

# 交通流の2レーンモデルと $f^{-4/3}$ スペクトル

鷹合孝之\* 早川尚男†

京都大学大学院 人間・環境学研究所

Graduate School of Human and Environmental Studies, Kyoto University 606-01

## 1 はじめに

交通流の離散的モデルの一つとして最近早川・中西 [1] によって提唱されたモデル (以降前方後方参照モデルと呼ぶ) は次のようなものである。

$$\ddot{x}_i = a[U(x_{i+1} - x_i)V(x_i - x_{i-1}) - \dot{x}_i], \quad (1)$$

ここで  $x_i$  は  $i$  番目の車の位置 ( $x_{i+1}$  は前の車,  $x_{i-1}$  は後ろの車) を表し,  $a$  は運転手の感応度を表す.  $U(x)$  は前の車との間隔によって決まる最適速度関数で,  $V(x)$  は後ろの車との間隔によって決まる最適速度関数である. 普通, 運転手は前の車との距離が開けば加速し縮まれば減速するので,  $U(x)$  は増加関数で,  $U(\infty) < \infty$  と  $U(0) = 0$  という条件を満たす.  $V$  については後ろの車との間隔が小さくなると加速し, 大きくなると何もしないので  $V(x)$  は減少関数で,  $V(\infty) = 1$  を満たす.  $U, V$  の具体的な関数形は  $f_0$  を定数として,

$$\begin{aligned} U(x) &= \tanh(x-2) + \tanh(2), \\ V(x) &= 1 + f_0[1 - \tanh(x-2)] \end{aligned} \quad (2)$$

としている (図 1, 図 2). また後ろの車が接近しても前の車との距離が十分でないとは加速できないことから  $U$  と  $V$  は積として方程式に導入している. このモデルの数理的構造は早川・中西によって調べられている.

(2) 式において  $f_0 = 0$  とすると坂東等 [2] によって提唱された OV モデル

$$\ddot{x}_i = a[U(x_{i+1} - x_i) - \dot{x}_i], \quad (3)$$

に帰着される. このモデルの数理的構造は小松・佐々 [3] によって明らかにされた.

今回我々はこれを 2 車線のモデルに拡張することを試みる. 2 車線化することによって, 追い抜き追い越しが可能になり, より実際の高速道路事情を反映した物になる. また, 十分長くて細いパイプ中の粉体流における 3 次元効果の, 最も簡単な近似表現となることも期待できる. Peng and Herrman [4] は, パイプ中の粉体流のセラオートマソンによるシミュレーションを行って, 密度揺らぎの時系列のパワースペクトル  $P(f)$  が,

$$P(f) \sim f^{-4/3} \quad (4)$$

\*e-mail:takaai@yuragi.jinkan.kyoto-u.ac.jp

†e-mail:hisao@yuragi.jinkan.kyoto-u.ac.jp

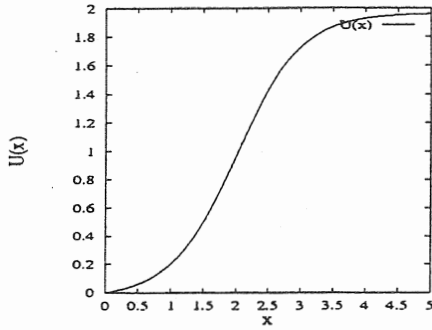


図 1: 最適速度関数  $U$

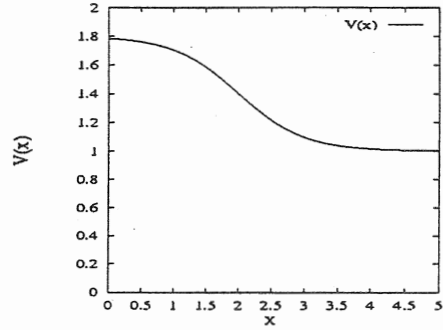


図 2: 最適速度関数  $V$

となることを報告している。最近では擬 1 次元の粉体のパイプ流モデルにおいて、実験・理論の両面からパワースペクトルの  $4/3$  則についての報告がなされている [5]。さらに早川 [6] によって、ノイズを加えた 1 レーン前方後方参照モデルのシミュレーションでも同様な結果が得られることが明らかにされた。そこで 2 レーン交通流モデルにおいても、1 レーンに射影することによって擬 1 次元であるとみなすことができるので、 $4/3$  則が見られるはずである。

## 2 今回のモデル

モデルの具体的な形は次の通りである。

- [I] 各車は位置  $x_i$  と、スピン変数  $s_i (s_i = \text{lor} - 1)$  をもつ。各スピンが各走行レーンに対応する。(車番は走行レーンによらず通し番号なので 1 次元に射影可能である。)
- [II] 同一スピン (同一レーン) の車同士の相互作用は、前方後方参照モデルによって記述される。すなわち、

$$\ddot{x}_i = a[U(x_{i+j} - x_i)V(x_i - x_{i-k}) - \dot{x}_i]. \quad (5)$$

但し、 $j$  は  $s_{i+j} = s_i$  となる最小の  $j$  で、 $k$  は  $s_{i-k} = s_i$  となる最小の  $k$ 。

- [III] 周期境界条件を課す。すなわち車の台数を  $n$  として、

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_1, \\ s_{n+1} &= s_1. \end{aligned} \quad (6)$$

- [IV] スピン間相互作用 (レーンのチェンジ) は、1 次元 Ising Model によって記述される。すなわちハミルトニアンとして、

$$H = -J \sum_i s_i s_{i+1} - h \sum_i s_i \quad (J < 0) \quad (7)$$

を導入する。 $J < 0$  (反強磁性) となっているのは、同一レーンに車が並ぶのをなるべく避ける傾向を持たせるためである。ここで、

- a. スピンに優先度のないとき (2つのレーンが対等) :  $h = 0$
  - b. スピン上向きが優先されるとき (追い越しレーンと通常レーンの区別がある) :  $h > 0$
- となっている。

なお今回シミュレーションしたのは a. のみである。

このモデルの利点を次に挙げる。

- 前方後方参照モデル, Ising Model はともに良く解析されているので, これらを組み合わせたモデルは解析しやすいと思われる。
- 各車の位置は1次元に射影することができ, 1次元モデルにノイズを加えたものとの比較ができる。(一般に射影によって情報の縮約を行うと, その効果はランダム力, 散逸項となって現れる。)

レーンチェンジに車間距離の情報が入っていないのでは? と思う方がいるかも知れない。しかし, 一方のレーンの車間距離が数台に渡ってつまっている場合, その付近では同一スピンを持った車が多く並ぶことになり, 結果的にレーンチェンジが起りやすくなる。車間距離の情報は explicit に入ってるわけではないが, implicit には採り入れられているのである。(不完全な形ではあることは認めるが)

### 3 シミュレーションの方法

次のような操作を繰り返し行うことによってシミュレーションした。

- (i) 各レーンについてルンゲクッタ法を使って時間を少し進める。
- (ii) 車番の修正を行う。
- (iii) Ising Model の動的モデルであるグラウバーダイナミクスにしたがってスピンをフリップさせるかどうか決める。

グラウバーダイナミクスとは,  $s_i \rightarrow -s_i$  となる確率が,

$$w_{s_i \rightarrow -s_i} = \frac{1}{2\tau} \left[ 1 - \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{2J}{k_B T}\right) s_i (s_{i-1} + s_{i+1}) \right] \quad (8)$$

で与えられるものである。ここでの'温度' $T$ はレーンチェンジの起りやすさ, 即ちまさに運転手の脳の温度を表す。

### 4 シミュレーションの結果

図3はレーンチェンジを全く行わない場合の, 図4はレーンチェンジを行う場合の片側レーンの車の軌跡を表す。レーンチェンジ以外の条件は同じである。渋滞がレーンチェンジによって解消される様子が見られる。

図5は密度揺らぎのパワースペクトルである。図中の直線の傾きは $-4/3$ である。周波数の低い領域が落ちているのは、シミュレーションの時間刻みの細かさに依存するものである。周波数の高い領域が直線的にならず鋸状になっているのはレーンチェンジの周期性の特徴的周波数によるものと思われ、実際レーンチェンジの周期を変えると鋸状の部分が移動することを確かめた。

## 参考文献

- [1] H. Hayakawa and K. Nakanishi, *patt-sol/9707002*.
- [2] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and A. Sugiyama, *Phys. Rev. E* **51**, 1035 (1995).
- [3] T. S. Komatsu and S. Sasa, *Phys. Rev. E* **52**, 5597 (1995).
- [4] G. Peng and Herrman, *Phys. Rev E* **49**, 1796 (1994); *Phys. Rev E* **51**, 1745 (1995).
- [5] O. Moriyama, N. Kuroiwa, M. Matsushita, H. Hayakawa, preprint.
- [6] H. Hayakawa, preprint.

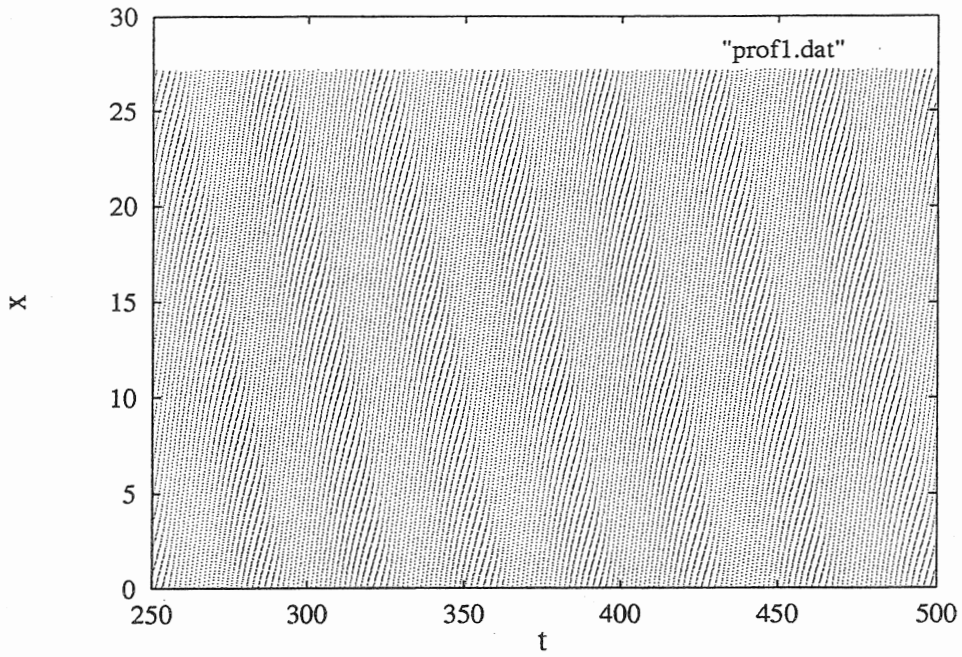


図 3: 渋滞の様子

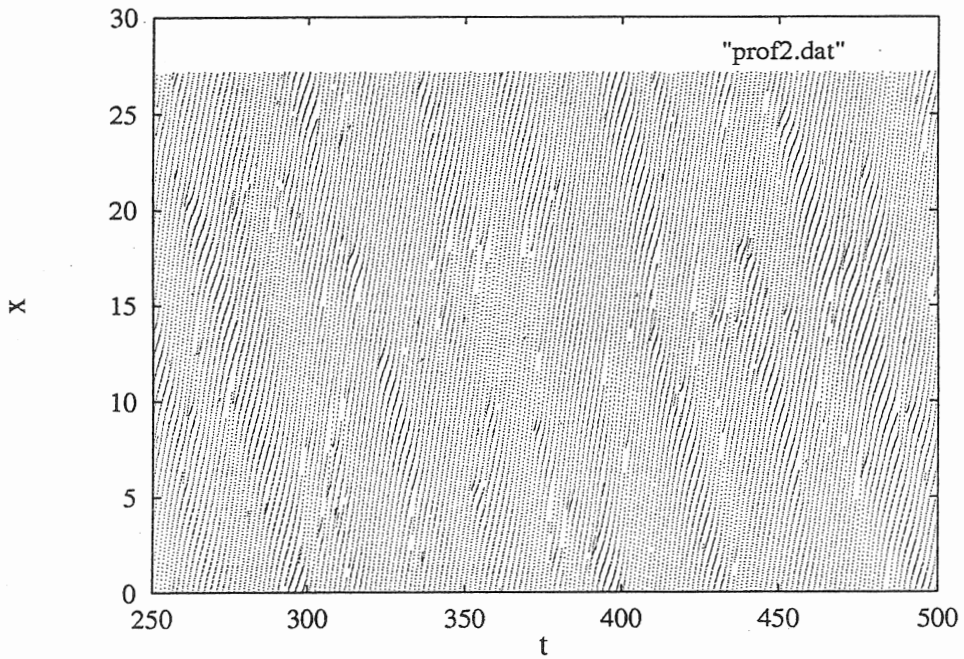


図 4: レーンチェンジによる渋滞の解消

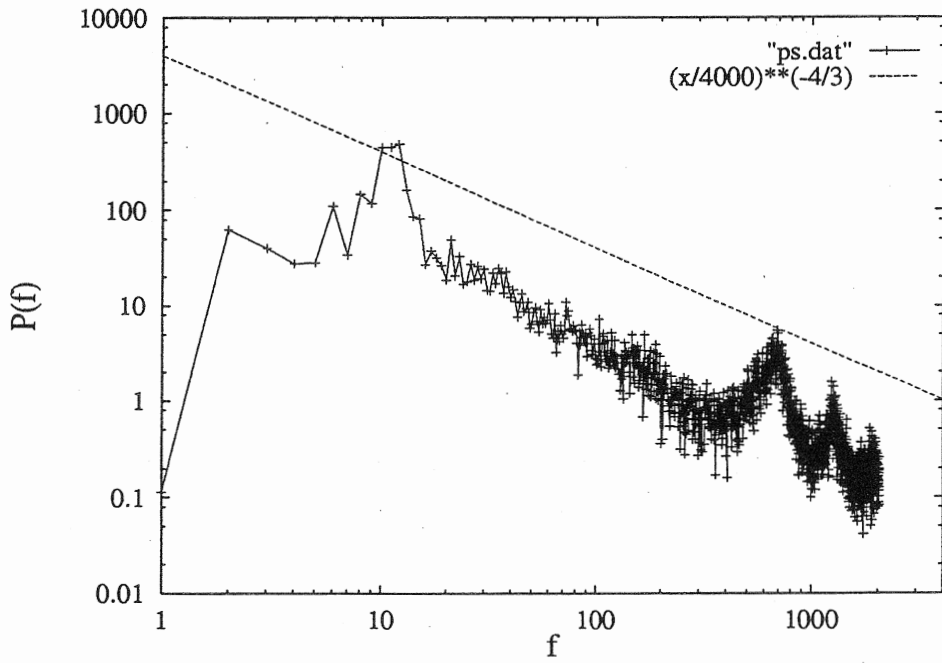


図 5: 密度揺らぎのパワースペクトル