

交通流・粉体流における緩和ダイナミクスとキंक間相互作用

中西 健一（静岡大・工）、早川 尚男（京都大・人環）

交通流の最適速度追従モデルや一次元粉体流モデルにおける密度波の定常伝播解は変形KdV方程式のキंकソリトンによって記述されることが知られている。摂動の1次の可解条件によって特定の振幅・伝播速度のキंक解が選択され、シミュレーションによって形成される渋滞流はこれらのキंक・反キंकで隔てられた2相分離を示す。我々はここでこれらのキंक解が選択されていく過程のダイナミクスおよび選択されたキंक・反キंक解の間にわずかに働く相互作用について解析する。

ここではオリジナルの最適速度追従モデルのほかに、後方参照を取り入れた交通流の最適速度モデル

$$\dot{x}_n = a \left[U(x_{n+1} - x_n) V(x_n - x_{n-1}) - \dot{x}_n \right] \quad (1)$$

をも議論する。このモデルでは直前及び直後の車との車間距離が車両の運動を決定する。ここで x_n は n 番目の車の位置を表し、 a は運転者の感度、 UV は直前および直後の車間距離に依存する最適速度関数である。とくに V は後方車間が極端に詰まったとき、最適速度を増大させる因子として作用するように選ばれている（「あおり」の効果）。交通流と1次元粉体流との間にある種の相似性がある事はよく知られているが、従来の最適速度追従モデルは各粒子（車）が前方の粒子からのみ影響を受ける点で一般的な粉体流とは異なった特徴を持っているのに対し、このモデルはある種の粉体流のモデルと非常に近い運動方程式によって記述されており、その意味でこれは粉体流の栓詰まり現象の解析と見る事もできる。(1)のモデルを、渋滞形成に伴う2相分離の臨界点近傍で弱非線型長波展開すると、摂動のゼロ次で

$$\partial_t r = \alpha_1 \partial_x^3 r - \alpha_2 \partial_x^2 r + \beta \partial_x^2 r^2 \quad (2)$$

の normalized equation を得る。 β の存在により、この方程式は、非対称なキंक・反キंक解を持つ。逆にオリジナルの最適速度追従モデルでは $\beta=0$ である。

オリジナルの最適速度追従モデルで周期境界条件を課して、選択振幅の時間依存性を考慮した解析を行うと、適当な初期条件からキंक・反キंक解への緩和の特性時間はシステムサイズに比例することがわかる。このこ

とはシミュレーションによって確認された。

さらにこれらのキルク・反キルク対間に働く相互作用を調べるため栄一大田のパルス間相互作用の解析をキルク・反キルク解の場合に応用した。これにより、キルク・反キルク対間には両者の相対距離に対して指数関数的に減衰する非常に弱い引力が働いていることがわかった。

また前後方参照型のモデルでは、単一キルクにたいして選択問題を解くとキルクと反キルクでは異なった振幅が得られてれしまう。そこでやはり周期境界条件を仮定して、キルク・反キルク対に対する解析を行った。その結果、選択される振幅はキルク及び反キルク単独で得られる2つの異なった振幅を特定の重み付きで平均したものになることがわかる。この値は周期境界条件下での数値シミュレーションの結果と誤差1%で一致している。