

最適速度関数に基づく結合写像交通流シミュレータ

菊池誠*、杉山雄規†、只木進一‡、湯川諭§

1 序論

最適速度モデル [1] では、各車両は先行車両との車頭距離によって決められる最適速度に自らの速度を調整するように加減速を行う。一つの車両の位置座標を x 、先行車両への車頭距離を Δx とすると、その車両の従う運動方程式は、次のような 2 階微分方程式で記述される。

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \alpha \left[V_{\text{optimal}}(\Delta x) - \frac{dx}{dt} \right] \quad (1)$$

α は反応率である。最適速度関数 V_{optimal} は適切な条件の元で任意に選択することが出来る。例えば、

$$V_{\text{optimal}} = \frac{v_{\text{max}}}{2} \times \left[\tanh \left(2 \frac{\Delta x - x_{\text{neutral}}}{x_{\text{width}}} \right) + c_{\text{bias}} \right] \quad (2)$$

のような形を選択することが出来る。パラメタ v_{max} 、 x_{neutral} 、 x_{width} 及び c_{bias} は観測値から決める事が出来る [2]。

このモデルは、自由流から渋滞流への相転移を記述できる点や、解析的取り扱いが可能である点などの利点を有している。しかし、微分方程式で記述されているために、車両の順序の変更が困難である。開放端や多車線路などにモデルを適用するためには、車両の順序の変更が必要になる。また、急ブレーキや追越などの行動の記述や雑音の導入は、微分方程式で記述することは困難である。

*大阪大学理学部

†三重短期大学

‡佐賀大学理工学部

§東京大学工学部

2 結合写像交通流モデル

最適速度モデルを離散化し、結合写像型のモデル (CMOV モデル) を構成する。各車両の位置 x と速度 v は離散化された時間で更新される。

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v(t)\Delta t \quad (3)$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \alpha [v_{\text{optimal}} - v(t)] \Delta t \quad (4)$$

最適速度は最適速度関数 (式 (2)) で与えられる。ただし、追突や後退を防ぐために、車頭距離がある値 Δx_{min} より小さい場合には、車両は強制的に停止する。

$$x(t + \Delta t) = x(t) \quad (5)$$

$$v(t + \Delta t) = 0 \quad (6)$$

離散化によって構成された CMOV モデルの利点の一つは、車両列の変更が可能であることである。開放系では、車両列の終端に流入車両が追加され、先頭から車両が系外へ流出する。したがって、CMOV モデルによって開放系でのシミュレーションが可能となる。

また、離散化によって様々な雑音を取り扱うことが可能となる。ここでは、速度更新に雑音を入れる一つの方法として、式 (4) の代わりに

$$v(t + \Delta t) = [v(t) + \alpha [v_{\text{optimal}} - v(t)] \Delta t] \times (1 + f_{\text{noise}}\xi) \quad (7)$$

を使う。 $\xi \in [-0.5, 0.5]$ は一様乱数であり、雑音レベルはパラメタ f_{noise} で与えられる。



図 1: システムの概要

表 1: パラメタの値

parameter	value	(unit)
$x_{neutral}$	25.	m
x_{width}	23.3	m
v_{max}	33.6	m/sec
α	2.	sec^{-1}
c_{bias}	0.913	
Δt	0.1	sec
Δx_{min}	7.02	m
$L_{observe}$	1	km

3 シミュレーションとその結果

3.1 系の設定

シミュレーションに用いた系の概要を図 1 に示す。パラメタは、中央高速道のデータを最適速度モデルで解析した場合のものである (表 1)。直前に流入した車両と系の左端の距離が Δx_{min} 以上になった場合、1 秒ごとに速度 0 で新しい車両が流入する。この流入方法は、系の左端の外部に無限に大きな渋滞が存在している場合に相当している。

3.2 開放系

車頭距離-速度面内の軌道を調べることにより渋滞形成を見る事ができる。雑音の無い場合、流入した車両は先行車両に追いつき、その後はその速度を維持するだけである。つまり、渋滞は発生しない (図 2(a))。

式 (7) に従って雑音を与えると、車頭距離-速度面内の軌道は揺らぎ始める (図 2(b) 及び (c))。その振幅は、与えた雑音より大きい。つまり、雑音によって生じた短い車頭距離が、車両列に沿って伝搬し、車

両の流れが輻射している。但し、車両速度は、ほとんど停止するほど低下することはない。図 3 に雑音が $f_{noise} = 0.3$ の場合を示す。揺らぎを伴った輪状の軌道を見る事が出来る。このような交通流を「雑音によって誘起された輻射流」と呼ぶことにする。

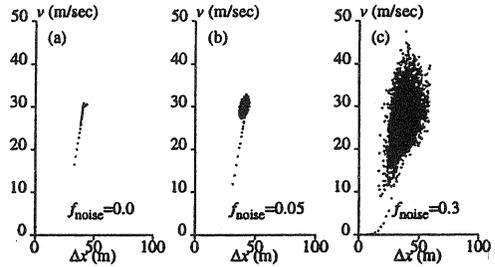


図 2: 車頭距離-速度面内の軌跡

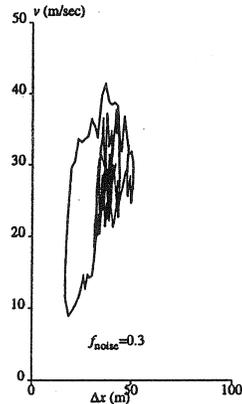


図 3: $f_{noise} = 0.3$ の場合の、車頭距離-速度面内の軌跡

上述のように、雑音は車頭距離の揺らぎを生じる。それによって、平均的車頭密度が雑音強度の平方に比例して増大する (図 4)。

$$\rho_{average} \sim \rho_0 + \rho_1 f_{noise}^2 \quad (8)$$

$f_{noise} = 0.3$ の場合、平均密度は $0.027m^{-1}$ に達する。この密度は、平均速度として $28.4m/sec = 0.84 \times v_{max}$ を与える。雑音が無い場合に比べて、速度減少

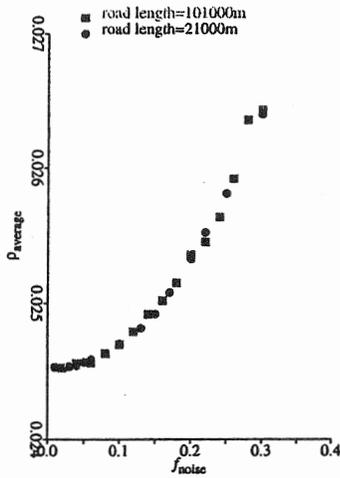


図 4: 雑音強度にともなう、平均密度の増大

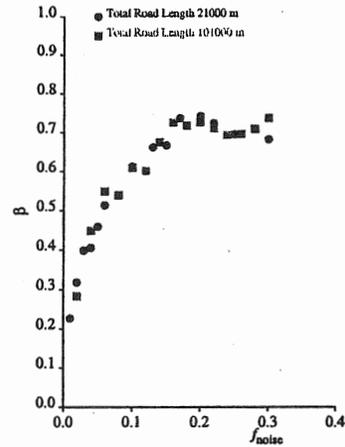


図 5: 雑音に対する、実効的指数

に対して密度上昇が大きいので、結果として流量が増えている。

密度の時系列 $\rho(t)$ に対してそのスペクトル

$$I(k) = \left| \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \rho(t) e^{-2\pi i k t / T} \right|, \quad (9)$$

を定義する。雑音強度が強い場合、 $f_{\text{noise}} > f_c \approx 0.2$ 、スペクトルは巾則に従う。

$$I(k) \sim k^{-\beta} \quad (10)$$

雑音強度が弱い場合、巾則に従う領域は限定されてしまう。巾則の実効的指数を図 5 にまとめる。

3.3 障害物のある開放系

渋滞形成を見るために、ボトルネックを導入する。ボトルネックは、道路部分 L_2 の右半分において、速度を次式に従って半分に制限することによって導入する。

$$v_{\text{optimal}} = \frac{1}{2} v_{\text{optimal}} \quad (11)$$

ボトルネックの開始点で、渋滞が発生し、上流に伝搬する様子を見る事ができる。

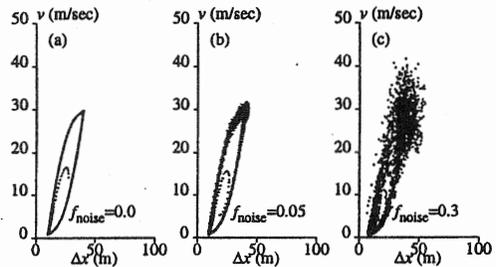


図 6: ボトルネックのある系での車頭距離-速度面内の軌跡

車頭距離-速度空間内での振舞を図 6 に示す。雑音が無い場合、周期系で観測されている輪状軌跡が再現される。つまり、この渋滞は、高密度の周期系で観測されている渋滞である。雑音を加えると、この輪状軌跡の周りの揺らぎが発生する。この揺らぎの中には、雑音によって誘起された輻射流の軌跡が含まれている (図 7)。

密度時系列のスペクトルは、速度制限の無い場合と同様に巾則に従う。しかし、その指数は大きな値を取る。また、雑音強度には依存しない (図 8)。

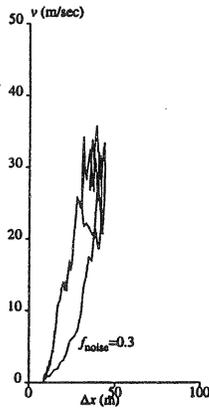


図 7: $f_{\text{noise}} = 0.3$ での、ボトルネックのある系での車頭距離-速度面内の軌跡

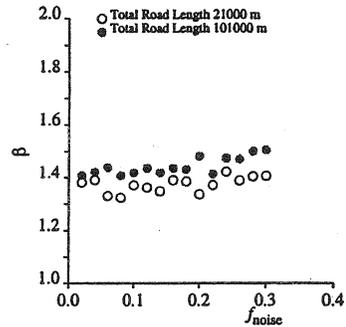


図 8: ボトルネックのある系における、雑音に対する、実効的指数

4 結合写像交通流モデルの利点

最後に、結合写像交通流モデル (CMOV モデル) の利点についてまとめる。まず、離散化によって、車両列の変更が容易に行えるようになった。本稿では、開放系への応用を行った。更に、多車線路上における車線変更、合流分岐のある道路系などへの応用が可能である。

離散的運動記述であるために、微分方程式で記述できない様々な動作を取り扱う事が可能となっている。本稿では、衝突や後退を避けるための強制停止を行っている。車線変更時には、運転者による様々な判断が必要になるが、これらをモデルの中に記述していくことが可能である。また、合流分岐などのモデル化においては、目的地の設定が必要となり、判断による動作決定を記述することができる。

参考文献

- [1] M. Bando, K. Hasebe, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama: Jpn. J. Ind. Appl. Math. 11 (1994) 203; Phys. Rev. E51 (1995) 1035.

- [2] M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata and Y. Sugiyama: J. Phys. I France 5 (1995) 1389.