

2次元OV模型

杉山雄規 (三重短期大学) 中山章宏 (岐阜経済大学)
長谷部勝也 (愛知大学)

OV模型は、自然渋滞を動力的に発生させる1次元追従模型として提案された。この模型は交通流の振る舞いを記述する基礎模型として有望視されている。

$$\frac{d^2}{dt^2}x_n(t) = a \left\{ V(\Delta x_n) - \frac{d}{dt}x_n(t) \right\} \quad (1)$$

n ($n = 0, 1, 2, \dots$). x_n は n 番目の車の位置、 $\Delta x_n = x_{n-1} - x_n$ は車間、 a は感応度を示す定数。 $V(\Delta x_n)$ は“OV関数”といい、安全運転をするための希望速度を車間に応じて与える。例えば、 $V(x) = \tanh(x - c) + \text{定数}$ のような形が妥当である。

OV模型は様々な拡張が考えられるが、ここでは2次元化することを試みる。その動機はいくつかの具体的現象に応用できる可能性を持つからである。ひとつは、流体中の粉体流の現象である。重力下鉛直パイプに満たされた液体中を金属球集団の下方へ流れる際、ある密度以上で、一様な流れが渋滞のようなスラッグを形成し、上方へ伝播する現象がある。この理論解析に使われた「擬1次元模型」は1次元のOV模型に酷似している。

$$\ddot{x}_n = R(\Delta x_n) \{ U(\Delta x_n) - \dot{x}_n \} \quad (2)$$

x_n : 金属球の座標、 $U(\Delta x_n)$: 球間の距離に依る沈降速度 (単調増加関数) である。パイプを輪切りにする方向を考慮にいれて2次元にし、流体からの抵抗を受けて運動する粉粒体の現象の詳細を解析したいというのがひとつの応用の可能性である。

別な応用として、2車線 (もしくは多車線) 交通流の模型としての可能性である。2車線高速道路のシミュレーションは、既にCMOV模型で解析が進んでいるが、計算結果からはレーンチェンジの規則の詳細によらない一定した性質が現れているように思われる。また、最近実測データの解析から、2車線の交通流現象に、“同期 (もしくは、相関) 現象”と呼ばれる特徴的な性質が見い出されている。これは物理現象として理解できる可能性があると思われる。その理解のために2次元OV模型が何らかの情報を与えてくれないかと期待している。CMOV(1次元結合写像OV模型)では、2レーンにレーン変更ルールを付けてシミュレータを構成するが、2次元OV模型では2次元的排除効果により追い越し挙動が自然に現れるだろう。希望速度の異なる車を多数流した際、2レーンもしくは多レーンの振る舞いが定性的に扱えないだろうか。

さらに、通路中の歩行者流や生物集団の流れ等にも応用できる可能性も考えられる。

以下のようにとりあえず単純に模型を2次元化する。2つの車が近寄ったとき、ぶつからないようにブレーキがかかるようになるが、その相互作用を全く等方的に設定すると均一に分散して安定になり何も起らないので、全体的な流れを一方向に設定しその向きの前方の車に対して排除効果を強く設定する。左右にある車に対しては少しその効果を緩くし、後方の車に対しては殆んど効果入れないようにした。この方針で、2つの模型の表現を与える。

- Model-1 (追従効果)

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{x}_n(t) = a \left\{ \sum_m^N V(r_{mn}(t))P(\theta_{mn}(t))\vec{e}_{mn}(t) - \frac{d}{dt}\vec{x}_n(t) \right\} \quad (3)$$

$$r_{mn}(t) = |\vec{x}_n(t) - \vec{x}_m(t)| \quad (4)$$

$$\vec{e}_{mn}(t) = \frac{\vec{x}_n(t) - \vec{x}_m(t)}{|\vec{x}_n(t) - \vec{x}_m(t)|} \quad (5)$$

$$P(\theta_{mn}(t)) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\vec{x}_m(t) \cdot \vec{x}_n(t)}{|\vec{x}_m(t)||\vec{x}_n(t)|} \right) \quad (\text{角度依存性}) \quad (6)$$

$$V(r_{mn}) = \tanh(r_{mn} - c) + d \quad (7)$$

- Model-2 (排除効果による減速)

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{x}_n(t) = a \left\{ V_c \vec{e}_x - \sum_m^N [v_{max} - V(r_{mn}(t))]P(\theta_{mn}(t))\vec{e}_{mn}(t) - \frac{d}{dt}\vec{x}_n(t) \right\} \quad (8)$$

Model-1は追従挙動による加速を”強調して”表現したもので、Model-2は排除効果による減速を”強調して”表現したものである。両者はこのままの形では一長一短であり、改良が必要である。

シミュレーションはModel-2で行う。簡単のため、境界条件は周期的であるとしトラス上でひとつの方向に全体的な流れがあるような状況の計算をした。粒子数 $N=50\sim 700$ で行い、1種類の粒子の場合と2種類の粒子（OV関数の最大速度が異なる2種類の粒子）の場合とでシミュレーションをした。予稿では1種類の場合のみを示す。2種粒子の場合、動画で見ると速い粒子が遅い粒子を追い越していく様子が見える。

- 1種粒子のスナップショット（上図から下図へ時間変化を見る）

初期条件はランダムな配置にした。

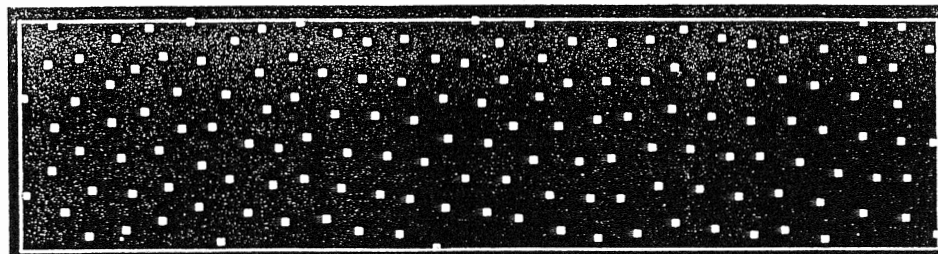
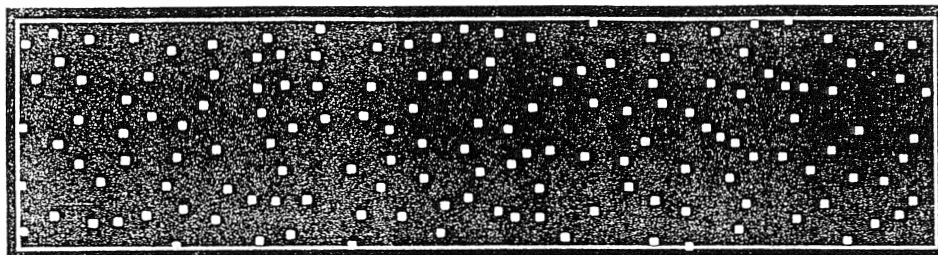
図1 ($N=150$) では、時間の経過とともに一様な配置（6角形と見える）で一定速度で流れるようになる。図2 ($N=600$) では、時間の経過とともに渋滞が形成され安定化し、粒子の流れの方向とは逆向きに移動する。

- 1種粒子で粒子数 N による速度や流量の変化をみたもの

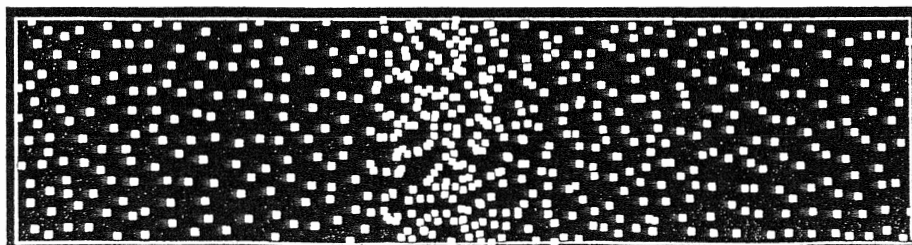
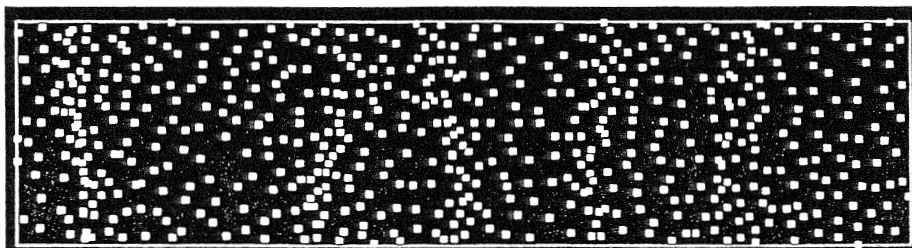
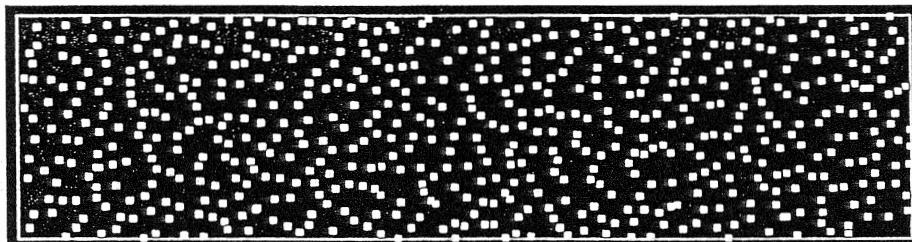
図3は、流れの方向（ x 方向）とそれに直行する方向（ y 方向）の速度平均と速度の絶対値の平均のプロットを粒子数（number N ）を変えて行ったもの。

図4は、基本図（ $Q-k$ 図）である。 $N=350$ 辺りで振る舞いが変わっている。

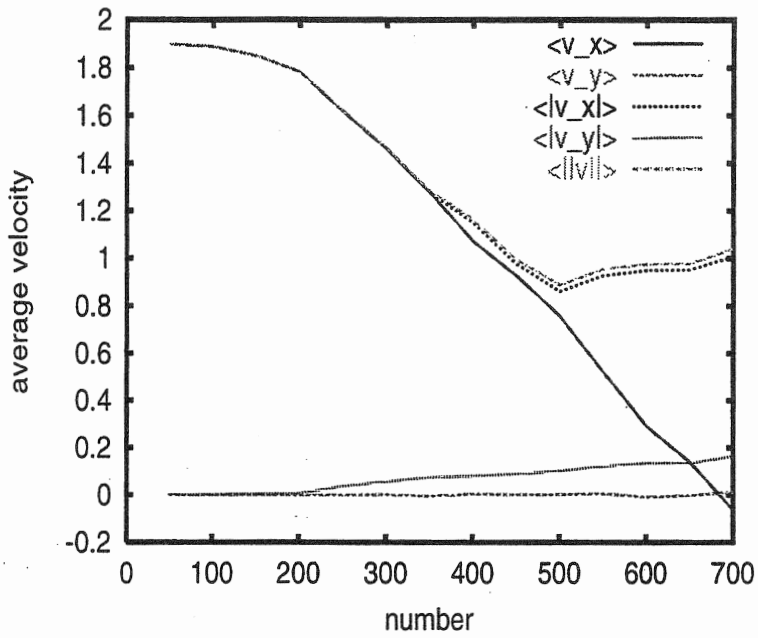
• 图 1 : $N=150$



• 图 2 : $N=600$



● 图3：平均速度 - 密度



● 图4：流量(x方向) - 密度 [Q-k 图]

