形態を分類する。この分類は、Bagnold[3] によるもので、次の3つに分類される。

1. creep (表面這行)
2. saltation (躍動)
3. suspension (浮遊)

creep は砂床表面を転がりながら移動するもの、saltation は表面から空中に舞い上がった
り着地したりを繰り返し移動するものである。suspension は黄砂のように大規模な砂粒の
移動であるので、ここでは取り扱わない。

そして、実験から観測した事実に次のようなものがある。第一に、砂山の形状の特徴と
して、上流側の斜面は緩やかで、下流側の斜面は急峻という非対称性がある。第二に、一
つの砂山周辺での砂粒の運動の特徴として以下に記すものがある。

1. 風上（上流）側斜面では、砂粒は斜面を這うように移動することが多い。
2. 砂山の頂上付近では、大量の砂が遠くへ飛ばされる。
3. 風下（下流）側斜面では、飛ばされる砂はほとんどないが、斜度が安息角以上にな
ると雪崩が発生する。

3 砂丘モデルの作成

上記の事実から、以下の手順で砂丘モデルを作成していく。

- (i) 空間を砂粒より十分大きい格子状のセルに分割し、 (i, j) 番地のセルの砂床の平均の
高さを $h(i, j)$ とする。砂粒ひとつひとつの運動を計算することができれば理想であ
るが、コンピュータの計算能力上同じセルの中の砂粒は同じ運動をするものとする。
今回は、横 1000 セル、縦 50 セルとした。当初、砂丘の断面の形をシミュレートす
ることが目的であったので、より単純なモデルにということで砂をまくフィールド
を 1 次元にした。しかし、一向に理想的な結果が得られなかった。そこで、砂山を形
成する砂の運動は、風の吹く方向だけの運動だけでなく風と垂直方向への砂の転が
りが重要な要素になってるのではないかと思い、フィールドを 2 次元に拡張してみ
たところ成功したので、2 次元フィールドを用いることにした。
- (ii) 初期条件として、微小なランダムな凹凸をもった砂の層を作る。系の周囲の境界条
件は周期境界とし、また、砂の層の下は固い地面としてこの層の侵食は許さないも
のとする。ここに一方向から風を吹かせることによって砂を飛ばす。
- (iii) 風により、各セルから飛ばされる砂の量 $q(i, j)$ と、その飛距離 $l(i, j)$ を次式で定義
する。

$$q(i, j) = Q_0 (\tanh(\Delta h(i, j)) + 1.0) (\tanh(-\Delta h(i, j)) + 1.5) \quad (1)$$

$$l(i, j) = L_0 (\tanh(\Delta h(i, j)) + 1.0) (\tanh(-\Delta h(i, j)) + 1.005) \quad (2)$$

ただし、 Q_0, L_0 は定数、

$$\Delta h(i, j) = h(i, j) - h(i - 1, j)$$

である。この $q(i, j), l(i, j)$ を用いて砂を移動させる。(1),(2) 式を図 1 に示した。こ
れは、上記の 1 つの砂山周辺での砂の運動の特徴を反映したものである。

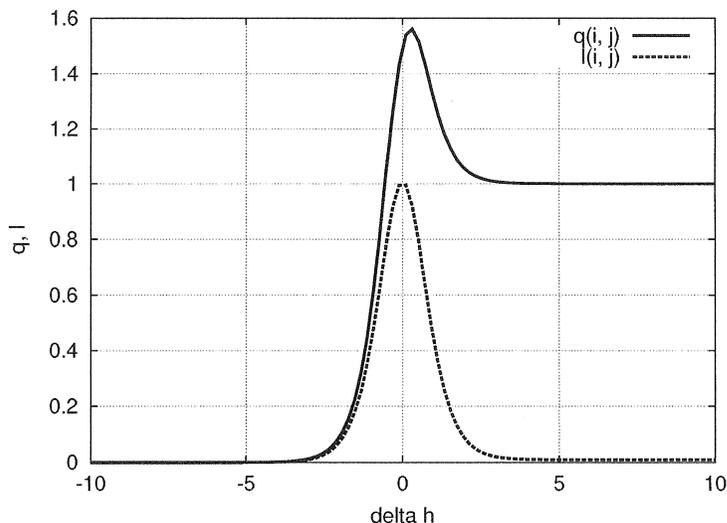


図 1: $q(i, j), l(i, j)$ vs Δh

- (iv) このままでは砂床表面は荒くギザギザになってしまうので、拡散を用いて局所的な砂の高さを均す。

$$h_{n+1}(i, j) = h_n(i, j) + D \left[\frac{1}{6} \sum_{nn} h_n(i, j) + \frac{1}{12} \sum_{nnn} h_n(i, j) - h_n(i, j) \right] \quad (3)$$

ただし、 D は定数、

$$\sum_{nn} h_n(i, j) = h_n(i+1, j) + h_n(i-1, j) + h_n(i, j+1) + h_n(i, j-1)$$

$$\sum_{nnn} h_n(i, j) = h_n(i+1, j+1) + h_n(i+1, j-1) + h_n(i-1, j+1) + h_n(i-1, j-1)$$

である。添え字の $n, n+1$ はステップを表す。

- (v) 風下側斜面で雪崩を発生させる。雪崩は隣接セルとの砂床の高さの差がある一定上になったとき、次式により砂を下方へ移動させる。

$$h(i, j) \longrightarrow h(i, j) + \frac{1}{4} \Delta h(i, j) \quad (4)$$

$$h(i-1, j) \longrightarrow h(i-1, j) - \frac{1}{4} \Delta h(i, j) \quad (5)$$

ここまでが1ステップである。以降、(iii)~(v)を繰り返す。

4 シミュレーション結果

$D = 0.2, L_0 = 100$ とし、 $Q_0 = 0.1, 0.5, 1.0$ の3パターンを10000ステップ計算した。スペースの都合上、 $Q_0 = 1.0$ の場合のみを図2に示した。図2は、各ステップでの砂丘の断面図である。($j = 25$ での断面)

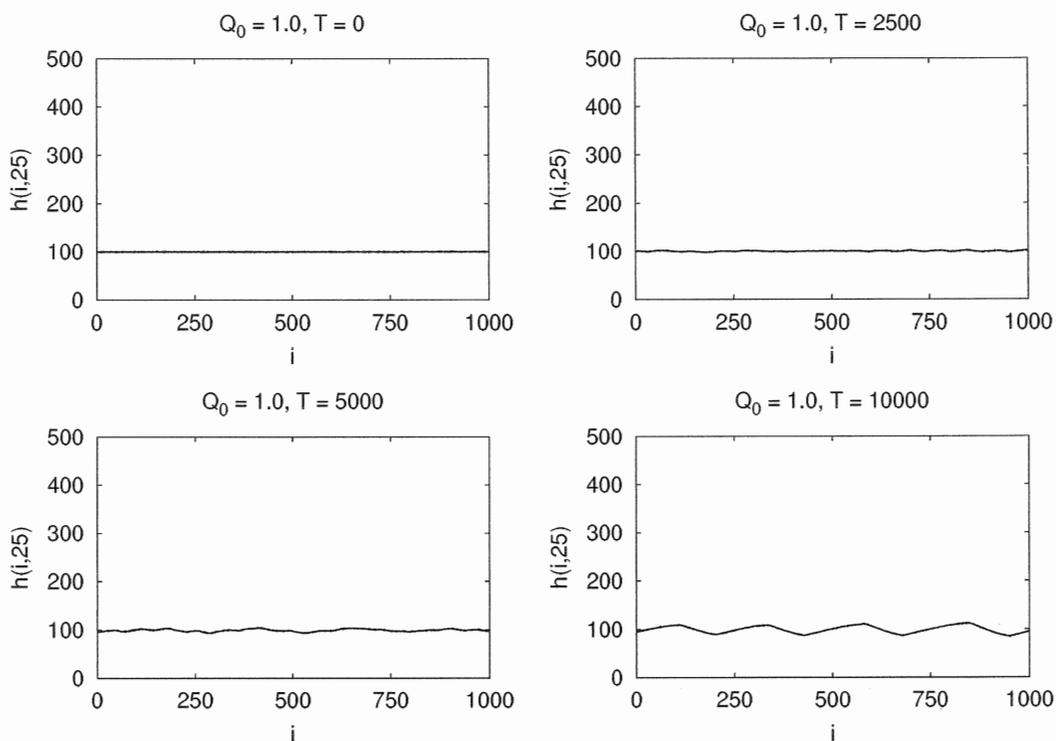


図 2: $Q_0 = 1.0$ での各ステップでの砂丘の断面図

この系では、風を左から右に向かって吹かせている。時間が経つにつれ、徐々にはっきりと波形が形成されていく様子がわかる。静止画ではわからないが、アニメーションで確認すると、砂山が成長しながら風下に移動していく様子もわかる。このシミュレーションから得られた波形の特徴は、風上側の斜面が緩やかで、風下側の斜面が急ということである。この特徴は、実験から観測した一方向流により形成される砂山の形と一致する。砂の運動の特徴のみをとらえた簡単なモデルであるが、現実のものと似たシミュレーション結果を得られたことから、ある程度、本質をとらえたモデルではないかと思う。

参考文献

- [1] 西森 拓、大内 則幸 「飛砂による地形の動力学 —風紋と砂丘—」 物性研究 61-1(1993-10)
- [2] 西森 拓 「動く砂丘 —砂のダイナミクス」 国際高等研究所 報告書 2001-001
- [3] R.A.Bagnold, The Physics of Brown Sand And Desert Dunes, (Unwin Hyman, London, 1990)