高速自動車流のCAモデルにおける隘路効果

愛知淑徳大コミュニケーション学部　石橋善弘
中日本自動車短大　福井　稔

1．序論

交通流の研究において、CAモデルが威力を発揮していることは周知の通りである。[1)] 特に、１次元道路における184則交通については[2)]、隘路効果[3)] を含めて、ほぼ完全に理解せれている。また、自動車の最高速度を整数m（m >1）の場合に拡張した、いわゆる福井・石橋モデル[4)] についても多くの研究がなされている。にも拘わらず、隘路効果については、まだ解析がなされていないようである。筆者らは最近、隘路前後で局所的な車の存在確率を考慮することにより、隘路がある場合の流量を求めることに成功したので報告する。

本題にはいる前に、隘路効果に関して既知の事柄をまとめておこう。[3)] 車密度 ρ が小さいときは、隘路があってもほとんど影響はなく、流量は $m\rho$ となる（自由流相）。また、ρ が大きいと、それ自身で渋滞が形成され、流量は $1-\rho$ となる（渋滞相）。隘路の存在が問題になるのは、中密度の場合で、密度によらず一定の流量がえられる（一定流相）。もちろん、流量は隘路すなわちゲートの開閉の確率に依存する。本稿で問題にするのは、一定流相における流量が、ゲートの開く確率 r にいかに依存するかである。

2．モデルと一定流相における流量

１レーン、最高速度mの場合の隘路効果を考察する。簡単な２つのモデルが考えられる。第１は、車はゲートの直前まで進めるだけ進む場合（the compact stop modelと呼ぶ……ゲートの手前でビッシリと渋滞するので）、第２は、ゲートの手前mサイトにある車はすべて、ゲートの開閉によって動くか動かないかが制御される場合（the non-compact stop modelとよぶ……ゲートと止められている車の間にスペースができるので）である。

２つのモデルに共通なこととして、第１図に示すようにサイトに番号 i を付け、各サイトにおける車の存在確率を p_i と書く。ゲートが開く確率を r とする。また、ゲートの手前では渋滞が起こり、ゲートを通り過ぎた所（ゲートの先）では自由流が形成されるのは、いうまでもない。

１）The compact stop model

ゲートの手前での存在確率は等しいので、

$$p_0 = p_{-1} = p_{-2} = \cdots\cdots\cdots \qquad (1)$$

どこまで渋滞が続くかは、ゲートを過ぎたところでの存在確率できまる。また、ある時刻において、必ず $i=0$ から $i=m$　の範囲に１台の車があるので、

$$p_0 + p_1 + \cdots\cdots + p_m = 1. \qquad (2)$$

まず、定常状態では、

$$p_m = r\, p_0. \qquad (3)$$

また、$i=m-1$　に車があるのは、２時刻続けてゲートが開いた場合であるので（２時刻目にゲートが閉じれば、$i=-1$　にあった車は $i=0$　に動くので、$i=m-1$　には来ない）、

$$p_{m-1} = r^2 p_0. \qquad (4)$$

一般に、$i=n$（$n=1, \ldots\ldots m$）　に車がくる確率は

$$p_n = r^{m-n+1} p_0. \qquad (5)$$

となる。これらと式（２）から、

$$p_0 = \frac{1}{1+r+\cdots\cdots+r^m} \qquad (6)$$

が得られる。流量は、自由流領域における平均濃度（平均存在確率）と最高速度の積で与えられるので、

$$Q = \frac{r+\cdots\cdots+r^m}{1+r+\cdots\cdots+r^m} \qquad (7)$$

となる。

第２図、第３図にいろいろの r　に対する局所的な存在確率と流量の関係を、また、第４図に、$m=3$, $r=0.5$ のときの流量の濃度依存性を示す。図中に点で示されているのはシミュレーションの結果である。

２）The non-compact stop model

このモデルでは、$i=0$ から $i=-m+1$ の範囲にある車はすべて、ゲートの開閉でその

動きを制御される（この範囲を、（ゲートの）制御範囲とよぶ）。つまり、制御範囲にある車は、ゲートまでにあきサイトがあっても、ゲートが閉まっていれば前に進まない。ただし、制御範囲外から、制御範囲に入ってくることはゲートの開閉によらず許される。

このモデルでは、$p_0, p_{-1}, \ldots\ldots, p_{-m+1}$ はすべて異なり、より手前側での存在確率が高い。すなわち、

$$p_{-m+1} > p_{-m+2} > \ldots\ldots > p_0. \tag{8}$$

そして、コンパクトな渋滞は、$i = -m+1$ より手前で起こる。従って、

$$p_{-m+1} = p_{-m} = p_{-m-1} = \ldots\ldots \tag{9}$$

どこまで渋滞が続くかは、ゲートの先での存在確率できまる。

まず、p_{-1} を求めよう。p_{-1} は２つの部分にわけられる。すなわち、サイト０にある車の後にあって、ゲートの開閉の影響を直接は受けない部分（その分、存在確率が大きくなる）とサイト０に車がなく、最先頭になってゲートの開閉によってその動きが制御される部分である。前者は $p_0(1-r)$ で近似できるであろうから、

$$p_{-1} = p_0 + p_0(1-r) \tag{10}$$

となる。同様に $p_{-2}, p_{-3}, \ldots\ldots$ を考え、一般的には

$$p_{-n} = p_0 + n p_0 (1-r) \tag{11}$$

と近似できそうである。

次に、ゲートの先について考えよう。このモデルでは、ゲートの先では存在確率は一様で、$r p_0$ である（なぜなら、車が制御範囲のどこにあっても、ゲートを通過出来るのは、ゲートまでに他の車がなく、かつゲートが開いた場合に限るので）。すなわち、

$$p_1 = p_2 = \ldots\ldots = r p_0 . \tag{12}$$

ここで、$i = -m+1$ にある車に着目して、存在確率の保存則を書くと

$$p_{-m+1} + m r p_0 = 1 \tag{13}$$

となる。これから、

$$p_0 = \frac{1}{m+r} \tag{14}$$

が得られ、結局、流量は

$$Q = \frac{m\,r}{m + r} \tag{15}$$

となる。

第５図、第６図にいろいろのｒ　に対する局所的な存在確率と流量の関係を、また、第７図に、$m = 3$, $r = 0.5$ のときの流量の濃度依存性を示す。図中に点で示されているのはシミュレーションの結果である。

３．結語

本稿では、最高速度が m　の場合の隘路効果について、２つのモデルにより議論した。得られた定量的結論は、CA シミュレーションにより、おおむね正しい、あるいは良い近似になっていることが確認されている。また、当然のことながら、これらのモデルを $m = 1$　の場合に適用すると、すでに Yukawa 等によって得られている結論[3)]と矛盾しないことがわかる。

ここで用いた局所的な存在確率を求める手法は、非一様な系を考察する場合に有効であろう。筆者等は、２つの交差した道路で車が互いに進行を妨げあう場合の問題、いわゆる crossroad problem に応用することを試みている。

参考文献

1) D. Helbing, H. J. Herrmann, M. S. Schreckenberg and D. E. Wolf: Traffic and Granular Flow '99 (Springer Press, 2000).

2) S. Wolfram: Rev. Mod. Phys. 55 (1983) 601.

3) S. Yukawa, H. Kikuchi and S. Tadaki: J. Phys. Soc. Jpn. 63(1994)3609.

4) M. Fukui and Y. Ishibashi: J. Phys. Soc. Jpn. 65(1996)1868.

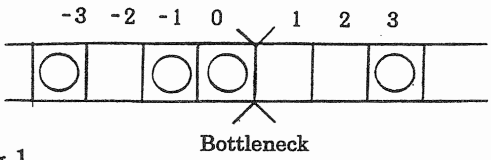

Fig.1

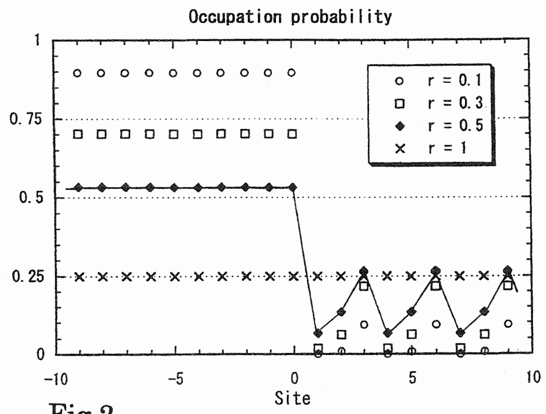

Fig.2

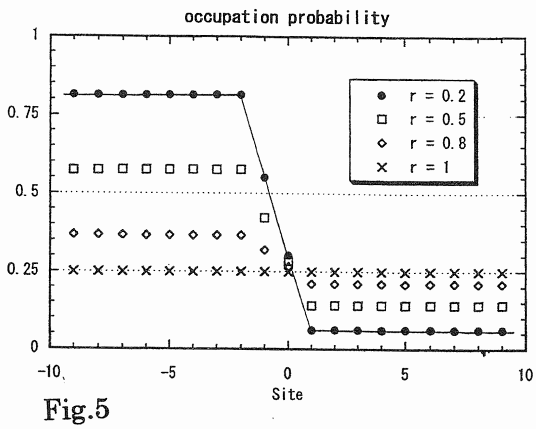

Fig.5

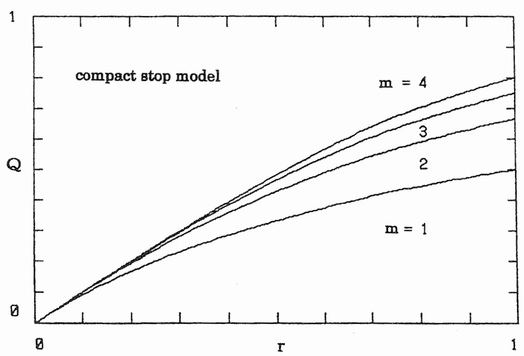

Fig.3

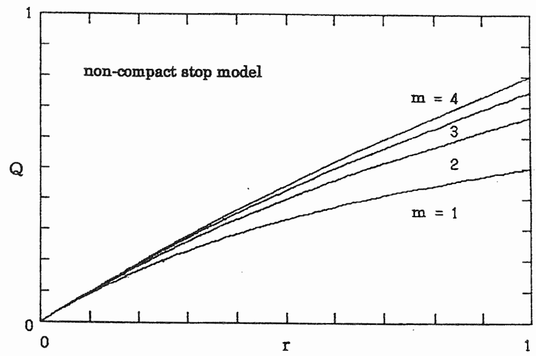

Fig.6

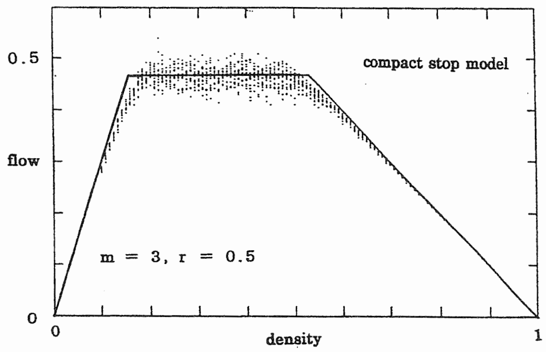

Fig.4

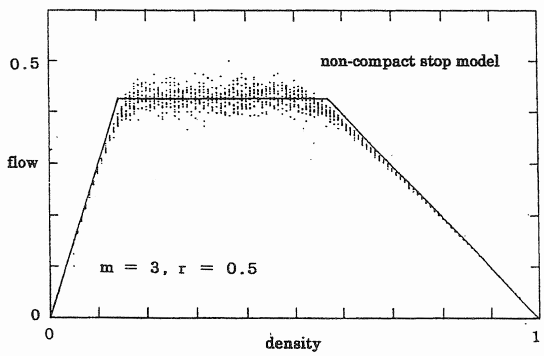

Fig.7