

正方格子上の3方向移動体交通流モデルに対する 数値シミュレーション

東北大学・大学院情報科学研究科 戸川聡士, 本田泰, 堀口剛

概要

正方格子上の3方向移動体交通流モデルにおいて, 左右への移動確率が異なる場合に対して数値シミュレーションを行い, 平均速度と車の密度の関係を明らかにし, かつ基本図を求めた. 特に渋滞相への転移について, 車の臨界密度を最大にする移動確率が存在することを示す. また, 相転移の次数を2次と仮定した場合とそうでない場合において, 有限サイズスケーリングを行った結果, 両方の場合にほとんど差がないことが明らかになった.

1 はじめに

Biham ら [1] は, 2次元道路網の交通流に対するセル・オートマトン (CA) モデル (BML モデル) を提案した. BML モデルにおいては, 2種類の車が存在し, 車は種類ごとに定められた1方向に動くことと仮定された. このモデルにおいて彼らは, 車の密度を増加させると体系は自由移動相から渋滞相へ相転移を起こすことを示した. BML モデルでは車が方向転換することは考慮されていなかったため, Cuesta らは車が確率的に方向転換を行うモデルへ拡張した [2, 3, 4]. また, Horiguchi と Sakakibara は Cuesta らのモデルを交差点間の距離を考慮したモデルに拡張した [5, 6].

Honda と Horiguchi [7] は, Cuesta らのモデルとは異なり, 4種類の車が存在するモデルを提案した. このモデルでは, 車は種類ごとに定められた2つの方向から確率的に進行方向を選択する. このモデルにおいて, 車の密度を増加させると体系は相転移を起こし, 渋滞クラスターの核となる車の配置が渋滞の形成に重要な役割をはたすことを明らかにした.

一方, Honda と Horiguchi [8] は, 3つの方向から確率的に進行方向を選択する交通流モデルを提案した. 本研究では, この3方向移動体交通流モデルにおいて左右への移動確率が異なる場合に数値シミュレーションにより得られた結果について報告する.

2 モデル

本研究では, Honda と Horiguchi [8] のモデルにおいて, 左右への移動確率が異なる場合に対してシミュレーションを行う. 周期境界条件をもつ正方格子状の道路網を考える. この道路網の上に, 4種類の移動体 (μ, ν, α, β) がそれぞれ同数ずつ存在すると仮定する. μ 型の車は, 確率 $(1 - \gamma - \delta)$

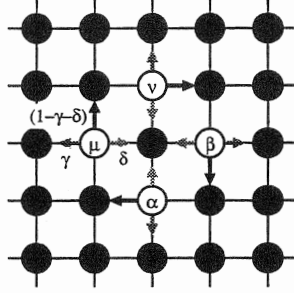


図 1: 車の種類 (γ, δ は確率)

($0 \geq \gamma, \delta, \gamma + \delta \geq 1$) で北に、確率 γ で西に、確率 δ で東に動くものとする。 ν 型の車は、確率 $(1 - \gamma - \delta)$ で東に、確率 γ で北に、確率 δ で南に動くものとする。 α 型の車は、確率 $(1 - \gamma - \delta)$ で西に、確率 γ で南に、確率 δ で北に動くものとする。 β 型の車は、確率 $(1 - \gamma - \delta)$ で南に、確率 γ で東に、確率 δ で西に動くものとする。それぞれの車のこのような性質を図 1 に示した。また、道路網全体を制御する信号の存在を仮定する。信号は、時間ステップごとに南北方向への移動と東西方向への移動とを交互に許可するものとする。

BML モデルと同じように、それぞれの車は移動しようとする方向に他の車が存在せず、信号がその方向への移動を許可している場合のみ移動できるものとする。また、同時に 2 台の車がある 1 個所の交差点に移動しようとする場合もあり得る。その場合は、それぞれ等しい確率でいずれか 1 台の車のみがその交差点に移動するものとする。また、全ての移動は同期して行われるものとする。

ブール変数 μ_r^t を、時刻 t に交差点 r に μ 型車が存在すれば 1、存在しなければ 0 と定義する。 ν_r^t , α_r^t , β_r^t についても同様とする。上述した移動体の移動ルールをこれらのブール変数を用いて記述すると、 μ 型車に対する運動方程式は次の式で表される。

$$\mu_r^{t+1} = \begin{cases} S_{\mu,r}^{t+1} & (S_{\mu,r}^{t+1} = 1, M_r^{t+1} = 0) \\ \delta_{\kappa,\mu} M_{\mu,r}^{t+1} & (S_{\mu,r}^{t+1} = 0, M_r^{t+1} > 0) \\ 0 & (S_{\mu,r}^{t+1} = M_r^{t+1} = 0) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} S_{\mu,r}^{t+1} &\equiv \mu_r^t (\bar{\xi}_r^t \bar{\theta}_r^t \bar{\sigma}^t + \xi_r^t \bar{\theta}_r^t \sigma^t + \bar{\xi}_r^t \theta_r^t \sigma^t) \\ &\quad + \mu_r^t \left\{ \bar{\xi}_r^t \bar{\theta}_r^t \sigma^t (\mu_{r+y}^t + \nu_{r+y}^t + \alpha_{r+y}^t + \beta_{r+y}^t) \right. \\ &\quad + \xi_r^t \bar{\theta}_r^t \bar{\sigma}^t (\mu_{r-x}^t + \nu_{r-x}^t + \alpha_{r-x}^t + \beta_{r-x}^t) \\ &\quad \left. + \bar{\xi}_r^t \theta_r^t \bar{\sigma}^t (\mu_{r+x}^t + \nu_{r+x}^t + \alpha_{r+x}^t + \beta_{r+x}^t) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_{\mu,r}^{t+1} &\equiv \bar{\mu}_r^t \bar{\nu}_r^t \bar{\alpha}_r^t \bar{\beta}_r^t (\mu_{r-y}^t \bar{\xi}_r^t \bar{\theta}_r^t \bar{\sigma}^t \\ &\quad + \mu_{r-x}^t \bar{\xi}_r^t \bar{\theta}_r^t \bar{\sigma}^t + \mu_{r+x}^t \xi_r^t \bar{\theta}_r^t \bar{\sigma}^t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$M_r^{t+1} \equiv M_{\mu,r}^{t+1} + M_{\nu,r}^{t+1} + M_{\alpha,r}^{t+1} + M_{\beta,r}^{t+1} \quad (4)$$

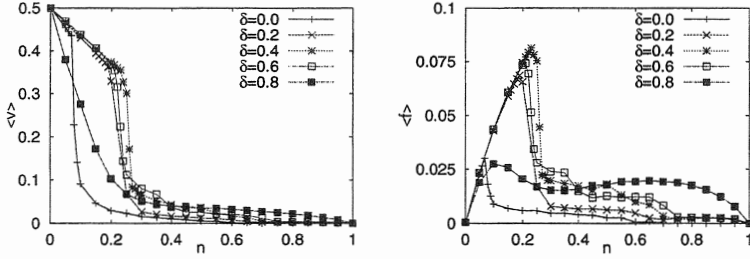


図 2: 左: 平均速度と車の密度の関係の一例 ($\gamma = 0.2$) 右: 基本図 ($\gamma = 0.2$)

$$\kappa = \begin{cases} \mu & (\text{確率 } M_{\mu, \mathbf{r}}^{t+1} / M_{\mathbf{r}}^{t+1}) \\ \nu & (\text{確率 } M_{\nu, \mathbf{r}}^{t+1} / M_{\mathbf{r}}^{t+1}) \\ \alpha & (\text{確率 } M_{\alpha, \mathbf{r}}^{t+1} / M_{\mathbf{r}}^{t+1}) \\ \beta & (\text{確率 } M_{\beta, \mathbf{r}}^{t+1} / M_{\mathbf{r}}^{t+1}) \end{cases} \quad (5)$$

ここで、ブール変数 ξ と θ は、それぞれ確率 γ と δ で 1 になる。ブール変数 σ^t は、信号の状態を表し、偶数時間ステップでは $\sigma^t = 0$ 、奇数時間ステップでは $\sigma^t = 1$ とする。 $\delta_{a,b}$ はクロネッカーのデルタを表し、 \mathbf{x}, \mathbf{y} はそれぞれ x 方向と y 方向の単位ベクトルを表す。

3 数値シミュレーション結果

$L \times L$ 個の格子点からなる正方格子状の道路網における交通流の平均速度 $\langle v \rangle$ を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \langle v \rangle &\equiv \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R \langle v \rangle_i \\ \langle v \rangle_i &\equiv \frac{1}{T_M - T_I} \sum_{t=T_I+1}^{T_M} \left[\frac{1}{2N} \sum_{\mathbf{r}} \left\{ (\mu_{\mathbf{r}}^{t+1} - \mu_{\mathbf{r}}^t)^2 + (\nu_{\mathbf{r}}^{t+1} - \nu_{\mathbf{r}}^t)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\alpha_{\mathbf{r}}^{t+1} - \alpha_{\mathbf{r}}^t)^2 + (\beta_{\mathbf{r}}^{t+1} - \beta_{\mathbf{r}}^t)^2 \right\} \right] \end{aligned}$$

ここで、 R はアンサンブル数、 T_I は平衡状態を得るまでのステップ数、 T_M はシミュレーションの全ステップ数を表す。シミュレーションは車の配置に対してランダムな初期配置からスタートして実行している。

数値シミュレーションによって得られた、平均速度と車の密度の関係の一例を図 2(左) に示した。 $T_I = 10^3$ 、 $T_M = 5 \times 10^4$ 、 $R = 10$ とした。 $\gamma + \delta = 1$ の場合には、自由移動相から渋滞相への相転移がみられなかった。また、 γ を固定した場合に、 δ を変化させると、自由移動相から渋滞相へ相転移

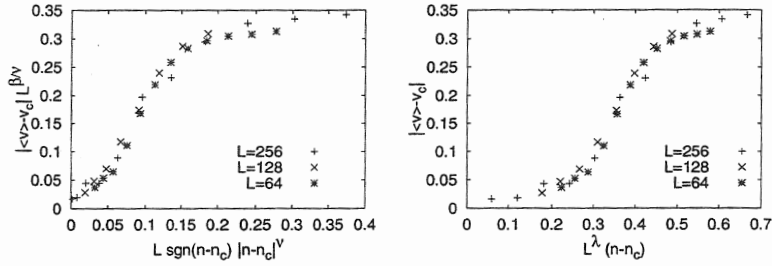


図 3: 左: 2 次の相転移を仮定した有限サイズスケーリング 右: 相転移の次数を仮定しない有限サイズスケーリング

する臨界密度が $\delta \sim 0.4$ において最大になることがわかった. このことを詳しく調べるために, 臨界密度を δ の関数として求めた結果, $\gamma < 0.5$ の場合に臨界密度は δ の関数として極大値をとることが分かった. 図 2(左)に対応する基本図を図 2(右)に示す. ここで, 平均流量 $\langle f \rangle$ は $\langle f \rangle \equiv n \cdot \langle v \rangle$ で定義した.

体系のサイズ L を $L = 64, 128, 256$ の 3 種類とり, $\gamma = 0.2, \delta = 0.4$ に対して有限サイズスケーリングを行った結果を図 3 に示した. ここで, 左の図は 2 次の相転移を仮定したスケーリングの式

$$|v - v_c|L^{\beta/\nu} = F(L \operatorname{sgn}(n - n_c)|n - n_c|^\nu) \quad (6)$$

を用いており, 右の図は相転移の次数を仮定しないスケーリングの式

$$|v - v_c| = G(L^\lambda \operatorname{sgn}(n - n_c)|n - n_c|) \quad (7)$$

を用いている. このように, 図 3 の結果から, 相転移の次数を 2 次と仮定した場合と, 相転移の次数を仮定しない場合で, 有限サイズスケーリングの結果にはほとんど差がないことが分かった.

参考文献

- [1] O. Biham, A. A. Middleton, and D. Levine, Phys. Rev. A **46** (1992) R6124.
- [2] J. A. Cuesta, F. C. Martínez, J. M. Molera, and A. Sánchez, Phys. Rev. E **48** (1993) R4175.
- [3] J. M. Molera, F. C. Martínez, J. A. Cuesta, and R. Brito, Phys. Rev. E **51** (1995) 175.
- [4] F. C. Martínez, J. A. Cuesta, J. M. Molera, and R. Brito, Phys. Rev. E **51** (1995) R835.
- [5] T. Horiguchi and T. Sakakibara, Physica A **252** (1998) 388.
- [6] T. Horiguchi and T. Sakakibara, Inter. Inf. Sci., **4** (1998) 39.
- [7] Y. Honda and T. Horiguchi, J. Phys. Soc. Jpn. **69** (2000) 200.
- [8] 本田泰, 堀口剛, 第 6 回交通流シミュレーションシンポジウム (1999).