

二車線交通流における衝撃波現象 Shock wave phenomena in two-lane traffic flows

東北大学流体科学研究所衝撃波研究センター 佐宗 章弘

1. はじめに

衝撃波は、非線形擾乱の伝播を象徴する現象で、気体、液体のみならずあらゆる媒体に共通して見られる普遍的なものである。この中でも交通流は、ニュートン力学に従わない媒体として代表的な事例であり、1950年代に Lighthill & Whitham¹ が連続流体との類似性を示すなど、比較的理解が進んでいるものである。ただ、近年盛んな cellular automaton などの離散数理モデルによる解析では特性速度が余りにも単純化され、非線形擾乱伝播を普遍化するためのモデルとしては不十分であると考え²。

本研究では、修正された最適速度関数を用いた追従モデルによる数値シミュレーションと運動学的平衡状態に対する衝撃波関係式に関する理論により、車線変更によって誘起される衝撃波現象に関して理解をより深めることを目的とする。

2. 運動方程式

本研究の追従モデルでは、最適速度関数³に分子間ポテンシャル様の修正項を付け加えることで、車線変更によって起こる急な車間距離減少に伴う衝突を回避した²。

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\tau} \{V(\Delta x) - u\}, \quad V(\Delta x) = V_b(\Delta x) + \alpha \left(\frac{1}{\Delta x^{n_1}} - \frac{1}{\Delta x^{n_2}} \right) \quad (1)$$

上式に現れる変数、定数は全て無次元量で、 u 、 t 、 V 、 V_b 、 Δx はそれぞれ車の速度、時間、一般化された最適速度、文献3の最適速度、車間距離を表し、 τ 、 α 、 n_1 、 n_2 は定数である。Fig. 1に示すように、 V の第2項を付け加えたことによって(実線)、それが無い場合(破線)に比べ、 Δx が小さい時の減速度の絶対値が大きくなり、いわゆる「急ブレーキ」の効果を合理的に取り入れることができた。これにより、数値シミュレーションもより robust になった。

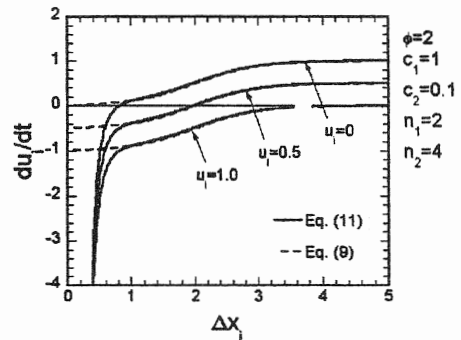


Fig. 1 加速度と車間距離、速度との関係

3. 特性速度

Lighthill & Whitham の解析に従うと、本交通流における一次の平衡特性速度 c は、次式で与えられる。

$$c = \frac{dQ}{d\rho}, \quad Q = \rho u, \quad \rho = \frac{1}{\Delta x} \quad (2)$$

ここで、 Q は flow あるいは car flux と呼ばれる量である。式(2)によれば、 c は平衡 ρ - Q 線の傾きに等しい。Fig. 2、3 にそれぞれ、平衡 ρ - Q 線、 c 、 V と ρ の関係を図示する ($\tau=1$ 、 $\alpha=0.1$ 、 $n_1=2$ 、 $n_2=4$)。

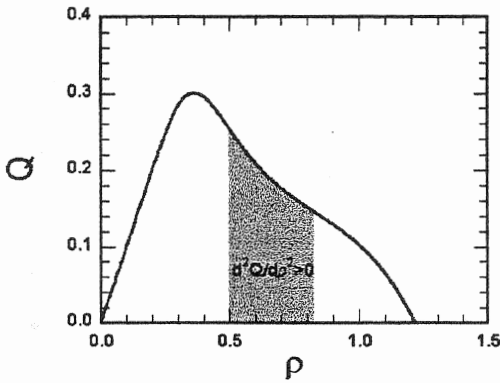


Fig. 2 平衡 ρ - Q 関係

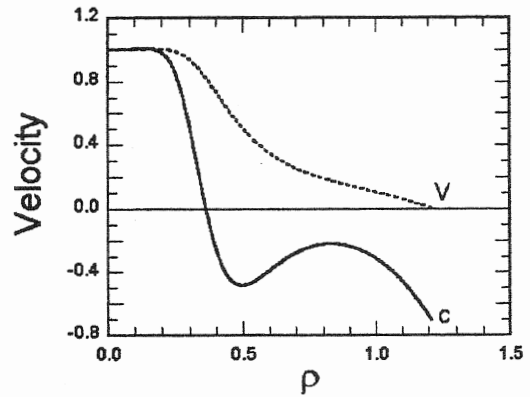


Fig. 3 平衡 ρ - c 、 V 関係

Fig. 2 において、曲線の二階微分が正（下向きに凸）になる領域（灰色部分）では、密度 ρ の増加に伴って c が高くなり、一車線流においても expansion shock が現れうる³。

4. 車線変更衝撃波関係式

衝撃波関係式に車線変更の影響を入れるためには、車の保存関係式に生成項 \dot{W} を加える。このとき、衝撃波速度 U は次式で表される²。

$$U = \frac{\Delta Q - \dot{W}}{\Delta \rho} \quad (3)$$

ここで、 \dot{W} の符号は車線に車が流入するときを正とする。

5. シミュレーション例

Fig. 4に、十分長い直線の二車線道路のそれぞれの車線に等間隔、等速度（平衡速度）に50台の車を配置し数値シミュレーションを行った例を示す。車線変更規則等の詳細は、文献2に述べられているが、ここでは省略する。ここでは、第1車線から第2車線への変更のみを許すものとする。外的条件として第1車線の先頭車を人為的に停車させ、後続の車が第2車線に侵入することによって形成される衝撃波D、Eを発生させる。

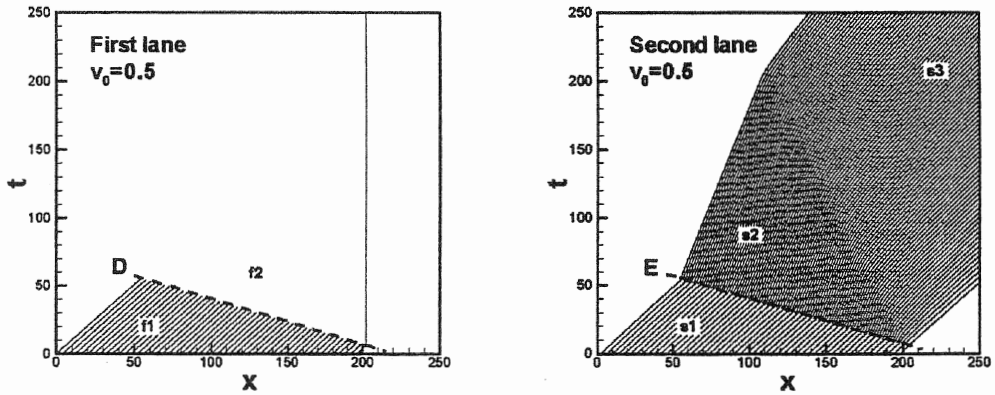


Fig.4 車線変更によって誘起される衝撃波のシミュレーション例

衝撃波Dは、背後（f2）で密度が0になるもので、‘extinction shock’ と呼ぶべきものである。衝撃波Eは、compressiveな衝撃波であり、その背後で状態がs2からs3に変化するのに伴ない、膨張、加速する。

これら二つの衝撃波は、等しい伝播速度を持つこと、また $\rho_{f2} = 0$ の条件を用いると、衝撃波速度、衝撃波背後の状態を求めることができる。Fig. 5は、それを $\rho-Q$ 面上に図示したものである。衝撃波の上流では、どちらの車線も同じ平衡状態s1、f1にある。本計算例では、式(3)の生成項 \dot{W} は車線変更速度 v_0 を用いて次式により与えられる。

$$\dot{W} = \frac{2v_0}{\Delta y} \quad (4)$$

ここで、 Δy は二車線間隔を表す。f1、s1 からそれぞれ下、上に距離 \dot{W} 離れた点

から、それぞれの衝撃波背後の状態 f_2 、 s_2 まで結ぶ直線が同じ傾き U を持つことと、 $\rho_{f_2} = 0$ 、 s_2 の状態が平衡曲線上に存在することの全ての条件を同時に満たす解は一つしかない。

なお、数値シミュレーションでは、平衡衝撃波関係式を満たす解に辿り着く過程において、非平衡状態 $s_2(f) \rightarrow s_2$ 、 $s_2(s) \rightarrow s_2$ を経る。 $s_2 \rightarrow s_3$ は膨張加速過程であるが、上述の特性速度の性質から、これは主に膨張衝撃波を通じてなされる。

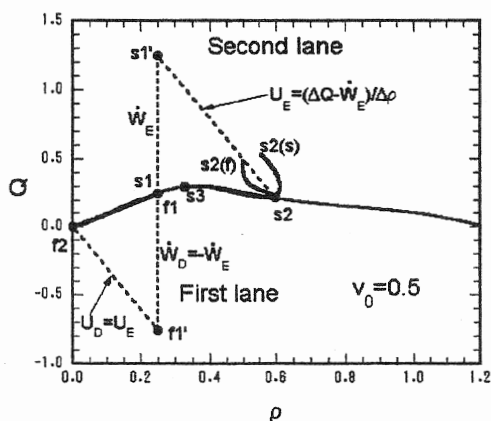


Fig. 5 Fig.4 の数値シミュレーションに対応する状態線図

6. まとめ

紙面の都合上、限られた内容ではあるが、追従モデルによる数値シミュレーションによって車線変更によって誘起される衝撃波の解析を行い、その結果を擾乱／衝撃波伝播の理論と照らし合わせて、衝撃波速度とその背後の状態を求めることができた。現在、さらに発展した内容について研究を継続している。

参考文献

- ¹Lighthill MJ & Whitham GB (1955) On kinematic waves. II. A theory of traffic flow on long crowded roads. Proc Roy Soc Lond A229:317-345
- ²Sasoh A & Ohara T (2000) Lane-change-induced nonlinear waves in two-lane traffic flows. in preparation
- ³Bando M, Hasebe K, Nakayama A, Shibata A & Sugiyama Y (1994) Structure stability of congestion in traffic dynamics. Japan J Indust Appl Math 11:203-223