

CMOVモデルと輻輳交通流形成

只木進一*、菊池誠†、杉山雄規‡、湯川諭§

1 序論

最適速度モデル [1] では、各車両は先行車両との車頭距離によって決められる最適速度に自らの速度を調整するように加減速を行う。一つの車両の位置座標を x 、先行車両への車頭距離を Δx とすると、その車両の従う運動方程式は、次のような 2 階微分方程式で記述される。

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \alpha \left[V_{\text{optimal}}(\Delta x) - \frac{dx}{dt} \right] \quad (1)$$

α は反応率である。最適速度関数 V_{optimal} は適切な条件の下で任意に選択することが出来る。例えば、

$$V_{\text{optimal}} = \frac{v_{\text{max}}}{2} \times \left[\tanh \left(2 \frac{\Delta x - x_{\text{neutral}}}{x_{\text{width}}} \right) + c_{\text{bias}} \right] \quad (2)$$

のような形を選択することが出来る。パラメタ v_{max} 、 x_{neutral} 、 x_{width} 及び c_{bias} は観測値から決める事が出来る [2]。

このモデルは、自由流から渋滞流への相転移を記述できる点や、解析的取り扱いが可能である点などの利点を有している。しかし、微分方程式で記述されているために、車両の順序の変更が困難である。開放端や多車線路などにモデルを適用するためには、車両の順序の変更が必要になる。また、急ブレーキや追越などの行動の記述や雑音の導入は、微分方程式で記述することは困難である。

2 結合写像交通流モデル

最適速度モデルを離散化し、結合写像型のモデル (CMOV モデル) を構成する [3]。各車両の位置 x と速度 v は離散化された時間で更新される。

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v(t)\Delta t \quad (3)$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \alpha [v_{\text{optimal}} - v(t)] \Delta t \quad (4)$$

最適速度は最適速度関数 (式 (2)) で与えられる。ただし、追突や後退を防ぐために、車頭距離がある値 Δx_{min} より小さい場合には、車両は強制的に停止する。

$$x(t + \Delta t) = x(t) \quad (5)$$

$$v(t + \Delta t) = 0 \quad (6)$$

離散化によって構成された CMOV モデルの利点の一つは、車両列の変更が可能であることである。開放系では、車両列の終端に流入車両が追加され、先頭から車両が系外へ流出する。したがって、CMOV モデルによって開放系でのシミュレーションが可能となる。今回の報告では、開放系における雑音による渋滞形成について議論するとともに、自然渋滞の可能性及び反応率 α の下限について議論する。

3 開放系での輻輳交通流形成

3.1 系の設定

シミュレーションに用いた系の概要を図 1 に示す。パラメタは、中央高速道のデータを最適速度モデルで解析した場合のものである (表 1)。直前に流入し

*佐賀大学理工学部

†大阪大学理工学部

‡三重短期大学

§東京大学工学部

た車両と系の左端の距離が Δx_{\min} 以上になった場合、1秒ごとに速度0で新しい車両が流入する。この流入方法は、系の左端の外部に無限に大きな渋滞が存在している場合に相当している。

車頭距離-速度面内の軌道を調べることにより渋滞形成を見る事ができる。雑音の無い場合、流入した車両は先行車両に追い付き、その後はその速度を維持するだけである。つまり、渋滞は発生しない。

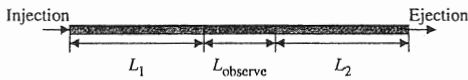


図 1: システムの概要

表 1: パラメタの値

parameter	value	(unit)
x_{neutral}	25.	m
x_{width}	23.3	m
v_{max}	33.6	m/sec
α	2.	sec^{-1}
c_{bias}	0.913	
Δt	0.1	sec
Δx_{\min}	7.02	m
L_{observe}	1	km

雑音の効果の一つとして速度調整の雑音が考えられる。速度更新に雑音を入れる一つの方法として、式(4)の代わりに

$$v(t + \Delta t) = [v(t) + \alpha [v_{\text{optimal}} - v(t)] \Delta t] \times (1 + f_{\text{noise}} \xi) \quad (7)$$

を使う。 $\xi \in [-0.5, 0.5]$ は一様乱数であり、雑音レベルはパラメタ f_{noise} で与えられる。雑音を正しい速度に対する積の形で表現ことにより、高速である程速度調整の精度が下る。

式(7)に従って雑音を与えると、車頭距離-速度面内の軌道は揺らぎ始める。その振幅は、与えた雑音

より大きい。つまり、雑音によって生じた短い車頭距離が、車両列に沿って伝搬し、車両の流れが輻輳している。但し、車両速度は、ほとんど停止するほど低下することはない。図2に雑音が $f_{\text{noise}} = 0.3$ の場合を示す。揺らぎを伴った輪状の軌道を見る事が出来る。このような交通流を「雑音によって誘起された輻輳流」と呼ぶことにする。

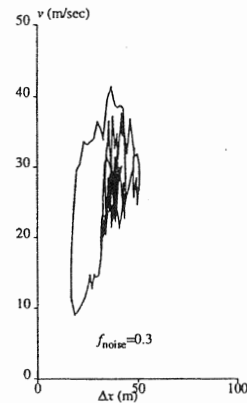


図 2: $f_{\text{noise}} = 0.3$ の場合の、車頭距離-速度面内の軌跡

上述のように、雑音は車頭距離の揺らぎを生じる。それによって、平均の車両密度が雑音強度の平方に比例して増大する(図3)。

$$\rho_{\text{average}} \sim \rho_0 + \rho_1 f_{\text{noise}}^2 \quad (8)$$

別の雑音起源としては、車頭距離観測に関する精度がある。正確な車頭距離 Δx に対して雑音の入った車頭距離

$$\Delta x' = \Delta x (1 + f_{\text{noise}} \xi) \quad (9)$$

を使って最適速度を求める方法である。この場合にも、速度への雑音と同様に、平均密度の上昇や $1/f$ 的密度揺らぎを見る事が出来る。

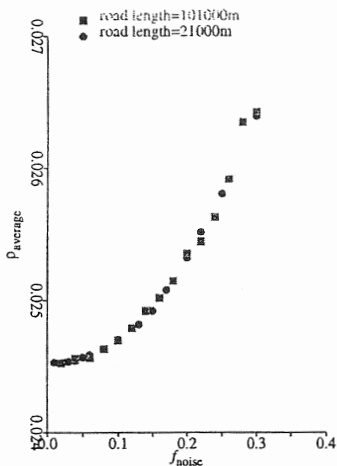


図 3: 雑音強度にともなう、平均密度の増大

4 反応率の下限と自発的渋滞形成

速度への雑音印加の場合、雑音強度の増大とともに、車両に大きな加速度が生じるようになる。また、雑音によって弱い渋滞である輻輳流は形成されるが、車両がほとんど停止するような強い渋滞は発生しない。

大きな加速度を起こさせない、あるいは強い渋滞を発生させる一つの方法として反応率 α を小さく設定することが考えられる。そのような場合の例を図4に示す。比較的強い渋滞が発生するとともに、加速度の大きさが押えられている。

しかし、このようなパラメタ設定は、追突による強い渋滞形成を招いてしまう。同様のパラメタ設定条件下で、速度制限を入れて強制的に渋滞を発生させると、追突が次々と起こる様子を見る事が出来る(図5)。つまり、反応率を一定値以下に下げるとは、頻繁な追突を許す、交通流系としては不自然な系の設定となってしまう。

このことは、最適速度関数として簡単なものを設定することで、より明示的に見る事が出来る。最適

速度関数として

$$V_{\text{optimal}} = \begin{cases} 0 & \Delta x < x_{\text{neutral}} \\ v'_{\text{max}} & \Delta x > x_{\text{neutral}} \end{cases} \quad (10)$$

を考える。この系の平衡状態は厳密に得ることが出来る[4]。平衡状態において、渋滞時の車頭距離 Δx_{jam} と非渋滞時のそれ Δx_{free} は次の関係を充たす。

$$\Delta x_{\text{jam}} + \Delta x_{\text{free}} = 2x_{\text{neutral}} \quad (11)$$

$$-\Delta x_{\text{jam}} + \Delta x_{\text{free}} = v_{\text{max}}\tau \quad (12)$$

ただし τ は方程式

$$\alpha\tau = 2(1 - e^{-\alpha\tau}) \quad (13)$$

の解であり、 $\alpha\tau = 1.59\dots$ である。

車長を Δx_{car} とすると、追突が起こらないためには、 $\Delta x_{\text{car}} < \Delta x_{\text{jam}}$ でなければならない。シミュレーションで利用したパラメタを使い、 $\Delta x_{\text{car}} = 5\text{m}$ とすると

$$\alpha > 1.71\dots \quad (14)$$

となる。つまり、反応率 α を下げることは、追突を許すことになり、交通流系としては非現実的であることが分かる。

以上より、反応率を下げることによって渋滞を発生させることも、大きな雑音を与えて渋滞を発生させることも、交通流系では非常に困難であることが分かる。つまり、このモデルでは、車両がほぼ停止するような、強い渋滞が自発的に発生するとは考えられない。

参考文献

- [1] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama: Jpn. J. Ind. Appl. Math. 11 (1994) 203; Phys. Rev. E51 (1995) 1035.
- [2] M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama: J. Phys. I France 5 (1995) 1389.

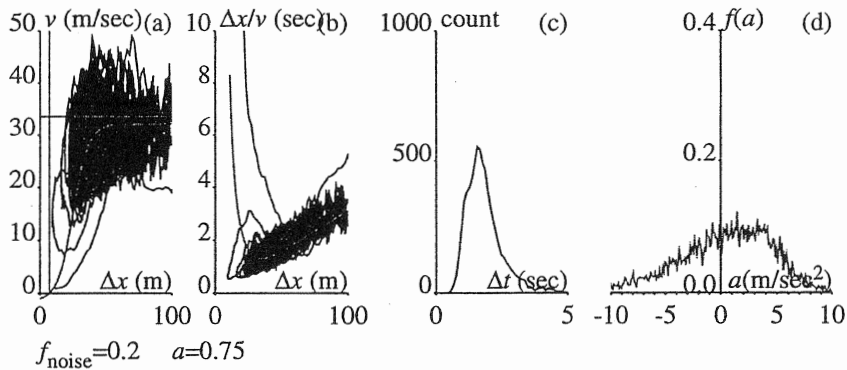


図 4: $\alpha = 0.75$ 、 $f_{\text{noise}} = 0.2$ の場合の、車頭距離-速度、車頭距離-車頭時間、車頭時間分布及び加速度分布

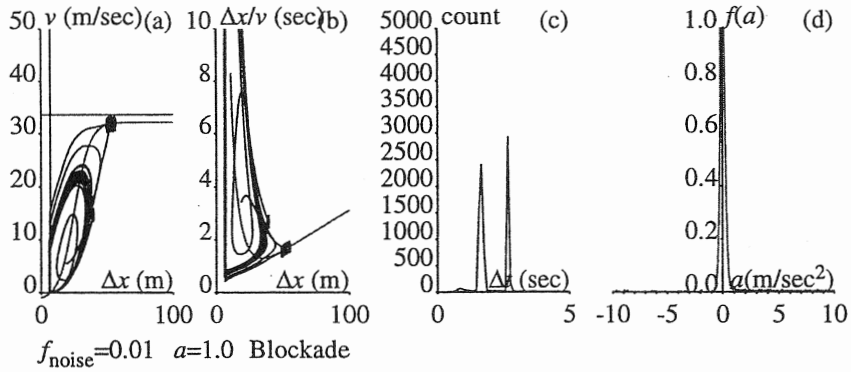


図 5: $\alpha = 1$ 、 $f_{\text{noise}} = 0.01$ の場合の、速度制限のある系における車頭距離-速度、車頭距離-車頭時間、車頭時間分布及び加速度分布

- [3] S. Tadaki, M. Kikuchi, Y. Sugiyama and S. Yukawa, J. Phys. Soc. Japan **67** (1998) 2270.
- [4] Y. Sugiyama and Y. Yamada, Phys. Rev. E **55** (1997) 7749; K. Nakanishi, K. Itoh, Y. Igarashi and M. Bando, Phys. Rev. E **55** (1997) 6519.