

カルガモ走行による交通流の安定化と促進

静岡大学工学部 倉田 真吾, 長谷 隆

1. 緒言

近年、交通渋滞の改善について多くの関心もたれ、その解決が早急に望まれている。交通渋滞に関して交通工学及び物理学の観点から研究がなされ、種々の交通流モデルが提案されている。一つの例として、車間距離を短くし複数の車で隊列を組み車の流量を増やし交通量を促進させるカルガモ走行（隊列走行、プラトーン走行）がある。しかしカルガモ走行によって交通量がどのように促進されるのか、また渋滞はどのように軽減されるのかといった具体的なシミュレーションデータはあまりない。

本研究では最適速度モデルを用いて、各車に異なる最適速度関数を与えて隊列を組ませ、カルガモ走行を表現し、その最適速度モデルの解析及びシミュレーションを行なう。その結果カルガモ走行によって交通流の安定化と促進が可能であることを示す。

2. カルガモ走行モデル

2・1 最適速度モデル 一般に追い越しをしない場合、運転手は直前の車に反応してアクセルとブレーキをコントロールすることにより、先行する車に衝突しないように走行する。最適速度モデルでは運転手は直前の車との車間距離を目測し、それに応じた最適速度（目標速度）に近づくように加速減速する。最適速度モデルの運動方程式は以下のように与えられる。

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = a \left\{ V_n(\Delta x_n) - \frac{dx_n}{dt} \right\}$$

ここで、 x_n は n 番目の車の位置、 $\Delta x_n (= x_{n+1} - x_n)$ は先行する車との車間距離、 $V_n(\Delta x_n)$ は車間距離 Δx_n のときの最適速度、 a は運転手の感度（反応の速さ）を表している。

2・2 カルガモ走行モデル 最適速度モデルにおいて各車に異なる最適速度を与える事で隊列を組み、カルガモ走行のシミュレーションを行なう。各車に与える最適速度関数は、i) 車間距離に対して単調増加、ii) 車間距離が長くなると一定値に漸近、iii) 安全距離 x_c 付近で急激に変化、という基本条件に加え、カルガモ走行を表現するために、iv) 追従車(子ガモ)は先導車(親ガモ)に比べて車間距離が短くなければならない、v) 先導車(親ガモ)は追従車(子ガモ)よりも最高速度が大きい、という条件を満たすもの

とする。よってこれらの条件を満たす関数として以下の最適速度関数を与える。

$$V_n(\Delta x) = \begin{cases} V_R(\Delta x) = 2 \{ \tanh(\Delta x - 2x_c) + \tanh(2x_c) \} \\ V_T(\Delta x) = \tanh(\Delta x - x_c) + \tanh(x_c) \end{cases}$$

ここで、 $V_R(\Delta x)$ は親ガモの最適速度関数、 $V_T(\Delta x)$ は子ガモの最適速度関数である。3台1グループでカルガモ走行する場合、各車の最適速度関数は以下の式になる。

$$V_n(\Delta x) \begin{cases} V_{3m}(\Delta x) = V_R(\Delta x) = 2 \{ \tanh(\Delta x - 2x_c) + \tanh(2x_c) \} \\ V_{3m-1}(\Delta x) = V_T(\Delta x) = \tanh(\Delta x - x_c) + \tanh(x_c) \\ V_{3m-2}(\Delta x) = V_T(\Delta x) = \tanh(\Delta x - x_c) + \tanh(x_c) \end{cases}$$

また、3台1グループでのカルガモ走行モデルの概略図を図1に示す。

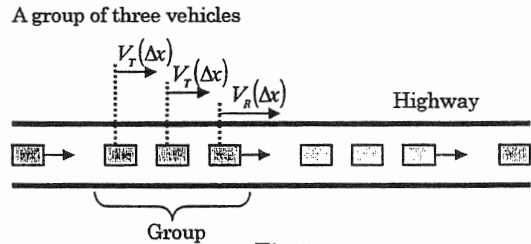


Fig.1

3. 線形安定解析

3・1 2台で1グループの場合 最も単純な場合として2種類の最適速度関数を交互に与え、2台でカルガモ走行をさせた場合について解析を行なう。このときの運動方程式を以下に示す。

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_{2m}}{dt^2} = a \left\{ V_R(\Delta x_{2m}) - \frac{dx_{2m}}{dt} \right\} \\ \frac{d^2 x_{2m-1}}{dt^2} = a \left\{ V_T(\Delta x_{2m-1}) - \frac{dx_{2m-1}}{dt} \right\} \end{cases}$$

ここで $\Delta x_{2m} = x_{2m+1} - x_{2m}$, $\Delta x_{2m-1} = x_{2m} - x_{2m-1}$ である。

非線形の上式を線形化することにより、系の安定性を解析する。

一様な定常状態では以下の定常解が存在する。

$$\begin{cases} x_{2m}^{(0)} = V_R(\Delta x_R^{(0)}) t + (m-1) \Delta x_R^{(0)} + m \Delta x_T^{(0)} \\ x_{2m-1}^{(0)} = V_T(\Delta x_T^{(0)}) t + (m-1) (\Delta x_R^{(0)} + \Delta x_T^{(0)}) \end{cases}$$

ここで、 $\Delta x_R^{(0)}$ と $\Delta x_T^{(0)}$ は定常状態における2種類の車の車間距離である。

定常解に小さな擾乱 y_n を加える.

$$\begin{cases} x_{2m} = x_R^{(0)} + y_{2m} & |y_{2m}| \ll 1 \\ x_{2m-1} = x_T^{(0)} + y_{2m-1} & |y_{2m-1}| \ll 1 \end{cases}$$

上式を運動方程式に代入して Taylor 展開し, y_n の2次以上の項を無視すると以下の式が得られる.

$$\begin{cases} \frac{d^2 y_{2m}}{dt^2} = a \left\{ \Delta y_{2m} V_R'(\Delta x_R^{(0)}) - \frac{dy_{2m}}{dt} \right\} \\ \frac{d^2 y_{2m-1}}{dt^2} = a \left\{ \Delta y_{2m-1} V_T'(\Delta x_T^{(0)}) - \frac{dy_{2m-1}}{dt} \right\} \end{cases}$$

上の方程式は一般に以下のような解をもつ.

$$\begin{cases} y_{2m}(t) = Y_R \exp\{ik(2m) + \omega t\} \\ y_{2m-1}(t) = Y_T \exp\{ik(2m-1) + \omega t\} \end{cases}$$

この一般解を上方程式に代入し, 整理すると次式が得られる.

$$\begin{cases} -aV_R'(\Delta x_R^{(0)})e^{ik} & \omega^2 + a\omega + aV_R'(\Delta x_R^{(0)}) \\ \left\{ \omega^2 + a\omega + aV_T'(\Delta x_T^{(0)})e^{-ik} & -aV_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\} \begin{Bmatrix} Y_R \\ Y_T \end{Bmatrix} = 0 \end{cases}$$

Y_R, Y_T が有意な解をもつためには上の行列式が零にならなければならないので以下の式を得る.

$$\begin{aligned} & \omega^4 + 2a\omega^3 + a^2 \left\{ \mu + V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\} \omega^2 \\ & + a^2 \left\{ V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\} \omega \\ & - a^2 (e^{2ik} - 1) V_R'(\Delta x_R^{(0)}) V_T'(\Delta x_T^{(0)}) = 0 \end{aligned}$$

ここで $\omega = \omega_1(ik) + \omega_2(ik)^2 + \omega_3(ik)^3 + \dots$ と展開し, $(ik)^3$ 以上の項を無視して, (ik) と $(ik)^2$ について整理すると以下の連立方程式が得られる.

$$\begin{cases} a^2 \left\{ V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\} \omega_1 - 2a^2 V_R'(\Delta x_R^{(0)}) V_T'(\Delta x_T^{(0)}) = 0 \\ a \left\{ \mu + V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\} \omega_1^2 \\ + a^2 \left\{ V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\} \omega_2 - 2a^2 V_R'(\Delta x_R^{(0)}) V_T'(\Delta x_T^{(0)}) = 0 \end{cases}$$

この連立方程式を解くと以下の式になる.

$$\begin{cases} \omega_1 = \frac{2V_R'(\Delta x_R^{(0)})V_T'(\Delta x_T^{(0)})}{V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)})} \\ \omega_2 = \frac{2V_R'(\Delta x_R^{(0)})V_T'(\Delta x_T^{(0)})}{\left\{ V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\}^2} \left[\left\{ V_R'^2(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'^2(\Delta x_T^{(0)}) \right\} a^2 \right. \\ \left. - 2aV_R'(\Delta x_R^{(0)})V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \left\{ V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\} \right] \end{cases}$$

$\omega_2 > 0$ のとき系が安定するので, 中立安定条件は $\omega_2 = 0$ となる以下の式となる.

$$a = \frac{2V_R'(\Delta x_R^{(0)})V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \left\{ V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\}}{V_R'^2(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'^2(\Delta x_T^{(0)})}$$

3・2 一般的な場合 隊列を組む車の台数を増やした場合について同様に系の安定性を解析した結果から, n 台でカルガモ走行する場合の中立安定条件を帰納的に求めると以下の式が得られる.

$$a = \frac{2V_R'(\Delta x_R^{(0)})V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \left\{ (n-1)V_R'(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'(\Delta x_T^{(0)}) \right\}}{(n-1)V_R'^2(\Delta x_R^{(0)}) + V_T'^2(\Delta x_T^{(0)})}$$

3・3 中立安定曲線 カルガモ走行することで渋滞が発生する不安定領域がどのように変化するか比較するために, 親ガモのみ, 子ガモのみ, カルガモ走行させた場合の中立安定曲線を図2に示す.

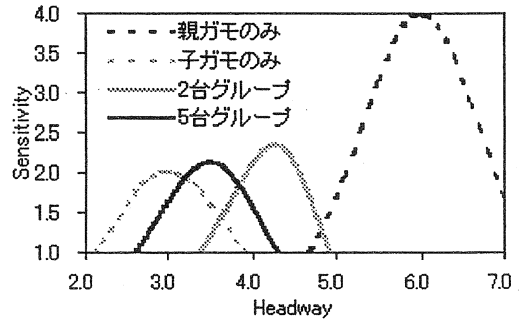


Fig. 2

車間距離の短い子ガモ加えることで親ガモの車間距離が長くなり, 系の安定性が増加するので不安定領域が減少する. その減少効果はカルガモ走行する台数が増えるにしたがって増加し, 子ガモのみの曲線に近づいていく.

3・4 流量曲線 カルガモ走行による流量の変化を比較するために, 渋滞が発生しない場合の密度と流量の関係を図3に示す.

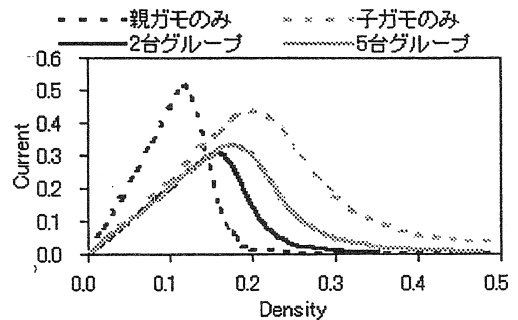


Fig. 3

カルガモ走行をすると, 低密度側では速度の遅い子ガモに抑制されて親ガモのみの場合よりも流量が減少するが, 渋滞によって流量が減少する密度よりも高密度側へと流量曲線が移動し, 子ガモの台数を増やす事で子ガモのみの場合に近づけることが考えら

れる。このことからカルガモ走行による交通量の促進は高密度領域で効果がある。

4. シミュレーション結果

周期的境界条件のもと、数値計算は4次のRunge-Kutta法を用い、時間刻み幅 1/128 でシミュレーションを行なう。

4・1 2台で1グループの場合 親ガモ、子ガモが1台ずつでカルガモ走行したときに渋滞が発生した場合の速度分布、車間距離分布、リミットサイクルのシミュレーション結果を図4~6に示す。

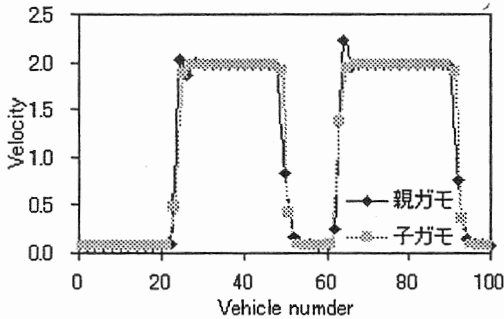


Fig.4

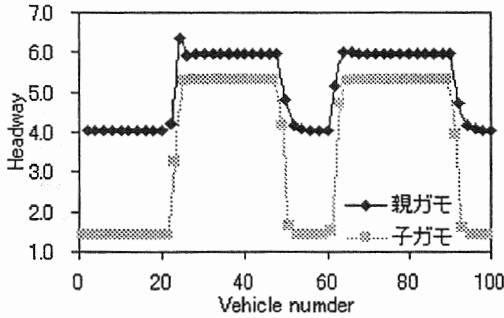


Fig.5

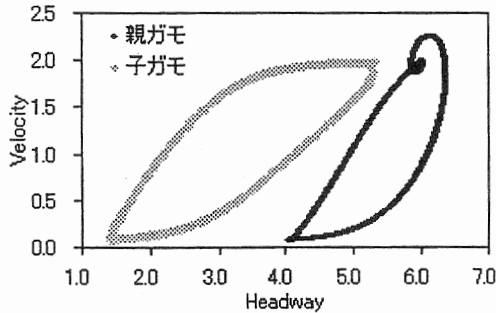


Fig.6

シミュレーション結果から子ガモが親ガモよりも短い車間距離を保ちながら親ガモの後ろを親ガモと同

じ速度で走行している事がわかる。また親ガモとしての特徴を付けさせるために子ガモよりも大きい最大速度を与えたために親ガモの速度や車間距離の飛び出し、リミットサイクルに新たな小さなループがみられる。

線形安定解析と比較するためにシミュレーションで渋滞が発生する、または消滅する極限を探し中立安定曲線とともに図7に示す。

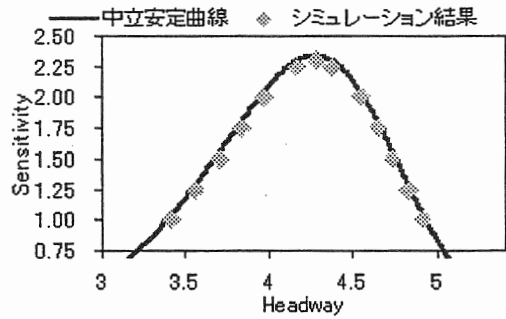


Fig.7

シミュレーション結果は中立安定曲線よりもすべて不安定領域側になっている。これはシミュレーションする際に計算時間の短縮のために車の台数や計算時間が十分にとっていないためであるが、計算精度内で線形安定解析の結果と一致している。

渋滞が発生しないときの流量曲線とシミュレーションで求めた流量の比較結果を図8に示す。密度は $1/(1+\text{平均車間距離})$ で定義している。

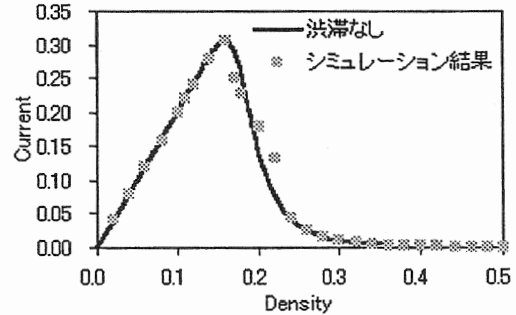


Fig.8

密度が 0.16~0.22 あたりでシミュレーション結果と曲線が異なった値を示しているが、これは渋滞キック波が発生したことに起因する。渋滞のない様な状態の領域では曲線とシミュレーション結果は一致する。

4・2 5台で1グループの場合 子ガモの台数を増やし子ガモ4台でカルガモ走行した時に渋滞が発生した場合の速度分布、車間距離分布、リミット

サイクルのシミュレーション結果を図9～11に示す。

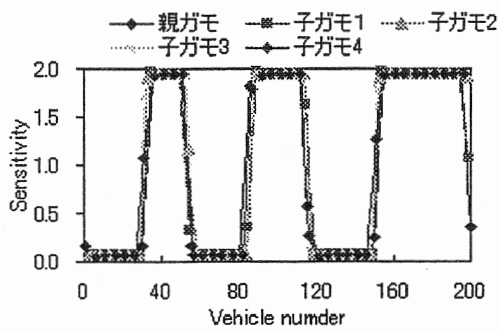


Fig.9

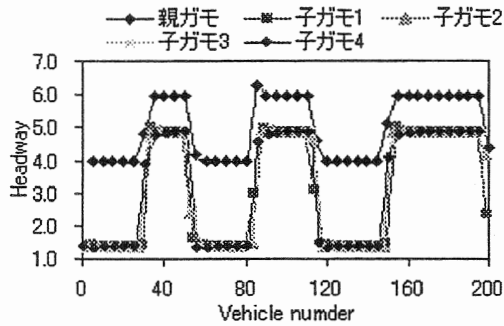


Fig.10

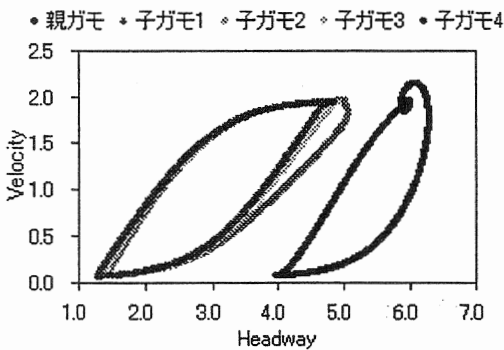


Fig.11

速度分布,車間距離分布の結果から2台の場合と同様に子ガモは親ガモよりも短い車間距離で親ガモと同じ速度で走行している。子ガモどうしの軌跡を比べてみると,親ガモのすぐ後ろの子ガモ1は親ガモの影響を受けて親ガモに引っ張られるような軌跡をたどるが,子ガモ2~4は親ガモの影響が小さく子ガモのみで走行しているような軌跡となっている。

線形安定解析と比較するためにシミュレーションで渋滞が発生,消滅する極限を探し中立安定曲線とともに図12に示す。

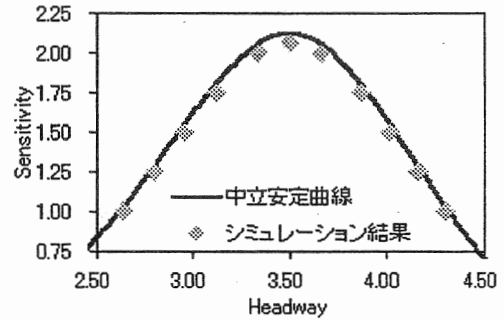


Fig.12

2台の場合と同様にシミュレーション結果は不安定領域側に入っているが線形安定解析とよく一致している。

渋滞が発生しないときの流量曲線とシミュレーションで求めた流量を図13に示す。密度は $1/(1+\text{平均車間距離})$ で定義している。

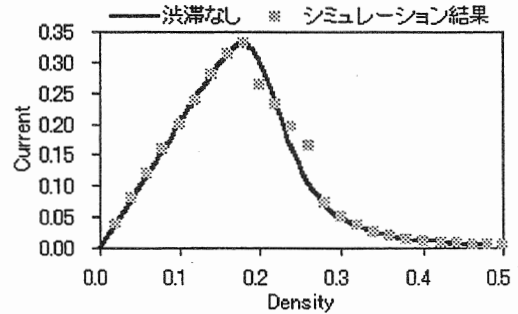


Fig.13

密度が0.18~0.25あたりでシミュレーション結果と曲線が異なった値を示しているが,この領域では一様に不安定となって渋滞キंक波が発生したためである。渋滞のない一様な状態の領域では曲線とシミュレーション結果は一致する。

5. 結言

最適速度モデルにおいて各車に異なる最適速度関数を与えたカルガモ走行の線形安定解析とシミュレーションを行ない以下の結論を得た。

1. 一般的なn台のカルガモ走行における中立安定条件を求めた。
2. カルガモ走行を行なう事によって渋滞が発生する不安定領域が減少することを示した。
3. カルガモ走行を行なうことにより流量曲線が高密度側へと移動することを示した。
4. カルガモ走行を行った場合の親ガモ,各子ガモの挙動を明らかにした。