

車のODを考慮に入れた 二次元交通流のセルオートマトンモデル

印南 潤二、豊木 博泰(山梨大・工・循環システム)

1 ODを考慮に入れたモデル

Biham-Middleton-Levineらのモデル¹以降、2次元CAモデルについてはいくつかの拡張的な研究がなされたが、それらのモデルが現実とは異なる点の1つに車の出発点(Origin)、終点(Destination)が含まれていないことがある。本研究ではそれをとり入れたモデルの数値的研究について報告する。

格子は、 $L \times L$ の交差点サイトに2つの飾りサイトが付属しているもの²を採用する。

それぞれの車に発生地点、消滅地点、道順を一様乱数により与える。ただし、道順は発生地点～消滅地点間の最短距離から選択するものとし、遠回りはしないこととする。

車が交差点を通る回数を示すトリップ長 d のとり方によって2種類のモデルを考える。一つは $0 \leq d \leq 2L$ の範囲の整数値をランダムにとるものである。もう一つは d を一定にした、トリップ長固定モデルである。

1台の車が目的地点に到着して消滅したら、1台車をランダムに発生させる。つまり、車数 N 、密度 $\rho = N/3L^2$ が共に一定となるモデルにした。

ダイナミクスを以下のように定義する。ある交差点サイト $(r, 0)$ の水平方向に付属する飾りサイトを (r, h) 、垂直方向の飾りサイトを (r, v) とおく。

$\mu_{r,\alpha}^t$ は、タイムステップ t における (r, α) の車の存在を表す($\alpha = 0, h, v$)。 $\mu_{r,\alpha}^t = 1$ で車が存在し、0では車がないことを表す。 σ^t は t における交差点の信号の向きを表す。 $t =$ 偶数のとき $\sigma^t = 1$ であり x の正方向へ進行できることを表し、 $t =$ 奇数では $\sigma^t = 0$ であり y の正方向が青信号であるとする。 a_r^t は交差点サイト $(r, 0)$ にいる車の進行方向である。 $a_r^t = 1$ のとき進行方向は x の正方向、 $a_r^t = 0$ のとき y の正方向であるとする。

また、ここでは $\bar{X} = 1 - X$ とする。

$$\begin{aligned} \mu_{r,0}^{t+1} &= \mu_{r,0}^t \sigma^t \bar{a}_r^t + \mu_{r,0}^t \sigma^t a_r^t \mu_{r+x,h}^t \\ &\quad + \mu_{r,0}^t \sigma^t \bar{a}_r^t + \mu_{r,0}^t \sigma^t \bar{a}_r^t \mu_{r+y,v}^t \\ &\quad + \mu_{r,h}^t \mu_{r,0}^t \mu_{r,v}^t + \mu_{r,h}^t \sigma^t \mu_{r,0}^t \mu_{r,v}^t \\ &\quad + \mu_{r,v}^t \mu_{r,0}^t \mu_{r,h}^t + \mu_{r,v}^t \sigma^t \mu_{r,0}^t \mu_{r,h}^t \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mu_{r,h}^{t+1} &= \mu_{r,h}^t \mu_{r,0}^t + \mu_{r,h}^t \sigma^t \mu_{r,0}^t \mu_{r,v}^t \\ &\quad + \mu_{r-x,0}^t \sigma^t a_{r-x}^t \mu_{r,h}^t \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mu_{r,v}^{t+1} &= \mu_{r,v}^t \mu_{r,0}^t + \mu_{r,v}^t \sigma^t \mu_{r,0}^t \mu_{r,h}^t \\ &\quad + \mu_{r-y,0}^t \sigma^t \bar{a}_{r-y}^t \mu_{r,v}^t \end{aligned} \quad (3)$$

¹O.Biham, A.Middleton, D.Levine, Phys. Rev. A46, R6124(1992).

²T.Horiguchi, T.Sakakibara, Physica. A252, 388(1998).

2 相転移

システムサイズ 16x16、32x32、64x64 についての密度 ρ -平均速度 $\langle v \rangle$ のグラフを図 1 に示す。ここで $\langle v \rangle$ はタイムステップ t における速度

$$v(t) = \frac{1}{2N} \sum_r \sum_{\alpha=0,h,v} (\mu_{r,\alpha}^{t+1} - \mu_{r,\alpha}^t)^2 \quad (4)$$

の時間平均である。 $\langle v \rangle$ の値は、 $\rho = 0.25$ 以上では、完全渋滞相への相転移が起こっており、一次転移のようにみえる $\rho = 0.17$ でも、微係数に不連続性がみられる。これは流動相から部分渋滞相への転移と考えられる。

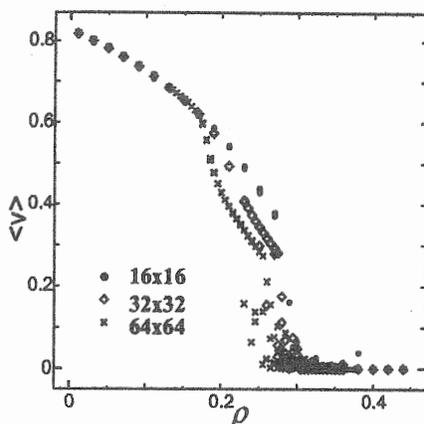


図 1: システムサイズ別密度-平均速度グラフ ●: 16x16, ◇: 32x32, ×: 64x64

それぞれの相の代表的な空間パターンを図 2 に示す。流動相ではマイクロなクラスターが散在する。部分渋滞相では、左下方向へ移動しながら生成と消滅をくり返すマクロな渋滞クラスターが形成される。完全渋滞相では、周期境界条件であるので、右上から左下へのパーコレートした渋滞クラスターが形成される。



図 2: それぞれの相における典型的な空間パターン、左より流動相 ($\rho = 0.168$)、部分渋滞相 ($\rho = 0.176$)、完全渋滞相 ($\rho = 0.270$)

3 流動相から部分渋滞相への転移

流動相から部分渋滞相への転移点付近の密度に対する平均速度のデータを、さらに大きなシステムサイズを加えて詳しくとった(図3)。64x64のデータでは、2次転移のようにみえるが、256x256では速度が不連続になっているようでもあり、転移の次数はまだ明確ではない。

システムサイズが大きくなるにつれて転移点は低密度に移るが、 $L \rightarrow \infty$ でも転移密度は有限な密度にとどまると思われる。

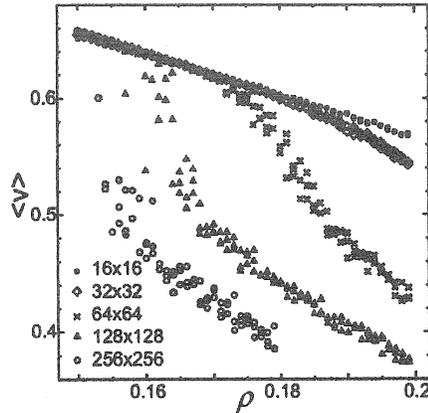


図 3: 2次転移付近の密度-平均速度グラフ ●: 16x16, ◇: 32x32, ×: 64x64, △: 128x128, ○: 256x256

流動相から部分渋滞相への相転移のふるまいを特徴づけるものとして、転移前後の密度における最大クラスターサイズ M_{max} の時間変化を調べた。図4に最大クラスターサイズの時間変化と、そのパワースペクトル $I(\omega) = \left| \sum_{t=0}^{T-1} M_{max}(t) e^{2\pi i \omega t / T} \right|^2$ を示す。

転移点以下では $M_{max} \lesssim 20$ であるが、転移点以上ではマクロなクラスターが存在する。密度が大きくなるにつれてマクロなクラスターの大きさ、生成頻度ともに増加する。

パワースペクトルは ω の広い範囲にわたったべき則を $I(\omega) \sim \omega^{-\beta}$ 示す。べき指数 β を密度ごとにプロットしたものを図5に示す。 β は転移点以下では $\beta = 0$ であるのに対し、それ以上で急激に増加することから転移がおこっている考えられる。

4 完全渋滞相の空間パターン

完全渋滞相では、クラスターが樹枝状のパターンになる。そこで、ボックスカウント法で次元を調べる。 $\rho = 0.35$ 、 $d = 300$ についてのものを図6に示す。データは直線によくフィットし、直線の傾きからフラクタル次元 $D = 1.734$ であることがわかる。

システムサイズ $L = 256$ の完全渋滞相の空間パターンを、様々な密度 ρ 、トリップ長 d で調べた。 $d = 300$ として、 $\rho = 0.40, 0.45, 0.50$ に対して D を測定すると、1.764, 1.793, 1.818 のように ρ とともに少しずつ増加した。

次にトリップ長を $d = 100, 400, 450, 550, 600$ と変化させて、それぞれの密度でボックスカウントした。その結果、同じ密度ならば、トリップ長 d の値に関係なくフラクタル次元 D は

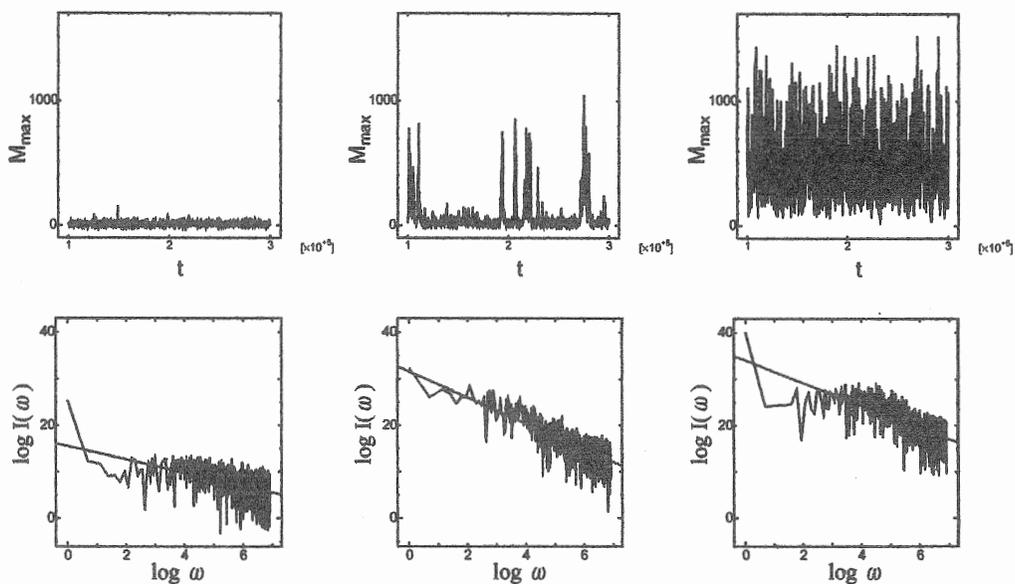


図4: 最大クラスターサイズの時間変化とそのパワースペクトル、左より流動相 ($\rho = 0.160$)、部分渋滞相 ($\rho = 0.175$)、($\rho = 0.200$)

ほぼ等しい値になった。トリップ長にかかわらず同密度ならば、同じ空間パターンをとるといえる。

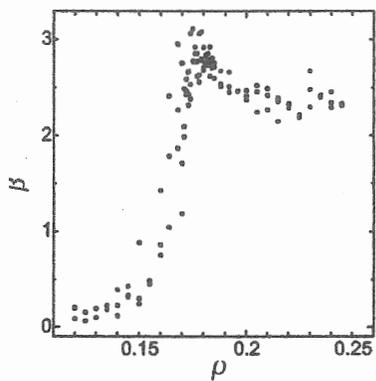


図5: 図4に示したパワースペクトルを特徴づけるべき指数 β の密度依存性

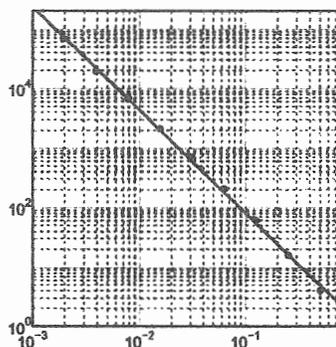


図6: $d = 300$ 、 $\rho = 0.35$ のボックスカウント結果。実線は傾き 1.734 の直線、横軸は $2L$ を 1 としたときのボックスの一辺の長さ、縦軸は車を含むセルの数