

# 3 方向へ確率的に方向転換が可能な 2 次元交通流モデル

東北大学・大学院情報科学研究科 本田 泰, 堀口 剛

## 概要

正方格子状の道路網上を走行する 4 種類の車を想定し, それぞれの車は交差点で 3 つの方向のなかから確率的に一つの方向を選んで方向転換できる交通流モデルを提案する. この交通流モデルをセルオートマトンを用いて記述し, 車の移動の時間発展は同期的に行なう. 数値シミュレーションの結果から, 1 次元交通流の場合の基本図と類似した基本図が得られることを示す. また, 自由移動相と渋滞相との間の転移点が, 交差点における方向転換の確率に依存することを明らかにする.

## 1 はじめに

1 次元の道路上の交通流問題は粉体流などと関連があり, 様々な数理モデルについての理論的な研究や, 数値的な研究がなされている. また, サーキットを使った実験や, 高速道路における交通流の実測データとの比較に関する研究もある.

一方, Biham ら [1] は 2 次元道路網上の交通流に対するセルオートマトンモデル (BML モデル) を提案した. BML モデルでは, 正方格子状の道路網上を 2 種類の車が走行することを仮定している. このモデルを用いて, 車の密度を増加させることによって, 自由移動相から渋滞相への急激な転移を示すことが数値シミュレーションによって明らかにされた [1]. BML モデルでは, 車の方向転換は考慮されていなかったもので, Cuesta らは 2 種類の車が確率的に方向転換するモデルへ拡張し, その性質を調べた [2, 3, 4]. また, Horiguchi と Sakakibara は Cuesta らのモデルを格子点間の距離を考慮したモデルへ拡張し, その性質を明らかにした [5, 6].

これまでの 2 次元交通流モデルでは, 2 種類の車が想定されていた. 本研究では正方格子上で 4 種類の車を想定した交通流モデルを提案し, その性質を研究する. 4 種類の車のそれぞれは交差点で 3 つの方向から 1 つの方向を確率的に選択して方向転換すると仮定する. この交通流モデルをセルオートマトンを用いて記述し, 数値シミュレーションによってその性質を調べる. この交通流モデルの基本図は 1 次元交通流モデルに対する基本図と類似しているということを明らかにする.

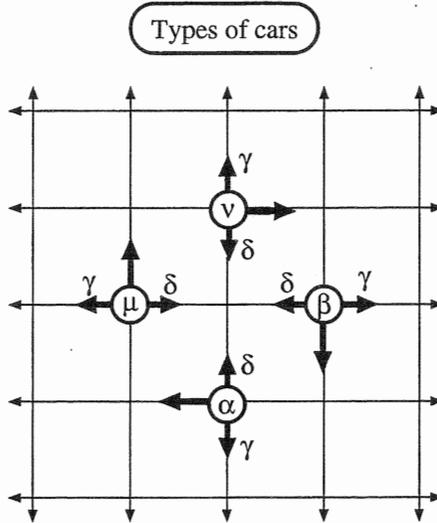


図 1: 正方格子状の道路網上を移動する 4 種類の車. それぞれの車は 3 方向から進行方向を確率的に選択する.

## 2 モデル

それぞれの種類  $(\mu, \nu, \alpha, \beta)$  の車が、場所  $r$ 、時刻  $t$  に存在するか否かを記述するために、ブール変数  $\mu_r^t, \nu_r^t, \alpha_r^t$  および  $\beta_r^t$  を用いる.  $\mu$  型の車が場所  $r$ 、時刻  $t$  に存在する場合には  $\mu_r^t = 1$  とし、存在しない場合には、 $\mu_r^t = 0$  とする. それぞれのブール変数は  $\mu, \nu, \alpha$  そして  $\beta$  型の車にそれぞれ対応している.  $\mu$  型の車は確率  $1 - \gamma - \delta$  ( $0 \leq \gamma, \delta, \gamma + \delta \leq 1$ ), で北に、確率  $\gamma$  で西に、確率  $\delta$  で東に向かって移動するものとする.  $\nu$  型の車は確率  $1 - \gamma - \delta$  ( $0 \leq \gamma, \delta, \gamma + \delta \leq 1$ ), で東に、確率  $\gamma$  で北に、確率  $\delta$  で南に向かって移動するものとする.  $\alpha$  型の車は確率  $1 - \gamma - \delta$  ( $0 \leq \gamma, \delta, \gamma + \delta \leq 1$ ), で西に、確率  $\gamma$  で南に、確率  $\delta$  で北に向かって移動するものとする.  $\beta$  型の車は確率  $1 - \gamma - \delta$  ( $0 \leq \gamma, \delta, \gamma + \delta \leq 1$ ), で南に、確率  $\gamma$  で東に、確率  $\delta$  で西に向かって移動するものとする. 各車のこれらの性質を図 1 に示した.

BML モデルなどと同様に、移動しようとする場所に他の車が存在しなければ、車はそこに移動すると考える. また、同時に 2 台以上の車が 1 つの格子点に移動しようとした場合、それぞれ等しい確率でいずれか 1 台がその格子点に移動するものとする. 例として、 $\mu$

型車の時間発展規則を以下に示す.

$$\mu_{\mathbf{r}}^{t+1} = \begin{cases} S_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} & (S_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} > 0) \\ \delta_{\kappa,\mu} M_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} & (M_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} > 0) \\ 0 & (S_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} = M_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} = 0) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} S_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} &\equiv \mu_{\mathbf{r}}^t (\bar{\zeta}_{\mathbf{r}}^t \bar{\theta}_{\mathbf{r}}^t \bar{\sigma}_{\mathbf{r}}^t + \zeta_{\mathbf{r}}^t \bar{\theta}_{\mathbf{r}}^t \sigma_{\mathbf{r}}^t + \bar{\zeta}_{\mathbf{r}}^t \theta_{\mathbf{r}}^t \sigma_{\mathbf{r}}^t) \\ &+ \mu_{\mathbf{r}}^t \left\{ \bar{\zeta}_{\mathbf{r}}^t \bar{\theta}_{\mathbf{r}}^t \sigma_{\mathbf{r}}^t (\mu_{\mathbf{r}+\mathbf{y}}^t + \nu_{\mathbf{r}+\mathbf{y}}^t + \alpha_{\mathbf{r}+\mathbf{y}}^t + \beta_{\mathbf{r}+\mathbf{y}}^t) \right. \\ &\quad + \zeta_{\mathbf{r}}^t \bar{\theta}_{\mathbf{r}}^t \bar{\sigma}_{\mathbf{r}}^t (\mu_{\mathbf{r}-\mathbf{x}}^t + \nu_{\mathbf{r}-\mathbf{x}}^t + \alpha_{\mathbf{r}-\mathbf{x}}^t + \beta_{\mathbf{r}-\mathbf{x}}^t) \\ &\quad \left. + \bar{\zeta}_{\mathbf{r}}^t \theta_{\mathbf{r}}^t \bar{\sigma}_{\mathbf{r}}^t (\mu_{\mathbf{r}+\mathbf{x}}^t + \nu_{\mathbf{r}+\mathbf{x}}^t + \alpha_{\mathbf{r}+\mathbf{x}}^t + \beta_{\mathbf{r}+\mathbf{x}}^t) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} &\equiv \bar{\mu}_{\mathbf{r}}^t \bar{\nu}_{\mathbf{r}}^t \bar{\alpha}_{\mathbf{r}}^t \bar{\beta}_{\mathbf{r}}^t (\mu_{\mathbf{r}-\mathbf{y}}^t \bar{\zeta}_{\mathbf{r}}^t \bar{\theta}_{\mathbf{r}}^t \sigma_{\mathbf{r}-\mathbf{y}}^t \\ &\quad + \mu_{\mathbf{r}-\mathbf{x}}^t \bar{\zeta}_{\mathbf{r}}^t \theta_{\mathbf{r}-\mathbf{x}}^t \bar{\sigma}_{\mathbf{r}-\mathbf{x}}^t + \mu_{\mathbf{r}+\mathbf{x}}^t \zeta_{\mathbf{r}+\mathbf{x}}^t \bar{\theta}_{\mathbf{r}+\mathbf{x}}^t \bar{\sigma}_{\mathbf{r}+\mathbf{x}}^t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$P_{\mathbf{r}}^{t+1}(\kappa) \equiv \delta_{\kappa,\mu} \frac{M_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1}}{M_{\mathbf{r}}^{t+1}} + \delta_{\kappa,\nu} \frac{M_{\nu,\mathbf{r}}^{t+1}}{M_{\mathbf{r}}^{t+1}} + \delta_{\kappa,\alpha} \frac{M_{\alpha,\mathbf{r}}^{t+1}}{M_{\mathbf{r}}^{t+1}} + \delta_{\kappa,\beta} \frac{M_{\beta,\mathbf{r}}^{t+1}}{M_{\mathbf{r}}^{t+1}} \quad (M_{\mathbf{r}}^{t+1} > 0) \quad (4)$$

$$M_{\mathbf{r}}^{t+1} \equiv M_{\mu,\mathbf{r}}^{t+1} + M_{\nu,\mathbf{r}}^{t+1} + M_{\alpha,\mathbf{r}}^{t+1} + M_{\beta,\mathbf{r}}^{t+1}, \quad (5)$$

ここで,  $\kappa \in \{\mu, \nu, \alpha, \beta\}$  は確率分布  $P_{\mathbf{r}}^{t+1}(\kappa)$  に従う確率変数である.  $\delta_{a,b}$  はクロネッカーのデルタを表し,  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  はそれぞれ  $x$  方向と  $y$  方向の単位ベクトルを表す. プール変数  $\zeta$  と  $\theta$  はそれぞれ, 確率  $\gamma$  と  $\delta$  で 1 となる.  $M_{\nu,\mathbf{r}}^{t+1}, M_{\alpha,\mathbf{r}}^{t+1}$  および  $M_{\beta,\mathbf{r}}^{t+1}$  は (3) 式と同様の式によって表される. 正方形格子の格子点上にある信号の状態を表すために変数  $\sigma_{\mathbf{r}}^t$  を用いる. 本研究では, 信号の状態は各格子点に依存せず時間のみに依存すると仮定する. すなわち, 偶数時間ステップでは  $\sigma_{\mathbf{r}}^t = 0$ , 奇数時間ステップでは  $\sigma_{\mathbf{r}}^t = 1$  であるとする.

### 3 数値シミュレーション結果およびまとめ

$L \times L$  個の格子点からなる正方形格子状の道路網上における交通流の流量  $f$  を次式によって定義する.

$$f \equiv \frac{1}{TL^2} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+T} \sum_{\mathbf{r}} \sum_{\kappa \in \{\mu, \nu, \alpha, \beta\}} (\kappa_{\mathbf{r}}^{t+1} - \kappa_{\mathbf{r}}^t). \quad (6)$$

本研究では, 数値シミュレーションをランダムな車の初期配置から開始し, 初期配置の影響を取り除くために  $t_0 = 10^4$  とした. また, 流量の観測は  $T = 5 \times 10^4$  として行なった. この定義を用いて数値シミュレーションから得られた基本図を  $\gamma = \delta$  の場合について図 2 に示した.  $\gamma = \frac{1}{3}$  は各車が, 3つの方向から同じ確率で進行方向を選択していることを意味している. また,  $\gamma = \frac{1}{2}$  の場合は 2 種類のみ車が前進と後退を同じ確率で繰り返す特

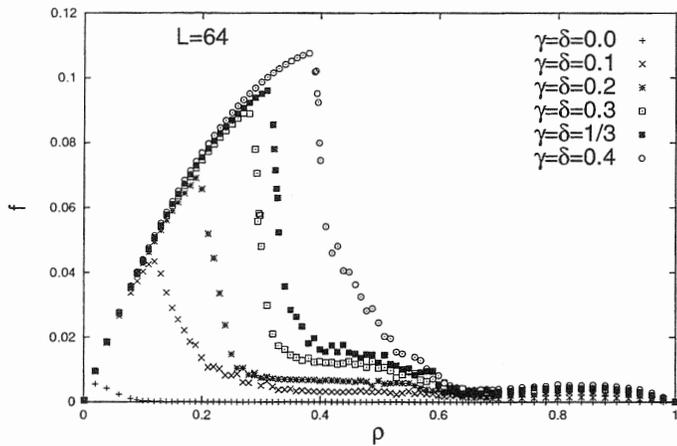


図 2: 3 方向に方向転換が可能な 2 次元交通流モデルの基本図 (流量  $f$  と車の密度  $\rho$  の関係.)

殊な場合に対応している。本研究で調べた 2 次元交通流モデルの基本図は、1 次元交通流モデルで得られた基本図に似通っていることが明らかになった。流量の最大値を与える車の密度は、方向転換の確率  $\gamma$  の値に依存しているという結果が得られた。また、その最大値は  $0 \leq \gamma \leq 0.5$  の範囲で  $\gamma$  の値が大きくなるに従って大きくなるということも明らかになった。

## 参考文献

- [1] O. Biham, A. A. Middleton and D. Levine, Phys. Rev. A **46** (1992) R6124.
- [2] J. A. Cuesta, F. C. Martínez, J. M. Molera, and A. Sánchez, Phys. Rev. E **48** (1993) R4175.
- [3] J. M. Molera, F. C. Martínez, J. A. Cuesta, and R. Brito, Phys. Rev. E **51** (1995) 175.
- [4] F. C. Martínez, J. A. Cuesta, J. M. Molera, and R. Brito, Phys. Rev. E **51** (1995) R835.
- [5] T. Horiguchi, T. Sakakibara, Physica A **252** (1998) 388.
- [6] T. Horiguchi, T. Sakakibara, Inter. Inf. Sci., **4** (1998) 39.