

改善されたOVモデルとシミュレーション

柴田章博

高エネルギー加速器研究機構 計算科学センタ

2000年11月24日

1 はじめに

近年、物理や数理的な視点から、例えば、セルオートマトン、流体力学、離散結合写像、粉体の力学など様々な交通流の研究が行われている。交通流のモデルOVモデルは、追従型のモデルとし、動的な渋滞の生成や消滅を説明するモデルとして初めて成功し、高速道路における交通流の特性をうまく再現する。[1][2][3]

しかし、このモデルにおける各自動車の加速度は、しばしば実際のものに比して大きくなりすぎる傾向がある。これらの問題点を克服するものとしていくつかの研究が行われている。[4],[5]ここでは、OVモデルのもつ線形応答や渋滞の生成の特性をできるだけ保ちつつ改善を行う。

2 OVモデル

OVモデルの一般的な方程式は、

$$\frac{d}{dt}x_i = v_i, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}v_i = F(\Delta x_i, \Delta v_i, v_i, x_i), \quad (2)$$

の形とすることができる。ここで、 $x_i, v_i, \Delta x_i, \Delta v_i$ はそれぞれ、自動車の位置、速度、車間、相対速度である。OVモデルは、もっとも単純なものを用いた。

$$F(\Delta x_i, \Delta v_i, v_i) = \beta \{V_{opt}(\Delta x_i) - v_i\}, \quad (3)$$

$$V_{opt}(y) = V_{max} \left[\frac{\tanh\left(\frac{2y-d}{w}\right) + c_{bias}}{1 + c_{bias}} \right] \quad (4)$$

ここで $c_{bias} = \tanh(2(d-l)/w)$ 、 l は自動車長である。 β は、感応率で最大加速度は βV_{max} となり、モデル自身で

は最大化速度を実際の自動車コントロールの範囲に抑えることができない。シミュレーションで現れる最大加速度は、前方の自動車とともに減速が行われるので感応率 β が大きければ結果としていくらか小さなものとなる。

本研究では、モデル自身が最大化速度を与えるよう改善する。また、従来のOVモデルの性質を保ちつつ、相対速度による一般的な自動車コントロールの項を含むよう拡張を行う。

$$F(\Delta x_i, \Delta v_i, v_i) = \alpha_1 \tanh\left(\beta \frac{V(\Delta x_i) - v_i}{\alpha_1}\right) + \alpha_2 \frac{\Delta v_i}{V_{max}} \frac{1}{1 + \exp((\Delta x_i - d_2)/w_2)}. \quad (5)$$

ここで、 $d_2 \sim d, w_2 \sim w$ である。最大加速度は $\alpha_{max} = \alpha_1 + \alpha_2$ で与えられる。従来のOVモデルは、 $\alpha_2 = 0, \beta V_{max} \ll \alpha_1$ のときにに得られる。このモデルの拡張によって、モデルの最大化速度や感応率の意味付けが明確となった。

3 一様流と線形理論

はじめに、改善OVモデルと従来のOVモデルの相違を一様流について調べる。周期的境界条件をいれて解析を簡単にする。¹今 N 台の自動車が長さ L のサーキットを走行する場合を考える。また、すべての自動車は同じOV関数に従うとする。改善化OVモデルは、一様流 $L/N (= 1/\rho)$ 、 $v_i = V(L/N)$ の解をもち、その周りでの回の安定性を調べる。一様流からの自動車からのずれを $y_i(t)$

¹渋滞の形成が一様流の密度によっており、サーキットの長さや自動車の台数に直接因らなければ周期的境界条件を入れても解の性質は変わらない。

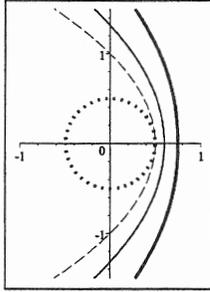


図 1: 渋滞生成の臨界曲線

とおく:

$$x_i(t) = x_0(0) + i(L/N) + v_i t + y_i(t).$$

と OV 模型の従う方程式は $y_i(t)$ を用いて次のようになる。

$$\frac{d^2}{dx^2} y_i = \beta \left(f(y_{i+1} - y_i) - \frac{d}{dt} y_i \right) + \gamma \left(\frac{d}{dt} y_{i+1} - \frac{d}{dt} y_i \right), \quad (6)$$

$$f = f(\rho) = \frac{d}{dy} V_{opt}(1/\rho), \quad (7)$$

$$\gamma = \gamma(\rho) = \frac{\alpha_2}{V_{max}} \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{1/\rho - d_2}{w_2}\right)}. \quad (8)$$

周期的境界条件から、特解を $y_i(t) = \exp(zt + i\alpha(k)i)$, $\alpha(k) = \frac{2\pi}{N}k$, ($k \in N$) とおくことができ、

$$z^2 + (\beta + \gamma(1 - e^{i\alpha(k)}))z - f(1 - e^{i\alpha(k)}) = 0, \quad (9)$$

の代数方程式が一様流の安定性を決定する。 $\text{Re}(z) = 0$ の解 ($\beta \neq 0$) の渋滞流生成が発生する臨界曲線を求めると

$$f = \frac{\beta + 2\gamma}{1 + \cos \alpha} \left(1 + \frac{\gamma}{\beta} (1 - \cos \alpha) \right). \quad (10)$$

であり、これを図 1 に (f, α) の極座標に示す。 $f = \text{const}$ と $\text{Re}(z) = 0$ の曲線が交わる条件、臨界点を求めると渋滞の生成は以下のようにまとめることができる。

$$\begin{cases} f(\rho) > \beta/2 + \gamma(\rho) & \text{渋滞生成} \\ f(\rho) < \beta/2 + \gamma(\rho) & \text{一様流} \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 $\beta f = 0$ の時は、式 (9) は $z(z + \gamma(1 - e^{i\alpha})) = 0$ で、常に $\text{Re}(z) < 0$ である。渋滞は生成されない。²

3.1 シミュレーション

最初に従来の OV 模型の加速度の制限がない状態 ($\alpha_1 = 100$ と相対速度のコントロールを行った場合) のシミュレーションを行う。一様流から線形理論の不安定条件から求めたパラメータで渋滞形成にいたる、車間-加速度の分布を示す。相対速度のコントロールは、 $\alpha_2 = 5$ を選択した。シミュレーションの結果を、図 2、図 3 ($d_2 = 50m$, $w_2 = 50m$) に示す。

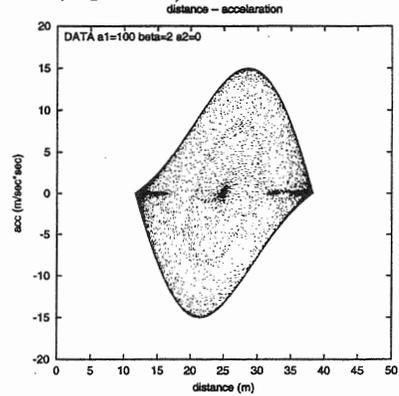


図 2: 車間と加速度の関係

相対速度に基づく制御により、超過加速度となることなく自動車コントロールされていることがわかる。従来の OV 模型では、衝突を起こさないためにはシミュレーションの結果をみて、パラメータ β を大きくするしかなく、モデルのパラメータの設定の自由度が足らなかった。しかし、改善化された OV 模型でも、単純に最大加速度を制限をすると衝突を起こしてしまうため、パラメータ β とともに最大化速度 α_1 調整することができる。さらに、相対速度に基づく速度調整項 α_2 に基づく制御を行うことができ、自然な模型の拡張となっている。

改善 OV 模型での渋滞流の振る舞いは、サーキットで

²相対速度のみによる自動車のコントロールは、応答の遅れを方程式に明示的に入れるなどのモデルの改良が必要であった。

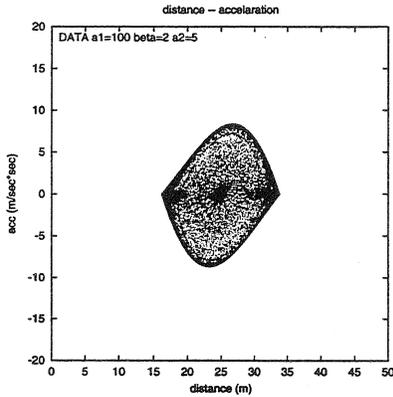


図 3: 車間と加速度の関係 (相対速度のコントロール付)

は従来の OV 模型と同様にリミットサイクルとなり、その形状は OV 関数の周りに加速度コントロールのパラメータ $\alpha_1, \beta, \alpha_2$ などで決定される。

次に、東名高速の 170.64kp (1996 年 8 月) のデータをもとに OV 模型のパラメータを定めてシミュレーションを行う。東名高速道路のデータの基本図などの時間平均されたデータから決定できるパラメータは、OV 関数の形状で加速度に関するパラメータは決定できない。本研究では、以下のパラメータを設定しシミュレーションを行った。

$$\begin{aligned}
 & d=25m, w=40m, V_{max}=27m/s, l_0=5.7m, \\
 & \alpha_1 = 5.0m/sec^2, \beta = 2.0Hz, \\
 & \alpha_2 = 3m/sec^2, d_2 = 50m, w_2 = 50m \\
 & N=200, L=5km
 \end{aligned}$$

車間-速度図 4、車間-加速度図 5 を示す。

このパラメータにおける、基本図を一樣流の密度を変えて作成すると図 6 になる。密度 25/km から 50/km の一樣流から生成される渋滞が、高密度側の密度-速度の分布に広がりを持ったものとしている。実際の高速道路のデータは、低密度側の分布にも広がりを持っているが、本研究のシミュレーションはすべての自動車が同じ運転特性を持つようにしているためであり、自動車の個性を入れることで、分布の広がりを再現できると考えられる。

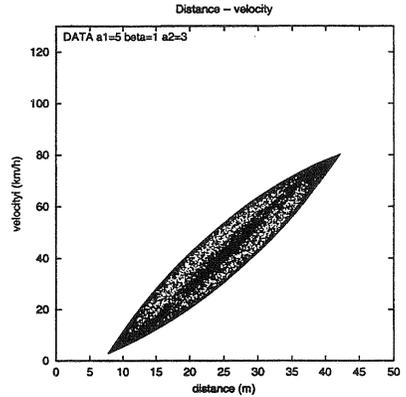


図 4: 車間と速度の関係

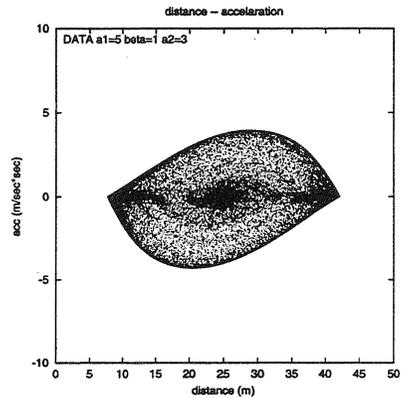


図 5: 車間と加速度の関係

4 まとめ

OV 模型を拡張して、超過加速度をコントロールできる改善模型を提案した。新たに導入された、相対速度のコントロール項は、一樣流を安定化させ、OV 模型の速度調整を緩やかな加速、減速を行う。基本図に表れる基本的な性質は、保たれた拡張を行うことができた。しかし、現象的な解析やシミュレーションを行うには、基本図に表されるデータからでは、自動車の加速、減速のデータが得られないので、追従実験のデータ等が必要である。

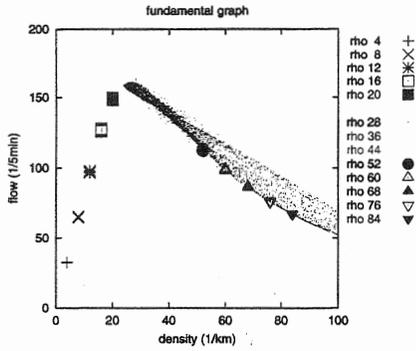


図 6: 基本図

[8] 「交通工学」 ISBN4-627-48350-3、河上省吾、松井寛共著、森上出版

[9] 「東名高速道路における交通量資料集 I」 1999年、交通流数理研究会

参考文献

- [1] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, Phys. Rev. **E51** 1035 (1995);
- [2] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, Jpn. J. Ind. Appl. Math. **11**, 203 (1994)
- [3] ; M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama, J. Physics I (France) **5** 1389 (1995)
- [4] Makoto Kikuchi, Yuki Sugiyama, Shin-ichi Tadaki, Satoshi Yukawa "Asymmetric optimal velocity model for traffic flow", talk at the 5th International Conference on Computing Physics (ICCP5) at Kanazawa (1999); talk at 6th symposium on simulation of traffic flow
- [5] D. Helbing and B. Tilch, Phys. Rev. **E58** (1998) 133
- [6] S. Tadaki, M. Kikuchi, Y. Sugiyama and S. Yukawa, J. Phys. Soc. Jpn. **68** (1999),no.9
- [7] 交通の教則、