

自然渋滞を表すオートマトンモデルの数理構造

西成 活裕 (山形大学工学部) 高橋 大輔 (早稲田大学理工学部)

1 はじめに

何台もの車の列がお互いの車間距離を詰めて、しかも高速で走るとは非常に危険であり不安定な状態であることは容易に想像できる。つまり交通流の場合、過密度で高速な一様流は不安定であり、これは密度-交通量図(基本図)において自由走行を示す直線が渋滞になる臨界密度を越えて長く伸びた状態(メタ安定分岐)として表現できる。そしてこの一様流不安定性は交通流の持つ本質的な性質であり、自然渋滞を引き起こす要因として考えられている。

本研究では一様流不安定性を表すことの出来るセルオートマトン(CA)モデルについて考察する。交通流の有用なシミュレーターが求められている昨今、まずこの不安定性を表現できるモデルが必要不可欠である。これまでに様々な交通流CAモデルが提案されてきたが、一様流不安定性を示すものは限られている。決定論的なCAであるウルフラムのルール184 CAはその単純さから交通流モデルとして有名であるが、このモデルでは一様流は常に安定であり、基本図においてメタ安定分岐は示さない[1][2]。確率の入ったモデルで有名な Nagel-Schreckenberg(NS)モデルにおいても、その基本図はメタ安定分岐は示さない[3]。

一様流不安定性を示す決定論的CAモデルはまず高安・高安によって提案された[4]。これはルール184にスロースタートルールを導入し、加速度効果を入れることによりメタ安定分岐を得たものである。ついでごく最近になって、西成・高橋によって超離散の手法によりバーガースCAの多近傍拡張をしたEBCAモデルによりメタ安定分岐が得られた[5]。

次節では決定論的CAの2つのルールとそのメタ安定分岐の性質を見る。特に最近得られたEBCAの一般的な性質とそのメタ安定分岐について、数理的側面に着目して述べる。そして最後の節で現実の交通流データを概観し、今後の課題を述べる。

2 T^2 モデルとEBCA

2.1 T^2 モデルとその表現

高安・高安によって考案されたCAモデルは、基本的にはルール184 CAに従って動くものであるが、異なる点は、 $\dots 11 \dots$ という状態の時に一旦停止した後ろの車は再び動き出すまでに1タイムステップ待つ、というルールにしたものである。これにより時間について3近傍のルールと見なされ、加速度効果が取り入れられることになる。物理的には、一旦停止した車は再び動き出すのに少し遅れる、と言うことを表しており、スロースタートルールと言われている。このルールを表す式を考えてみよう。基本的な考えはルール184 CA、つまりバーガースCA(BCA)で $L=1$ に相当する形式[2]にスロースタートルールを組み込めばよい。結果は

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \min(U_{j-1}^t, 1 - U_j^t, \max(V_{j-1}^t, 1 - U_j^{t-1})) - \min(U_j^t, 1 - U_{j+1}^t, \max(V_j^t, 1 - U_{j+1}^{t-1})) \quad (1)$$

となる。ただし、 $V_j^t = U_j^t - U_j^{t-1}$ であり、後退差分で定義された速度を表わしている。(1)は右辺の \min の中の \max の項が無いときにBCAに一致する。そして、新しい \max の

項は、 t での速度と $t-1$ での前の空きとの比較であり、ここに慣性の効果が入っている。この式はもちろん保存系になっており、周期系で見れば車の全台数は保存する。この周期系での基本図は図1に表されており、全体の密度が $1/3$ から $1/2$ のところメタ安定分岐が見えている。さらに、図1の点Aの状態を考えてみよう。これは $\dots 010101010\dots$ となっている定常状態であり、一様流を表現したものであると考えることができる。ここで、 $\dots 010110010\dots$ として一箇所だけ0と1を変えた状態にして時間発展してみよう。すると、密度は不変であるが交通量が減少して最終的に図1の点Bの定常状態に変化する。つまり、過密度で高速な一様流がちょっとした変化により渋滞相に変化したことを表している。

2.2 EBCA とその数理構造

論文[2]で得られたBCAは隣接3近傍のモデルであり、別の表現をすれば最高速度が1とみなす事ができる。では次にこのBCAを最高速度2のモデルに拡張してみよう[5]。つまり、前が空いていれば単位時間で2サイト動けるとするのである。その数は $a_j^t \equiv \min(M, U_j^t, L - U_{j+1}^t, L - U_{j+2}^t)$ として与えられる。ただし、 M はフローの制限を表しており、 L は各サイトの容量を表している。つまり、このCAは通常の0と1のみからなる2値CAではなく、0から L までの多値CAであることが重要な点である。そして、単位時間に動きうる車の最大台数を $b_j^t \equiv \min(M, U_j^t, L - U_{j+1}^t)$ で定義する。サイト j に出入りする車の台数を勘定して、発展則は

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \min(b_{j-1}^t + a_{j-2}^t, L - U_j^t + a_{j-1}^t) - \min(b_j^t + a_{j-1}^t, L - U_{j+1}^t + a_j^t) \quad (2)$$

となる。これが多近傍に拡張されたBCA(EBCA)である。そしてこのEBCAは $L = M = 1$ とした時、つまり2値CAに落とした場合、福井・石橋らのルール184CAの多近傍拡張の結果[1]を含んでいる事が示せる。

それではこの拡張モデルでの基本図を見てみよう。図2にいくつかの例を載せた。全てメタ安定分岐をもっており、一般に L が大きくなると複雑な分岐を示しうる事が分かる。これは多値CAの特徴的な性質で、ルールのある種の入れ子構造に起因した現象である[6]。さらに M によりボトルネックに相当する効果が表現できていることも分かる。このモデルでも一様流不安定性は同様に表現できる。図2(a)において、同様に点Aの状態が僅かな変化で点Bの状態になることが示せる[5]。ここでは、さらに逆超離散の手法でこれを表現してみよう。逆超離散とは、CAから逆に対応する差分方程式を導く方法である。それは例えば

$$\max(A, B) \rightarrow \varepsilon \log\left(\exp\left(\frac{A}{\varepsilon}\right) + \exp\left(\frac{B}{\varepsilon}\right)\right) \quad (3)$$

という置き換えをするのが特徴である。しかし注意しなければならないのは、どんなオートマトンの式でもこの置き換えをすればよいという訳ではないことである。(3)以外にも極限で $\max(A, B)$ に収束する公式はいくらでも存在する。従って解構造がある程度知られていないと(3)は意味がない。今回のEBCAはBCAより作ったものであり、BCAの特徴をそのまま持っているものである。実際、(2)中の \min の中を詳しく調べると、BCAの時の項は全てそのまま存在し、いくつかの新しい項が付け加わったものであることが分かる。これからEBCAに関しては(3)は正当化されると考えられ、その結果、EBCAを逆超離散し、差分方程式

$$u_j^{t+1} = u_j^t \frac{q_{j+1}^t}{q_j^t} \quad (4)$$

を得る。ただし、

$$q_j^t = m^2 + ml u_j^t + ml u_{j-1}^t + \frac{m}{u_{j-1}^t} + \frac{m}{u_{j-2}^t} + \frac{1}{u_{j-1}^t u_{j-2}^t} + l + l \frac{u_j^t}{u_{j-2}^t} + l \frac{u_j^t}{u_{j-1}^t} + l^2 u_{j-1}^t u_j^t + l^2 (u_j^t)^2 + l^2 u_{j+1}^t u_j^t \quad (5)$$

ここで、変数は $\exp(U_j^t/\varepsilon) \equiv u_j^t$, $\exp(-L/\varepsilon) \equiv l$, $\exp(-M/\varepsilon) \equiv m$ とおいた。この差分方程式の線形安定性解析を行うと、ある密度以上は一様流が不安定であることが示せる [6]。さらにこの差分方程式は連続極限で高次バーガス方程式になることが分かる [6]。つまり、BCA の多近傍化により EBCA を得たわけであるが、多近傍化とは微分階数をあげることであり、そのためにバーガスヒエラルキーが得られたということになる。

3 課題

過密度で高速な一様流は不安定であり、この性質は理論上あらゆる交通流モデルに内包すべき重要な性質であることは確かであろう。しかし、重要なのはこのメタ安定部の特に高密度付近は極めて不安定であり、長時間の平均でみると、ほとんど見ることが出来なくなるという事実である。さらに今までの研究は主に周期系においてなされていたが、開放系で考えるとさらにこの性質はますます観測しにくくなる。それでは、実際の基本図を見てみよう。図 3 にいくつかの 2 車線東名高速道路のデータを載せた。これを見ると、はっきりとメタ安定部と思われる部分が現れているということである。しかし、果たしてこの不安定状態が実際の観測で見えているのだろうか。このデータは開放系で得られたことに注意しよう。実際、EBCA を開放系において計算したのが図 4 である。そして、同時に周期系の基本図を書いて見比べてみると、実は渋滞領域では開放系では周期系ほど交通量が大きくとれない事が分かる。このことより、周期系ではメタ安定の領域でない三角形部が、開放系の場合に渋滞領域が下がることによって見かけ上メタ安定のように見えているのではないだろうか。

最近、著者は道路公団より貴重な観測データを沢山提供された。今後はまず、現実のデータをもう一度検討し、有用で信頼できる交通流モデルの満たすべき条件とは何かをきちんと整理することが大切であろう。それに、開放系の扱いや、車線変更の現実に即したきちんとしたモデル作りが望まれる。

References

- [1] M. Fukui and Y. Ishibashi, J. Phys. Soc. Jpn., **65** (1996) p.1868.
- [2] K. Nishinari and D. Takahashi, J. Phys. A **31** (1998) p.5439.
- [3] B. Eisenblätter, L. Santen, A. Schadschneider and M. Schreckenberg, Phys. Rev. E **57** (1998) p.1309.
- [4] M. Takayasu and H. Takayasu, Fractals **1** (1993) p.860.
- [5] K. Nishinari and D. Takahashi, to appear in J.Phys.A.
- [6] K. Nishinari and D. Takahashi, preprint.

図1 高安モデルの基本図

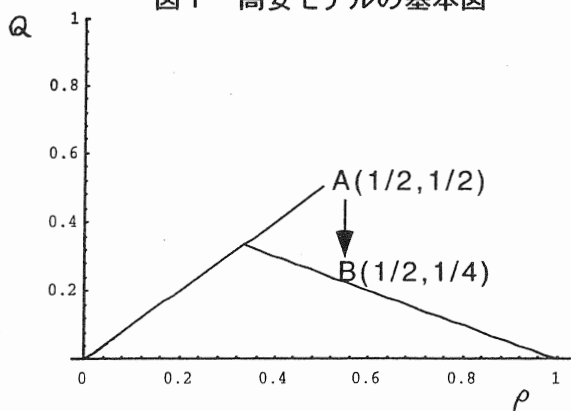


図2(a) EBCAの基本図 (L=2)

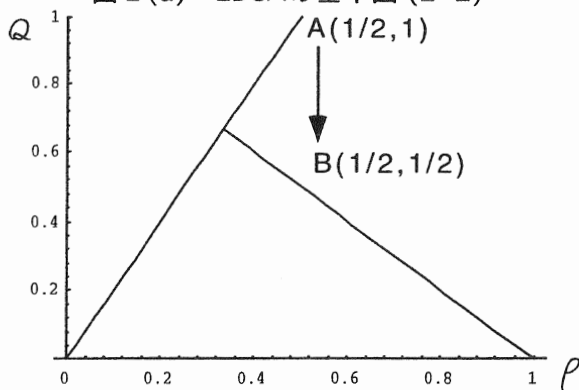


図2(b) EBCAの基本図 (L=7, M=4)

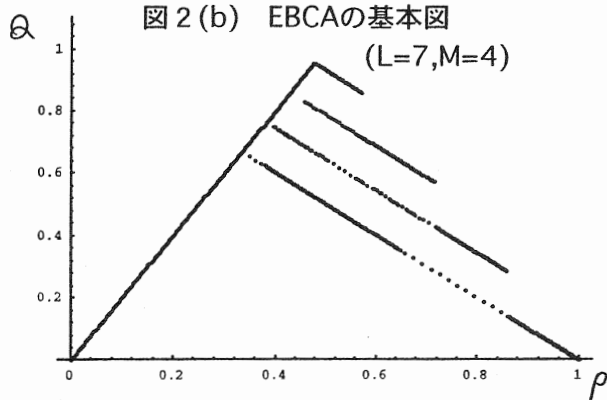


図2(c) EBCAの基本図 (L=7, M=2)

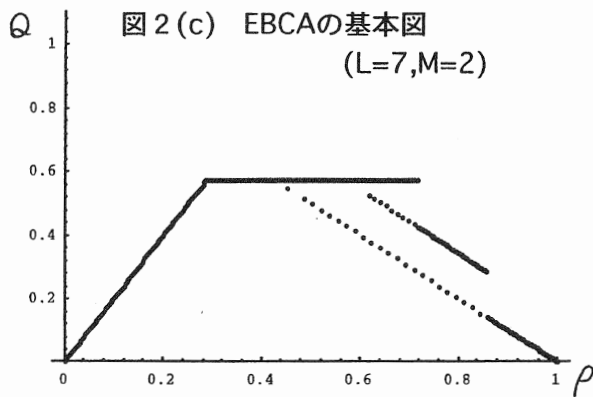


図3(a) 東名高速日本坂トンネル 走行車線基本図
手前3キロ (1996年夏)

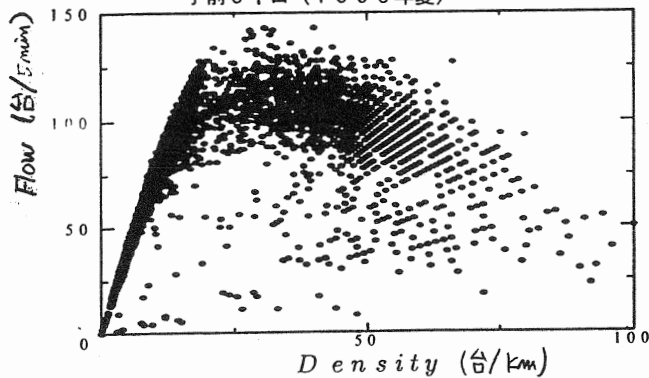


図3(b) 東名高速日本坂トンネル 追い越し車線基本図
手前3キロ (1996年夏)

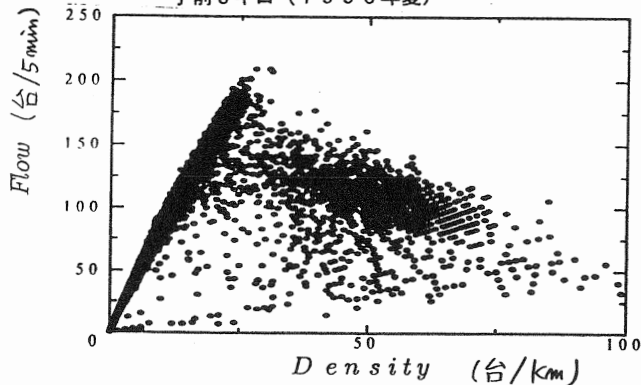


図3(c) 東名高速日本坂トンネル 追い越し車線基本図
入り口 (1996年夏)

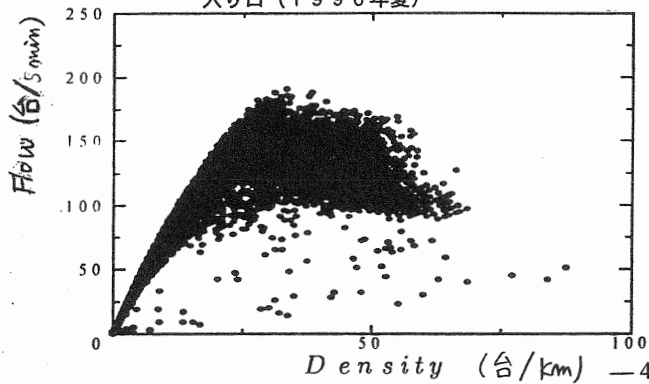


図4 EBCAの開放系基本図 (L=2)

