交差している2つの1次元道路における交通流の相図[1,2]

名大・工　　石橋　善弘
中日本自短大　福井　稔

Wolfram 184-規則に従う cellular automaton (CA) モデルにもとずき、東西（添字1）、南北（添字2）にはしる2つの1次元道路（周期境界条件に従う）が1つの交差点で交わり、それぞれの道路における車の密度 p_1, p_2 が与えられたとき、どのような平均速度、流れが得られるかを考察し、結果を相図（第1図）として提示する。

対称性から、$0<p_2<p_1<1$ の場合のみを考えるとよい。　ともに小さいとき、車は最大速度 $\langle V_1\rangle = \langle V_2\rangle = 1$ で走る。”小ささ”の限界は $p_1=p_2=1/3$ で、この場合、各道路で3サイト毎に1車の配列が得られる。また、この領域の境界は、直線

$$p_2 = -2\,p_1 + 1 \qquad (1)$$

で与えられる（領域 I）。

ここで $p_2 < 1/3$, $p_1 + p_2 < 1$ の場合、南北の道路上では、車は自由に動き（$\langle V_2\rangle = 1$）、東西の道路上では、南北の車に妨害されないような配列が可能であることを指摘しておこう（領域 II + III ）。

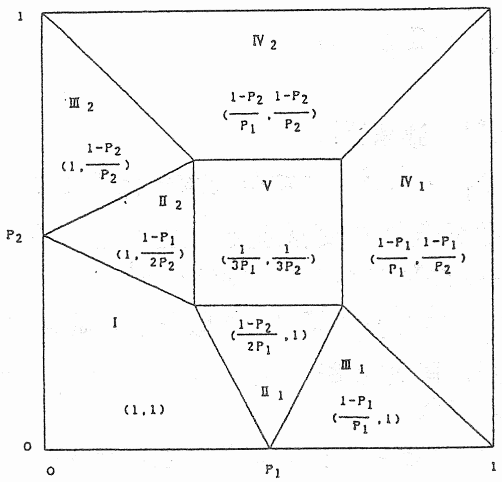
しかし、$\langle V_2\rangle = 1$ は同じであっても $\langle V_1\rangle$ は異なる。$p_2=0$ の線上で

$$\langle V_1\rangle = 1/p_1 - 1, \qquad p_1 > 1/2 \qquad (2)$$

はよく知られているが、 p_2 が0でなくなったときには、当然、式(2)が成立する範囲は狭まる（下限が上がる）筈である。 実際、II + III の領域のうち p_1 が大きい範囲では式（2）が成立するが、小さい範囲では

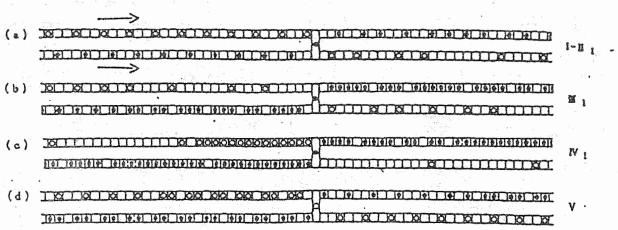
$$\langle V_1\rangle = 1/p_2 - 1 \qquad (3)$$

であり、II + III の境界は



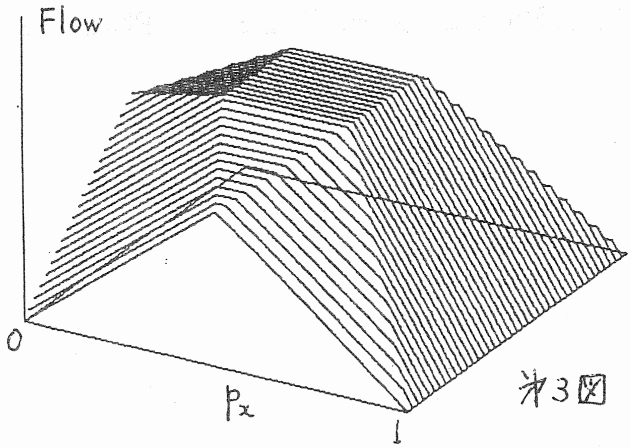
The phase diagram for traffic on two crossing roads with car densities p_1 and p_2. The values in parentheses in the I $\sim$ V phases indicate the average velocities ($\langle V_1 \rangle$, $\langle V_2 \rangle$) of the cars on the first and the second roads, respectively.

第1図



The snapshots of car arrangement on the roads. To save space, the second road is represented in parallel with the first road. The large rectangle near the center of the roads indicates the crossing. The closed (open) circles represent the cars on the first (second) road, which are moving right. Figures 3(a)–3(d) indicate the car arrangements in the phase boundary I–II$_1$ ($p_1 = 0.37, p_2 = 0.26$) and the phases III$_1$ $(0.7, 0.2)$, IV$_1$ $(0.86, 0.27)$ and V $(0.6, 0.4)$, respectively.

第2図



第3図

$$p_2 = 2\,p_1 - 1 \qquad (4)$$

で表される（領域II，領域III）。

$p_1 + p_2 > 1,\ p_1 > 2/3$ の場合は事情は異なる。ここでは、車密度の高い東西道路の密度が全体の交通流を支配する。南北道路で動ける車の数は、東西道路上での空孔の数に等しい（領域 IV）。

$1/3 < p_1 < 2/3,\ 1/3 < p_2 < 2/3$ で限られた領域では、最も効率的に車が動く配列は、東西、南北道路とも、少なくとも３サイト毎に１空孔がある配列である（領域 V）。

以上の各領域における車の配列は第２図に示されている。

上記の各領域における流量（東西、南北の流量の和）を、３次元的に表示したのが第３図である。領域Vにおいて流量は，最大値２/３となる。

このように、取り上げた系では、５つの異なる領域があることがわかった。なお、東西、南北道路上での最大速度が等しい場合（$V_{m1}=V_{m2}=2,3,\ldots\ldots$）には、topologicalに同じ相図が、異なる場合（例えば、$V_{m1}=1$，$V_{m2}=2$ 等）には、topological に異なる相図が得られる。また、このモデルは、交差点が周期的に存在する系へ修正・拡張できよう。本モデルは、交差点の間隔が ∞ の場合にあたり、良く調べられている２次元系は、交差点の間隔が１の場合に相当する[3]。

参考文献

1. T. Nagatani: J.Phys. A. Math. Gen. 26 (1993) 6625.
2. Y. Ishibashi and M. Fukui: J. Phys. Soc. Jpn.35 (1996) 2793.
3. O. Biham, A.A. Middleton and D. Levine: Phys. Rev. A46 (1992) R6124.