

歩行者流・生物集団の2次元OV模型

長谷部勝也（愛知大）、中山章宏（岐阜経済大）、杉山雄規（名大）

1 はじめに

最適速度模型（OV 模型）は、高速道路における自然渋滞などの発生メカニズムを説明するために提案されたものである。高速道路の交通流の振舞は実質的に1次元とみなすことができ、渋滞-非渋滞転移の様相や基本図などは、1次元OV模型によってよく再現される。

しかし、交通流においても市内交通や多車線道路での車線間の相互作用などは1次元を超える扱いが必要である。また、歩行流の場合も自動車と同じような規則で動いていると考えられるが、2次元的な扱いをしなければならない系である。ここでは、これらの系に適用するために、1次元OV模型を素直に2次元に拡張し、その模型の振舞をシミュレーションにより調べる。以下でわかるように、2次元模型への拡張の方法は2通りあり、一つは歩行者流の運動に適用できる模型、もう一つは魚群などの生物集団の運動に適用できる模型と考えられる。

2 1次元OV模型

OV模型の基本的なアイデアは、車間距離に応じたある最適な速度があって、運転者はその最適速度に合わせるように速度を調節している、というものである。即ち、加減速は現在の速度と最適速度の差に比例するという考えである。自動車の運動は、これを表現した運動方程式

$$\ddot{x}_n(t) = a \{ V(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t) \}, \quad (1)$$

$$V(\Delta x) = v_0 \{ \tanh(\Delta x - b) + c \}, \quad (2)$$

によって記述される。 a は感応度と呼ばれ、反応の大きさを表わすパラメタである。 $V(\Delta x)$ が車間距離と最適な速度の関係を表わす最適速度関数（OV関数）である。運転者が実際にどのような最適速度関数によって（理想的な速度という意味ではない）運転しているかは、観測によって決定することが可能である。

この模型にはすべての車が同じ車間、同じ速度で動く自明な一様解 $\Delta x_n = h$, $\dot{x}_n = V(h)$ が存在する。我々はこの解を実際の交通での自由流と同一視する。一様流解の安定性は線形解析によって調べることができ、安定条件は感応度とOV関数の微分によって与えられ、 $a > 2V'(h)$ となる。車間距離が大きい（密度が小さい）場合は $V'(h)$ が十分小さく、一様流は安定である。一方、車間距離が小さくなると $V'(h)$ が大きくなり、一様流は不安定になって渋滞流へ遷移する。密度がある程度大きい場合は、渋滞流だけが安定になることがシミュレーションによってわかっている。この渋滞-非渋滞遷移は一種の相転移であると考えることができる。

3 2次元OV模型

ここで2次元への拡張模型を構築する。拡張方法は1次元模型でのOV関数が何を表わしているかについての考え方によって2通り存在する。一つの考え方は、運転者は最適な速度で先行車についていこうとする、というものである。この場合、先行車から引力が働いていると考えることができる。つまり、先行車が離れると引力が大きくなって加速する、という考えである。もう一つは、運転者は本来はより速い希望速度で走ろうとするが、先行車が存在するために減速して、最適速度を維持しているというものである。この場合、先行車から反発力が作用していると考えられる。先行車が離れると反発力が小さくなって加速する、という考えである。この二つの考え方は1次元の場合は区別できないが、2次元では異なった模型になる。反発力型の模型は歩行者流などに適用でき、引力型の模型は魚群などのある種の生物集団の運動に適用できると考えられる。

歩行者流模型

最初に反発力型の模型を示す。1次元OV模型から素直に拡張すれば2次元模型が得られ、この場合の運動方程式は

$$\ddot{\mathbf{x}}_n(t) = a \left\{ \mathbf{V}_0 - \sum_k \mathbf{F}(\Delta \mathbf{x}_{kn}) - \dot{\mathbf{x}}_n(t) \right\}, \quad (3)$$

$$\mathbf{F}(\Delta \mathbf{x}_{kn}) = \mathbf{n}_{kn} f(\theta) \{-\tanh(\Delta x_{kn} - b) + c\}, \quad (4)$$

となる。ここで、 $\Delta \mathbf{x}_{kn} = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_n$, $\mathbf{n}_{kn} = \Delta \mathbf{x}_{kn} / \Delta x_{kn}$, $\Delta x_{kn} = |\Delta \mathbf{x}_{kn}|$ である。太字はすべて2次元vectorを表わしている。 \mathbf{V}_0 が希望速度を表わし、反発力 \mathbf{F} は近傍の粒子(歩行者)について和を取る。 θ は希望速度 \mathbf{V}_0 の向き(以下ではx軸に取る)から測った $\Delta \mathbf{x}_{kn}$ の角度である。2次元OV関数の大きさは、1次元OV関数から決めることができるが、角度依存性 $f(\theta)$ は現在のところ決めることができない。ここでは典型的な例として、簡単に $f(\theta) = (1 + \cos \theta)/2$ と取っておく。

図1が典型的な場合についてのシミュレーションの結果で、1次元の場合とほとんど同じである。低密度の場合は全面に六方格子の構造が現れる。この状態

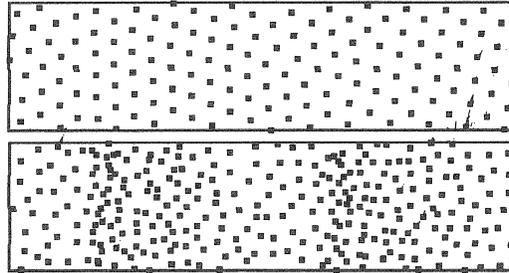


Figure 1: 上図は低密度、下図は高密度の場合の snapshot である。粒子(歩行者)は右方向へ移動しており、各々の■印が粒子を表わす。

は一様流と同一視できる。高密度の場合は一様流は不安定であり、密度波が現れ

渋滞流に遷移する。しかし、このような渋滞流が歩行者の場合に本当に現れるかどうかについて、我々は十分なデータを持っていない。

このような状態は媒質中の粉体の運動で観測されている。この模型において、渋滞が発生するかどうかについては OV 関数の詳細に依らない。大雑把に言えば、反発力が存在すれば十分である。我々はこの模型が粉体流の模型として適用できると期待している。

同様の現象は混合流においても実現される。速い粒子と遅い粒子が混じっている場合、低密度ではレーン形成が起き、それぞれのレーンではほぼ一様になっている。高密度の場合は、上と同じような渋滞流が形成される。

レーンは対向流でも形成される (図 2)。低密度では細かい縞模様のレーンができ、密度が大きくなるにつれ縞の数は減っていく。高密度では blocking が発生して通り抜けられなくなる。ただし、この模型では点粒子を想定しているため、隙間をかいくぐって少しづつ通っていく。

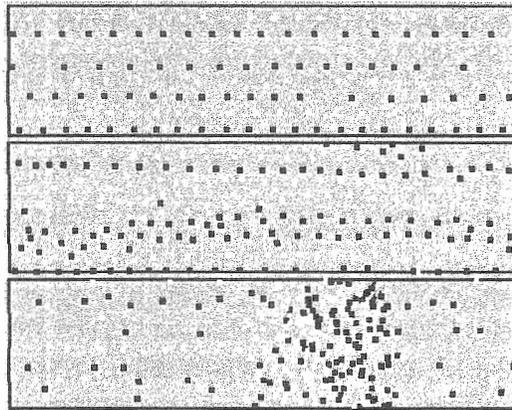


Figure 2: 白い印が右へ進む粒子、黒い印が左へ進む粒子を表わしている。

生物集団模型

引力型の 2 次元 OV 模型は次のように表される。

$$\ddot{\mathbf{x}}_n(t) = a \left\{ \sum_k \mathbf{F}(\Delta \mathbf{x}_{kn}) - \dot{\mathbf{x}}_n(t) \right\}, \quad (5)$$

$$\mathbf{F}(\Delta \mathbf{x}_{kn}) = n_{kn} f(\theta) \{ \tanh(\Delta \mathbf{x}_{kn} - b) + c \}. \quad (6)$$

引力の項 $\sum_k \mathbf{F}$ は周期境界の場合などに明らかに発散する。従って、 $\Delta \mathbf{x}_{kn} < R$ のように和の範囲を限定することが必要である。一般に、生物は無限遠方の対象は見えていないので、これは自然な仮定である。その結果として、先頭の粒子 (生物) は先導者がいないので移動できなくなる。このため通常は、生物の移動速度を一定量確保するため、自己推進力が導入される。この模型では模型の形を崩さないため、すべての粒子の前方、一定距離に常に存在する仮想的な先導者を導入する。全引力は仮想的先導者和其他の粒子からの引力の総和となる。

シミュレーションによると、この場合は安定な一様流状態は存在せず、常にいくつかの群れが形成される。典型的な場合を図3に示す。この模型では鰯の群れ

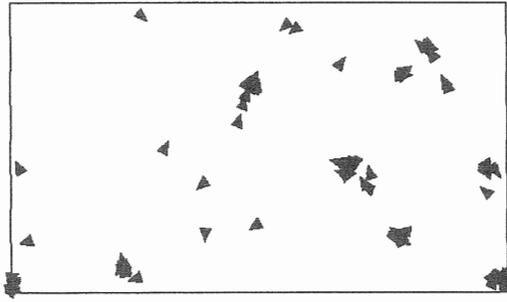


Figure 3: 各々の▲印が粒子（生物）で、鋭角の角の方向へ移動している。

のような大群は形成されない。小さな群れがランダムに移動し、それぞれも不安定である。群れが交差すると壊れたり、メンバーが入れ替わるということが容易に起こる。

OV 模型でも生物集団の模型を作ることが可能であるが、実際に生物の群れで観測されているような状態を再現するまでにはなっていない。希望としては、粉体から生物集団まで統一的に記述できる模型を目指しているが、そのためにはさらなる修正が必要かもしれない。

References

- [1] Bando, M., Hasebe, K., Nakayama, A., Shibata, A., and Sugiyama, Y., *Phys. Rev.* **E51** 1035 (1995).
- [2] Helbing, D., in *Traffic and Granular Flow '97*, eds. M. Schreckenberg and D.E. Wolf, Springer-Verlag, Singapore, 1998, pp.21.
- [3] Sannomiya, N. and Nakamine, H., in *Proc. of 3rd Int. Symp. on Artificial Life and Robotics*, Vol.1 17 (1998);
Niwa, H.-S., *J. theor. Biol.* **171** 123 (1994); **181** 47 (1996);
Shimoyama, N., Sugawara, K., Mizuguchi, T., Hayakawa, Y., and Sano, M., *Phys. Rev. Lett.* **76** 3870 (1996).
- [4] Reynolds, C.W., *Computer Graphics* **21** 25 (1987).
- [5] Vicsek, T., Czirók, A., and Helbing, D., "Collective Motion and Optimal Self-Organisation in Self-Driven Systems" in *Traffic and Granular Flow '99*, eds D. Helbing et al., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2000, pp.147.
- [6] Sugiyama, Y., Nakayama, A., and Hasebe, K., in *Pedestrian and Evacuation Dynamics*, eds M. Schreckenberg and S.D. Sharma, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2002, pp.155.