

前々方参照による交通流の安定化と促進

静岡大学工学部 長谷 隆、村松 将邦

1. 緒言

最近、交通渋滞問題について多くの関心がもたれ、交通渋滞の改善が早急に望まれている。交通渋滞に関して様々な観点から研究がなされ、種々の交通流モデルが考案された。追従モデルの一つである最適速度モデルが現在最も研究されている。このモデルは直前の車との車間距離を計測して自車の加速度を決定するモデルである。このモデルにおいては車の密度が臨界値を越えると渋滞を生じ、その渋滞は非線形波動として後方へ伝播する。

実際問題においてこの臨界密度を上げ渋滞発生を遅らせることが重要である。また渋滞が発生しても交通量(流量)を増大させるために、発生した渋滞内の車の密度を低減する事が望まれる。ここでは交通渋滞を改善するために、最適速度モデルを改良し直前の車のさらに前方の車まで考慮に入れ、直前の車と前々方の車との車間距離が自車の車間距離よりも広ければ早めに加速を逆に狭ければ早めに減速を行うモデルを提案する。前々方の車間距離を考慮することにより、多くの交通量を流すことが可能であると期待される。

2. モデルと基礎方程式

一般に追い越しをしない場合、運転手は直前の車に反応してアクセルとブレーキを操作することにより、先行する車に衝突しないように走行する。最適速度モデルでは運転手は直前の車との車間距離を目測し、それに応じた最適速度(目標速度)に近づくように加速減速する。最適速度モデルの運動方程式は以下のように与えられる⁽⁸⁾。

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = a_n \left\{ V_n(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt} \right\} \quad (1)$$

ここで x_n は n 番目の車の位置、 $\Delta x_n (= x_{n+1} - x_n)$ は直前の車との車間距離、 $V_n(\Delta x_n)$ は車間距離 Δx_n のときの最適速度、 a_n は運転手の感度(反応速さ)を表している。

次に我々はさらに前方の車両まで目測できるものと

して最適速度モデルの改良を行う。つまり現在の車間距離より直前の車の車間距離が広ければ早めに加速を、逆に狭ければ早めに減速をするというモデルである。このモデルの運動方程式を以下のように与える。

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = a_n \left\{ V_n(\Delta x_n) + \gamma_n \cdot (V_n(\Delta x_{n+1}) - V_n(\Delta x_n)) \right\} - \frac{dx_n}{dt} \quad (2)$$

ここで γ_n は前々方参照の割合を表している。この運動方程式は、直前の車とさらに前の車との車間距離から前車の最適速度を予測し、さらに現在の車間距離による自車の最適速度と比較して前々方参照の割合に応じて目標速度を決定する。その目標速度と現在の速度との差に比例して加速度が決定している。図1にモデル図を示す。

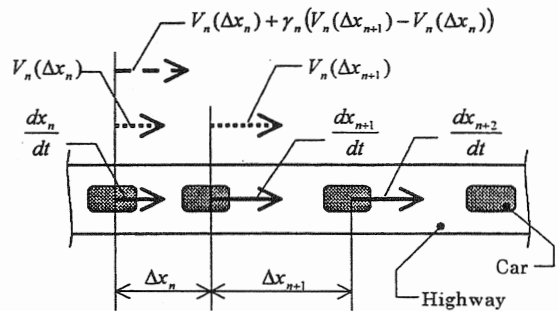


Fig.1 Model

式(2)は簡単な非線形方程式であるが、十分多くの車が相互作用する高速道路においては典型的な多体問題を構成している。一般に多体問題は非常に複雑な挙動を示すことが知られている。

そこで簡単化のために感度、前々方参照の割合をすべての運転手で一定とし、さらに最適速度は運転手に依存しないものとする。また計算の一般化のために代表長さを L 、代表速度を U として以下の無次元化を行う。

$$\begin{aligned} \hat{x}_n &= \frac{1}{L} x_n, & \hat{V} &= \frac{1}{U} V, & \hat{t} &= \frac{U}{L} t, \\ \frac{d\hat{x}_n}{d\hat{t}} &= \frac{1}{U} \frac{dx_n}{dt}, & \frac{d^2 \hat{x}_n}{d\hat{t}^2} &= \frac{L}{U^2} \frac{d^2 x}{dt^2}, & \hat{a} &= \frac{L}{U} a \end{aligned} \quad (3)$$

これによりハットのついた変数は無次元変数となる。式(3)の無次元変数を用いて、式(2)の無次元化を行うと次式が得られる。

$$\frac{d^2 \hat{x}_n}{dt^2} = \hat{a} \left[\hat{V}(\Delta \hat{x}_n) + \gamma \cdot (\hat{V}(\Delta \hat{x}_{n+1}) - \hat{V}(\Delta \hat{x}_n)) \right] - \frac{d\hat{x}_n}{dt} \quad (4)$$

この無次元化により、状況によって変化するパラメータは L, U, a, γ から \hat{a}, γ のみとなり、相似則が成立する。

最適速度は次の条件を満たさなければならない。

(i) 車間距離に対して単調増加、(ii) 車間距離が長くなると一定値(最大速度)に漸近、(iii) 安全距離 x_c 付近で急激に変化。この条件を満たす関数として次式的最適速度関数を採用する。

$$\hat{V}(\Delta \hat{x}_n) = \tanh(\Delta \hat{x}_n - \hat{x}_c) + \tanh \hat{x}_c \quad (5)$$

3. 線形安定解析

非線形の式(4)を線形化することにより系の安定性を解析する。

定常流解として、すべての車が最適速度に達し加速も減速もしない一様状態(等車間距離)が存在する。

$$\hat{x}_n^{(0)} = \Delta \hat{x}_n^{(0)} \cdot n + \hat{V}(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \cdot \hat{t} \quad (6)$$

ここで $\Delta \hat{x}_n^{(0)}$ は定常状態のときの車間距離である。系の安定性を調べるため、この一様な定常流解にわずかな擾乱を加えることにより、式(4)の解を以下のようにおく。

$$\hat{x}_n = \hat{x}_n^{(0)} + \hat{y}_n, \quad |\hat{y}_n| \ll 1 \quad (7)$$

ここで \hat{y}_n は定常流解 $\hat{x}_n^{(0)}$ からのわずかなずれである。式(7)を式(4)に代入して Taylor 展開を行い、 \hat{y}_n の 2 次以上の項を無視すると、以下ようになる。

$$\frac{d^2 \hat{y}_n}{dt^2} = \hat{a} \left[\hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \cdot (\Delta \hat{y}_n + \gamma \cdot (\Delta \hat{y}_{n+1} - \Delta \hat{y}_n)) - \frac{d\hat{y}_n}{dt} \right] \quad (8)$$

$$\hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) = \left. \frac{d\hat{V}(\Delta \hat{x}_n)}{d\Delta \hat{x}_n} \right|_{\Delta \hat{x}_n = \Delta \hat{x}_n^{(0)}}$$

この方程式(8)の解は、定常流解 $\hat{x}_n^{(0)}$ からのわずかなずれ $\hat{y}_n(\hat{t})$ を車番を示す空間変数 n と時間変数 \hat{t} で Fourier 展開することによって得られる。

$$\hat{y}_k(n, \hat{t}) = Y \cdot \exp(i\alpha_k n + z\hat{t}) \quad (9)$$

$$\alpha_k = \frac{2\pi}{N} k, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1)$$

ここで N は車の総数である。式(9)を式(8)に代入し、自明な解以外の解を持つ条件から次式を得る (z は複素数)。

$$z^2 + \hat{a}z - \hat{a}\hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) \cdot (e^{i\alpha_k} - 1) \cdot \{1 + \gamma \cdot (e^{i\alpha_k} - 1)\} = 0 \quad (10)$$

この解 $\hat{y}_k(n, \hat{t})$ は定常流解からのずれなので、 $\hat{y}_k(n, \hat{t})$ の振幅が時間経過に伴い増大すると状態は不安定になる。よって、 $\text{Re}(z) > 0$ ならば振幅は時間経過に伴い増大するため定常流は不安定である。逆に $\text{Re}(z) < 0$ ならば振幅は時間経過に伴い減少するため定常流は安定となる。したがって定常流が常に安定であるための条件は次式で与えられる。

$$\hat{V}'(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) < \frac{\hat{a}}{2}(1 + 2\gamma), \quad (\gamma < 0.5) \quad (11)$$

また $\text{Re}(z) = 0$ のとき中立安定状態であり、式(11)で等号が成立する場合である。さらに式(5)より $\Delta \hat{x}_n^{(0)} = \hat{x}_c$ のとき $\hat{V}'(\hat{x}_c) = 1$ で最大となるため、次の条件を満たすとき定常流は常に安定となる。

$$\hat{a} > \frac{2}{1 + 2\gamma} \quad (12)$$

よって式(12)の等号が成立する場合が臨界点となる。

4. 非線形解析

線形安定条件(11)が満たされないとき、微少擾乱が時間とともに発達して、有限振幅の渋滞波へと発展していく。この渋滞波のプロファイルを求めるために、逐減摂動法を用いて非線形方程式(4)の摂動展開を行う⁽¹⁰⁾。

粗いスケールにおける協力現象を記述する方程式を導出するために、長波長領域における緩やかな変化の粗視的運動を考える。空間変数 n と時間変数 \hat{t} に対する緩やかな変数 \hat{X}, \hat{T} を以下のように定義する。

$$\hat{X} = \varepsilon \cdot (\Delta \hat{x}_n^{(0)} \cdot n + b\hat{t}), \quad \hat{T} = \varepsilon^3 \hat{t}, \quad (0 < \varepsilon \ll 1) \quad (13)$$

式(4)を車間距離の関数に変換し(式(14))、車間距離を式(15)のように定義する。

$$\frac{d^2 \Delta \hat{x}_n}{d\hat{t}^2} + \hat{a} \frac{d\Delta \hat{x}_n}{d\hat{t}} - \hat{a} \left\{ \hat{V}(\Delta \hat{x}_{n+1}) - \hat{V}(\Delta \hat{x}_n) \right\} + \gamma \left\{ \hat{V}(\Delta \hat{x}_{n+2}) - 2\hat{V}(\Delta \hat{x}_{n+1}) + \hat{V}(\Delta \hat{x}_n) \right\} = 0 \quad (14)$$

$$\Delta \hat{x}_n(\hat{t}) = \Delta \hat{x}_n^{(0)} + \varepsilon \cdot R(\hat{X}, \hat{T}), \quad (0 < \varepsilon \ll 1) \quad (15)$$

式(15)を式(14)に代入し、臨界点($\Delta \hat{x}_n^{(0)} = \hat{x}_c$)近傍で ε^3 オーダーまでの摂動展開を行うと、最終的に次式が得られる。

$$\Delta \hat{x}_n(t) = \hat{x}_c \pm \varepsilon \sqrt{\frac{5\hat{V}'(\hat{x}_c) \cdot (1+2\gamma)(1+6\gamma)}{-\hat{V}''(\hat{x}_c) \cdot (1+7\gamma+14\gamma^2)}} \cdot \tanh\left(\varepsilon \sqrt{\frac{5 \cdot (1+2\gamma)}{2 \cdot (1+7\gamma+14\gamma^2)}}\right) \cdot \left[n + \left\{ 1 - \varepsilon^2 \frac{5 \cdot (1+2\gamma)(1+6\gamma)}{6 \cdot (1+7\gamma+14\gamma^2)} \right\} \hat{V}'(\hat{x}_c) \cdot t \right] \quad (24)$$

ただし $\varepsilon^2 = |\hat{a}_c/\hat{a} - 1|$ である。式(24)は渋滞キंक解を表しており、渋滞波(密度波)の形状を与える。 $\gamma = 0$ のとき最適速度モデルの解と一致する。

5. シミュレーション

シミュレーションを行うにあたり、周期的境界条件を用い、代表長さ L を $x_c/3$ 、代表速度 U を $v_{max}/2$ (v_{max} は最高速度) とする。また式(4)、式(5)の数値計算は4次のRunge-Kutta法を用いて行い、刻み幅は $1/128$ とする。

線形安定解析において系が不安定となる密度の場合、つまり式(11)を満たさない場合、交通渋滞が発生し高密度領域(渋滞領域)と低密度領域(自由流領域)の二つの領域にわかれる。渋滞の強さは渋滞領域における密度によって決定され、高密度であればあるほど強い渋滞となる。また密度は車間距離の逆数で表され、高密度は車間距離が狭い場合に相当する。

本論文で考案した前々方参照によって、渋滞中の密度が低減されているか(車間距離が広がっているか)を調べるために、感度を一定とし前々方参照の割合を変化させてシミュレーションを行う。図2~4に $\hat{a} = 1.0$ で一定とし、それぞれ $\gamma = 0.0, 0.1, 0.2$ とした場合の時空構造を示す。時空構造は1500~2000タイムステップの間を縦軸に車間距離、横軸に位置、斜軸に時間をとって表示している。図2~4より γ が大きくなると渋滞の後方への伝播速度も大きくなっている。

次に渋滞内外の車間距離のプロファイルを図5~7に示す。これらは図2~4のそれぞれの場合における2000タイムステップのときの車間距離を横軸に位置をとって表示する。図5~7より γ の値が大きくなると渋滞波の振幅が小さくなる。つまり前々方参照の割合が大きくなると渋滞中の密度が減少することを表している。さらに γ の値を大きくすると渋滞中の密度は減少していき、最終的に渋滞は発生しなくなる。

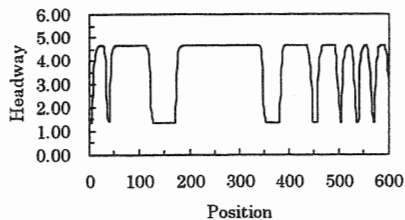


Fig.5 Headway profile at 2000 time step ($\hat{a} = 1.0, \gamma = 0.0, \hat{x}_c = 3.0$)

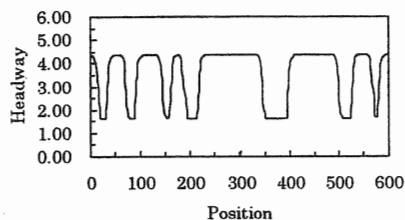


Fig.6 Headway profile at 2000 time step ($\hat{a} = 1.0, \gamma = 0.1, \hat{x}_c = 3.0$)

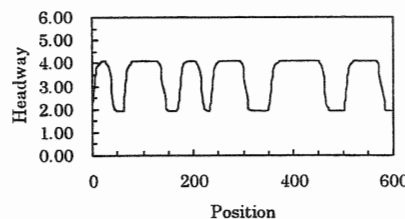


Fig.7 Headway profile at 2000 time step ($\hat{a} = 1.0, \gamma = 0.2, \hat{x}_c = 3.0$)

このようにして前々方を参照することにより臨界感度が減少し、それに伴って渋滞発生限界密度が上昇する。この結果渋滞発生を遅らせることが期待される。また実際の交通流において最も重要な流量(交通量)の増加が見られるかを調べるため、 $\gamma = 0.0, 0.2$ のそれぞれの場合の密度-流量曲線を図8, 9に示す。ここで渋滞が発生しない場合の理論流量曲線は $\hat{Q} = \hat{V}(\Delta \hat{x}_n^{(0)}) / (\Delta \hat{x}_n^{(0)} + 1)$ で与えられる。

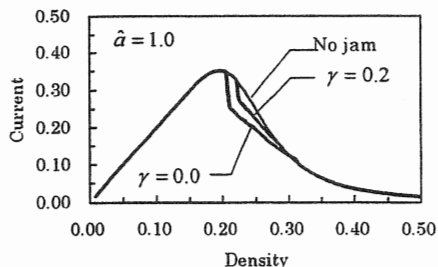


Fig.8 Traffic current against density ($\hat{a} = 1.0$)

図 8 において、 γ の値を大きくさせることで臨界密度が上昇し、流量が増加していることがわかる。ここで臨界密度とは密度の増加に伴い急激に流量が落ち込むところであり、理論流量曲線から外れている領域は渋滞領域と自由流領域の混相領域である。

6. 理論とシミュレーションとの比較

非線形解析で求めた渋滞キंक解とシミュレーションで得られた渋滞密度波の比較を行う。キंक解の振幅が渋滞内外の車間距離なので、式(24)の振幅とシミュレーションから得られた渋滞内外の車間距離の比較を行うと図 10 のようになる。ここで図 10 の実線は式(24)の理論解析結果、薄線は式(11)の左辺=右辺としたときの中立安定線、そして白丸はシミュレーション結果を示している。

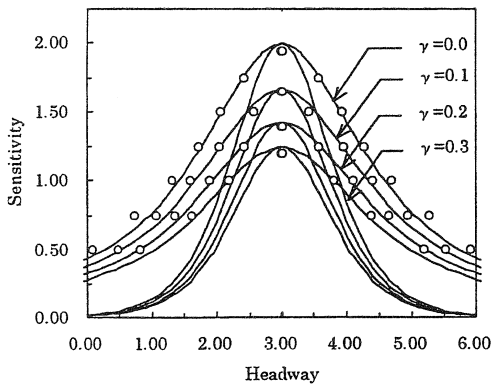


Fig.10 Comparison between analysis and simulation on the phase diagram

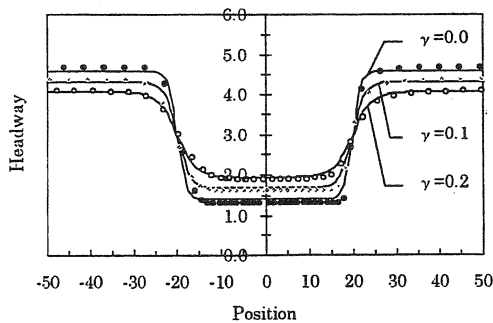


Fig.11 Comparison between analysis and simulation

for headway profile

次に渋滞波の形状の比較を行うために、渋滞波面の変曲点が合うようにそれぞれの渋滞の位置をずらして比較すると図 11 のようになる。

図 11 より、渋滞波面は数%の誤差でキंक解に一致していることがわかる。また γ の値が大きくなるほど誤差は少なくなっている。これは γ の値が大きいほど臨界点に近いためである。

7. 結言

従来の前方参照型最適速度モデルに前方と前々方の車間距離を考慮に入れた前々方参照型最適速度モデルを提案した。このモデルを用いた交通渋滞発生に関する理論解析と数値シミュレーションを行い以下の結論を得た。

1. 最適速度モデルを改良した前々方参照型最適速度モデルを考案し、この動力学モデルによって交通渋滞発生予測を可能にした。
2. 線形安定解析を行い、前々方参照の割合が大きくなると渋滞発生限界密度が上昇することを明らかにした。
3. 非線形解析を用いて、交通渋滞波(非線形密度波)の解を導出した。この交通渋滞キंक解は前々方参照の割合を増加させると振幅が減少することを明らかにした。
4. 数値シミュレーションにおいて、 γ (前々方参照の割合)の値を大きくすることによって渋滞密度波内の密度が減少することを確認した。
5. 数値シミュレーションにおいて、 γ の値を大きくすることにより渋滞発生限界密度の上昇と、交通量が増加することを明らかにした。
6. 非線形解析から求めた渋滞キंक解と数値シミュレーションの渋滞波の比較を行い、両者が一致することを示した。

T.Nagatani, Stabilization and enhancement of traffic flow by the next-nearest-neighbor interaction, Phys. Rev. E60, 6395(1999).