車の反応遅れを取り入れたセルオートマトン交通流モデル

中日本自動車短大　福井　稔
名大・工　石橋　善弘

1．セルオートマトン（ＣＡ）モデルを交通流のシミュレーションに適用するとき，車や道路は，非常に簡素化され，それぞれ格子点とそれを占有する点として，デジタル化されている。そのことは，アナログ数値を表すとき，ビット数の少ないディジタル数のようだ，また相互作用は排除体積効果だけで超簡単だとの誹りもあるが，現象の特徴を浮き彫りにし，その本質をかなり正確に捉えていると思われる。ここでは，渋滞の発生に重要な役割を果たしている車の発車時期の遅れ(Delay)を決定論的ＣＡモデルに取り入れた。

2．モデル１　高速道路で渋滞のため一度停止した車が、次に前進するまでに時間遅れを生じる場合。　このモデルでは、Wolframのrule-184モデルの速度を高速度まで拡張し、さらに発車遅れ時間を取り入れている。

まず車の速度$v_i=1$，遅れ時間$t_w=1$のときを取り扱う。即ち１単位時間に車は１格子進み、一度停止した車は前の格子が空いても１単位時間待たないと前進できない（これは高安モデルに当たる）。　車の密度ｐ（道路占有率に当たる）が小さいときは、車は平均速度$\langle v\rangle=1$で進み（自由流相）、時間遅れの効果はない。密度が転移密度　$p_c=1/3$ より大きくなると、平均速度は減少し（渋滞相）、$\langle v\rangle=(1-p)/2p$ で表され，時間おくれの効果が現れる。$\langle v\rangle$は，次のように理解できる。　車の直前に他の車が存在する車の台数をN_0，直前が１格子空いている車の台数をN_1，２格子空いている車の数をN_2とすると，全車数をN，１D格子をＬとして，

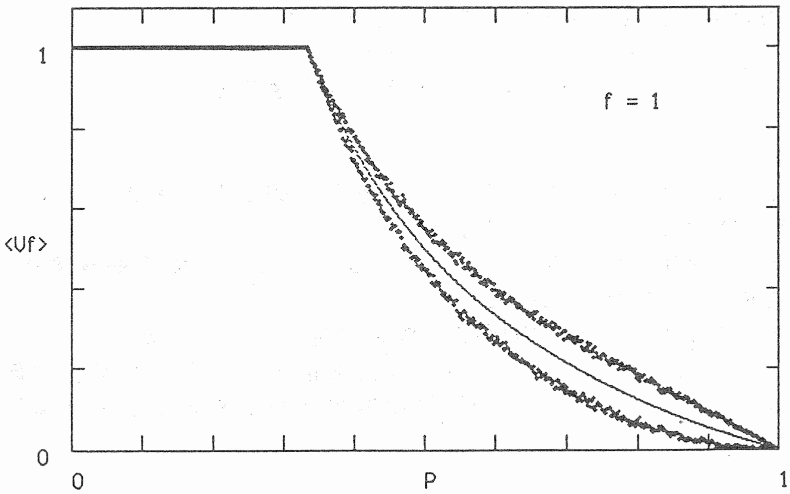
$$N_0+N_1+N_2=N=pL,$$
$$N_0+2N_1+3N_2=L,$$

と書ける。

$$\langle v\rangle=(2N_2+N_1/2)/N,$$

と表されるので，　$\langle v\rangle=(1-p)/2p$　が求まる。

実際シミュレーションを行うと，図１はシミュレーションで求められた$\langle v\rangle$の１例である。渋滞相では、$\langle v\rangle$は２値の間を振動続ける。その平均値は(1-p)/2pである。



これらの振動状態は、最初にランダムに配置された車の直前に他の車がないときに、出発に関する初期条件によって振幅が変わる。振動を無視できる程小さくできる初期条件を得ることができる。

一般に車の速度$v_i=m$，遅れ時間$t_w=n$のときは、車の密度が転移密度$p_c=1/(m(1+n)+1)$より小さい領域では、速度$\langle v \rangle=m$の自由流領域、それ以上では平均速度の振動する渋滞相が現れる。振動値は$n+1$個の値をとる。それらの値の平均値は$\langle v \rangle=(1-p)/(1+n)p$である。

3．モデル２　部分的に最高制限速度が異なっている（例えばトンネルがある）高速道路

長さLの１次元高速道路で、最高制限速度$V_1=1$の道路の長さがL_1、最高制限速度$V_2=2$の道路の長さがL_2の道路を考える。

$$L_1+L_2=L \qquad (1)$$

周期境界条件を取り入れる。車の台数が少ないときは、車はそれぞれの制限速度に従って走る。もう少し多くなり、臨界濃度p_1に達すると、より高速な道路L_2の中に車が４格子（３格子でない）ごとに並び，低速道路L_1には２格子ごとに並ぶ配置が生じる。さらに濃度が増加すると、高速な道路L_2の中に低速道路の配置即ち２格子ごとに並ぶ配置が生じる。　つまり、高速な道路L_2の中に低速道路のｊａｍが延びてくる。　これは、高速な道路の中に一種の隘路である低速道路があると考えて良い。（例えばトンネルの入口を先頭に渋滞が発生し，延びていくに対応している。）

今車が４格子ごとに並ぶ配置が起こっている長さをl_2，２格子ごとに並んでいる配置の長さをl_1とすると，

$$l_1 + l_2 = L \qquad (2)$$

$$l_1/2 + l_2/4 = N = pL \qquad (3)$$

ここでl_2は，$0 \leqq l_2 \leqq L_2$の範囲で変わりうることに注意しよう。
上式より，

$$l_2 = 2(1-2p)L. \qquad (4)$$

$$l_1 = (4p-1)L. \qquad (5)$$

$l_2=L_2$となる　pは　$p = (2-L_2/L)/4$　(6)
$l_2=0$　となる　pは　$p = 1/2.$　(7)
この範囲で，l_2が存在する。　このとき，

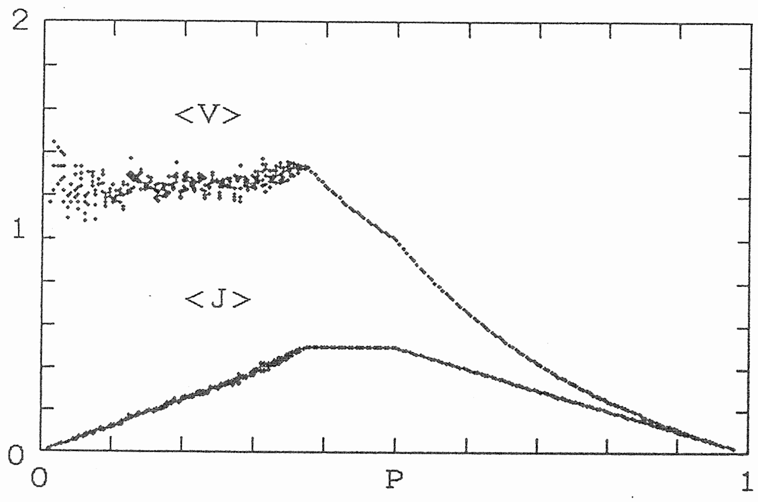
$$\langle v \rangle = 1/2p$$

$$\langle J \rangle = 1/2 \quad \text{（交通流量）}$$

さて，
（１）$L_2=0$のとき（$V_2=2$の道路区間がないとき），$l_2=0$となり，Wolframモデルと同じになる。
（２）$L_2 \fallingdotseq L$のとき，$1/4<p \leqq 1/2$　区間で高速度配列で，$1/2 \leqq p$で低速度（jam配列）になる。
（３）$L_2=L$（全ての区間で高速で走れる）のとき，
$1/3<p \leqq 1/2$　区間で高速度配列で，$1/2 \leqq p$で低速度（jam配列）になる。　（２）と（３）の間に状態の転移があることを指摘しておく。

図2に，シミュレーションで得られた平均速度と平均流量をしめす。
次に$V_1=1$，$V_3=3$のときは，車は，V_1区間では2格子に1台，V_3区間では6格子に1台並ぶ。

$(3-2L_3/L)/6 \leqq p \leqq 1/2$ の区間で，高速度配置が現れる。



次にこのモデルに時間遅れの効果を取り入れると（$t_w=1$），図3に示されるように，高速度配列の中に，jam構造が発生して平均速度は下がり，ランラムにばらつく。$1/2<p$では，時間遅れの効果のため，車の発進，停車を繰り返し，平均速度は，2値間を振動する。