Local occupation probability 法よる隘路交通流の解析

石橋善弘（愛知淑徳大）福井稔（中日本自動車短大）

1　はじめに

交通流の研究において、セルオートマトン（CA）モデルが多くの場合の交通流に威力を発揮している。例えば1次元道路については、いわゆる184則を基本モデルとして、自動車の最高速度をm（整数）まで拡張した高速モデル[1]、隘路のある道路の交通流[2-4]から、交差する道路、2次元道路網まで色々な交通を扱ってきている。筆者らは、これらの交通流を理解する方法として、Local occupation probability（局所存在確率）という量をつかって、離散的なセルオートマトンモデルにおける交通流を平均場理論的に表現し、高速隘路交通流[5]、交差道路交通[6,7]を解析し、Local occupation probability という概念の有用性を示した。本稿では、Local occupation probability 法を用いて、確率的に開閉をするゲート(通行門)が複数存在する隘路交通流[8]および通常はゲートの存在が交通流に影響が及ぼさないような低レベル交通流状態の定常状態の交通流を解析する。

2　Local occupation probability

1次元 CA 交通流モデルにおいては、道路は離散化されたセル(長さ L 個)で表されていて、自動車は1時間単位ごとに$m(m\geqq 1)$セル前進する。 local occupation probability は、あるセルに自動車が平均的にどのくらい存在するかという確率で、第 i セルの local occupation probability をp_iで表すと次のように書ける。

$$p_i=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}s_i(t). \qquad (1)$$

（ただし、セルに車が存在すれば$s_i(t)=1$、存在しなければ$s_i(t)=0$）。いま、車の最高速度が1（m=1）の184則の場合に、開扉確率 r のゲート(上流 i =0 と下流1間に有る)がある道路の交通流は p_i をつかうと、ゲートが交通流を制限するような中程度の交通量のとき、ゲートの前後の local occupation probability $p_0,\ p_1$については、電子・正孔の関係のような式

$$p_1=1-p_0, \qquad (2)$$

とゲートの開閉に関して

$$p_1=r\,p_0 \qquad (3)$$

が成り立つ。また flow(流量) $f=p_1$ であるので、

$$f=r/(r+1) \qquad (4)$$

という良く知られている結果[2,3]が得られる。さて、この flow の制限がかかる一定流相と自由流相との転移濃度は、$\rho_c=r/(r+1)$で、この濃度以下の自由流では、flow$=\rho$であると知られているが、後に議論する。

3　多数ゲートのある交通流

まず、2つのゲートが連続的に近接して（ i =0 と 1 の間に、開扉確率 r_1、1 と 2 の間に、開扉確率 r_2）ある時の flow を扱う。この場合、ゲートが流量を制限する中間濃度における定常状態では、2つのゲートの前後の local occupation probability p_0, p_2 について、式(2)、(3)と同様に

$$p_2 = 1 - p_0, \qquad (5)$$

と第 2 のゲートの開閉に関して

$$p_2 = r_2 p_1 \qquad (6)$$

が成り立つ。p_1 ついては、第 1 site の flow の保存則により、流入と流出の釣り合いを考えて、流入については $r_1(1-p_1)$ と書け，流出は $r_2 p_1$ と書ける。

$$r_1(1-p_1) = r_2 p_1. \qquad (7)$$

式(4)-(6)から、 local occupation probabilities は、

$$p_0 = 1 - \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad , \qquad (8)$$

$$p_1 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \quad , \qquad (9)$$

$$p_2 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \quad . \qquad (10)$$

と決まる。流量は $f = p_2$ から求まる。

次に、2つのゲートが間隔をあけて(i =0 と 1 の間、d と d+1 の間、d ≪L/2)存在するときの flow を扱う。この場合は、

$$p_{d+1} = 1 - p_0, \qquad (11)$$

と第 1 と第 2 のゲートの開閉に関して

$$r_1(1-p_1) = r_2 p_d = p_{d+1} \qquad (12)$$

が成り立つ。途中の p については、flow の保存則により、

$$p_1(1-p_2) = p_2(1-p_3) = \ldots\ldots = p_{d-1}(1-p_d) = r_2 p_d. \qquad (13)$$

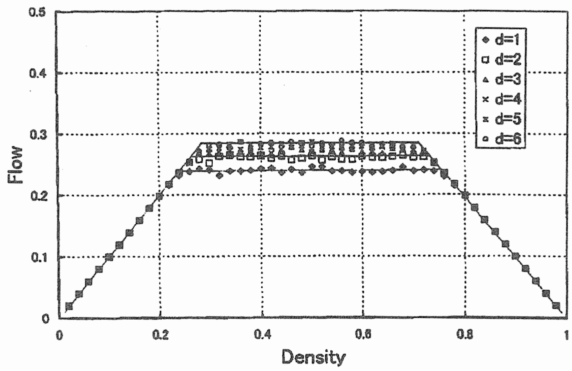

Fig. 1 .　The flow for various d (d = 1~6) at r_1=0.6 and r_2=0.4.

以上の式と　$f = p_{d+1}$ から flow は求められる。 図１に、r_1=0.6、r_2=0.4 で色々な間隔 d (=1~6)の場合の flow を車両密度 ρ の関数として求めたものを示した。間隔が開くと、流量が増すという結果は、常識と矛盾しない。

4　自由流相におけるゲートの効果

従来、自由流状態では、即ちゲートが flow に制限を与える臨界車両濃度 ρ_c より低い濃度では、ゲートの存在は、flow に何らの影響を与えなく、平均車両速度は１であり、flow＝ρ であると考えられてきた。　ここでは、ゲートの上流のセルの occupation probability を求めて、自由流状態における flow について考察しよう。Fig. 2 には、１ゲートの場合に戻って、シミュレーションで求めたゲートの直前のセルの occupation probability p_0 の車両密度 ρ 依存性を示す。図には、r=0.4 で、色々な道路長 L について示してある。 ρ_c 以下の自由流領域でも、式（３）$p_1 = r\, p_0$ が成り立っている。即ち $p_0 > p_1$ である。このことは、自由流でも、ゲートの直前には車両の局所的渋滞があるというごく納得できる結果を示す。Fig. ３には、ゲート前方数セルの occupation probability の濃度依存性を示した。ρ が増加するにつれて、ゲートの上流のセルの occupation probability が増加して、 ρ_c 以上で jam の発生につながる様子が理解できる。これらの考察から、自由流相でも、必ずゲート上流には局所的渋滞が起こり、道路長が有限ならば、flow の減少という結果をもたらす。しかし道路長 L→ ∞の極限では、局所渋滞は必ず発生するが、これらの影響は無視でき、flow には影響を及ぼさず、自由流相での flow はρである。

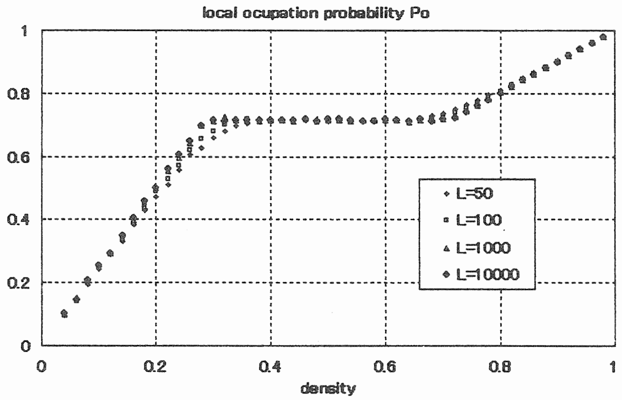

Fig.2　Local occupation probability in cell Po at r=0.4

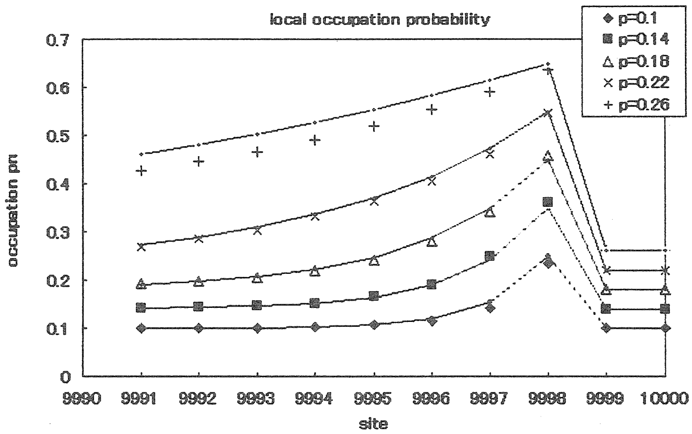

Fig.3 Local occupation probabilities of cells in front of a gate, which is placed between sites of 9998 and 9999 and r=0.4.

[1] M. Fukui and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 65(1996)1868.
[2] S. Yukawa, M. Kikuchi and S. Tadaki: J. Phys. Soc. Jpn. 63(1994)3609.
[3] B. H. Wang, L. Wang, P. M. Hui and B. Hu: Phys. Rev. E58(1998)2876.
[4] B. H. Wang, L. Wang, P. M. Hui and B. Hu: Physica B279(2000)237.
[5] Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn. 70(2001) 1237.
[6] Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn. 65(1996) 2793.
[7] Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn. 70 (2001) 2793.
[8] Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn. 71 (2002) 2335.